

# TABLAS DE VOLUMEN PARA *Pinus lawsonii* Roezl. Y *P. pringlei* Shaw. EN EL ORIENTE DE MICHOACÁN

H. Jesús Muñoz Flores<sup>1</sup>, Salvador Madrigal Huendo<sup>1</sup>,  
Mario Aguilar Ramírez<sup>2</sup>, Jesús García Magaña<sup>2</sup> y  
Martín Lara Rubio<sup>2</sup>

## RESUMEN

La Comisión Forestal del estado de Michoacán (COFOM) realizó una evaluación cualitativa y cuantitativa de sus recursos maderables por medio de un inventario forestal, a nivel de género botánico por región. Ante la necesidad de contar con tablas de volumen por especie, se llevó a cabo el presente proyecto para el oriente de la entidad. El rendimiento y las existencias de madera de un bosque se estiman mediante el uso de valores tabulados o tabla de volumen, que se ajustan por la técnica de regresión. En este estudio se probaron en dos de sus especies más representativas, *Pinus lawsonii* y *P. pringlei*, los siguientes cuatro modelos exponenciales transformados por logaritmos: Schumacher, variable combinada, Korsun y Thonber. Los resultados del análisis de varianza y sus estadísticos mostraron que todos son confiables, ya que en sus residuales no hay violación a los supuestos de la regresión; sin embargo, el correspondiente a la variable combinada fue el más robusto, pues presentó el valor más alto de F calculada. Derivado de lo anterior, se concluyó que los parámetros de regresión obtenidos en cada especie son diferentes, por lo que se aplicaron pruebas de homogeneidad de modelos; esto hizo posible que se corroborara el supuesto de que las dos ecuaciones son estadísticamente diferentes.

**Palabras clave:** Existencias volumétricas, modelos de predicción, oriente de Michoacán, *Pinus pringlei*, *P. lawsonii*, tablas de volumen.

## ABSTRACT

The Forest Commission of the State of Michoacan (COFOM) made a qualitative

Fecha de recepción: 21 de mayo de 2004.

Fecha de aceptación: 27 de abril de 2005.

<sup>1</sup> Campo Experimental Uruapan, Centro de Investigación Regional Pacífico Centro, INIFAP. Correo: muñoz.jesus@inifap.gob.mx

<sup>2</sup> Ex investigadores del Campo Experimental Uruapan, Centro de Investigación Regional Pacífico Centro, INIFAP.

and quantitative assessment by means of a regional forest inventory at a genus level. In order to have volumetric species tables, the present study was carried out in the eastern part of the state. The lumber yield and standing volume in forests are estimated by volume table adjusted by regression techniques. Four models were tested (Schumacher, combined variable, Korsun and Thonber) on *Pinus lawsonii* and *P. pringlei*, in the eastern region of Michoacan State. The results show that the four models are reliable, but the combined variable model is the most efficient. Since the two species are similar, a homogeneity test was applied. This means that *Pinus lawsonii* and *P. pringlei* are statistically different.

**Key words:** Standing volume, prediction models, east of Michoacan, *Pinus lawsonii*, *P. pringlei*, volume table.

## INTRODUCCIÓN

La producción y el rendimiento de un bosque pueden estimarse por medio de un inventario forestal o un modelo de producción. En el primero, las tablas o ecuaciones de estimación de volumen son una de las principales herramientas de las que se vale el silvicultor para realizar el manejo forestal; en su elaboración y ajuste se han venido utilizando modelos matemáticos que fueron diseñados para especies diferentes a las de este trabajo, aspecto que es importante considerar pues las ecuaciones de volumen deben ser elaboradas para cada taxón y por sitio, lo que obedece a que los hábitos de crecimiento de los árboles pueden variar entre taxa y de un lugar a otro.

Las tablas o ecuaciones de volumen que se han utilizado en la región oriente de Michoacán fueron hechas por la Comisión Forestal del Estado de Michoacán (COFOM) en 1957, y estuvieron vigentes hasta 1990; en este año la misma dependencia diseñó tablas nuevas para tres grupos de especies de pino. En 1985 la Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal (UCODEFO) No. 10 "Suroccidental" generó otras para *Pinus* spp. y *Quercus* spp., que se aplicaron además de las tablas generales durante el segundo "Inventario de los Recursos Forestales del Estado de Michoacán" (SDAF, 1995).

Una ecuación de predicción del volumen es referida como una tabla de volumen que se define como una función tabular o gráfica usada para estimar dicha característica a partir de variables dasométricas como diámetro normal, altura y forma (Clutter *et al.*, 1983).

Un modelo matemático es una representación simplificada o parcial de un sistema real que se desea describir, mediante la integración de la información empírica y de los procesos lógicos de ese sistema; una tabla o ecuación volumétrica es un modelo matemático que describe el volumen de los árboles, a partir de una o más variables (France y Thornley, 1984; Mendoza, 1983; Dykstra, 1984;

Edwards y Hamson, 1992). De acuerdo a Husch, Miller y Beers (1972) como una expresión tabulada que muestra el volumen de los árboles de acuerdo a una o más dimensiones que son generalmente el diámetro normal, la altura total y la forma de los mismos. Su propósito es proporcionar la cantidad media en volumen de árboles en pie de diversas dimensiones y especies (Avery y Burkhart, 1983).

Las dificultades prácticas de hacer evaluaciones directas del volumen del arbolado en pie, desde hace tiempo llevaron al desarrollo de métodos tendientes a calcular por medio de modificaciones simples y directas (a 1.30 m.) los volúmenes que en conjunto sustentan los árboles de una determinada masa o rodal. Su origen se remonta a más de 150 años y quien ha recibido el crédito por la elaboración del primer modelo de estimación volumétrica fue Heinrich Cotta, que lo publicó en 1804 (Spurr, 1952). Las técnicas al respecto se han ampliado y difundido por investigadores en Europa, Norteamérica, y en Canadá, entre otros (Romahn *et al.*, 1994).

Para la generación de una buena tabla de volumen, el tamaño de muestra aumenta con la amplitud de variación del diámetro y de la altura de los árboles (Chapman, 1924; Belyea, 1931; Chapman y Meyer, 1949); por lo tanto, la muestra debe ser representativa de la población e incluir ejemplares de todas las categorías diamétricas.

Los diseños de muestreo clásicos usados en los inventarios forestales de acuerdo con Spurr (1952), Hush *et al.* (1971) y Avery (1972), son simples al azar y estratificado al azar, este último es el más común debido a que proporciona mejores resultados en la distribución de la muestra. En México, el muestreo sistemático ha sido el que se ha usado con mayor frecuencia; el muestreo estratificado ha sido muy exitoso al combinarlo con el sistemático y el aleatorio, pero el que más se aplica es el sistemático-estratificado (Sánchez, 1951; Juárez, 1964; Caballero, 1971; Carrillo, 1991; Rodríguez, 1998).

El número de observaciones dependerá de la exactitud deseada y de la variabilidad inherente de la población muestreada. Puesto que la precisión muestral se expresa a menudo en términos de intervalos de confianza sobre la media, no resulta fuera de razón considerar que en el intervalo de confianza calculado  $\bar{X} \pm tS_x$ , interesa que el producto  $tS_x$  fuese igual o menor que un valor específico  $E$  (error), dependiendo de la probabilidad utilizada al muestrear (Gómez *et al.*, 1992; Romahn *et al.*, 1994). Esto es:  $(t)(S)_x = E$ .

$$S_x = \frac{S}{\sqrt{n}}, \quad t \left( \frac{S}{\sqrt{n}} \right) = E \quad n = \frac{t^2 S^2}{E^2} \quad \text{Tamaño de muestra}$$

Los métodos de "ajuste" del volumen han evolucionado de la obtención del "volumen promedio" para cada combinación de las variables, "ajustes gráficos"; actualmente el más conocido es el ajuste analítico mediante regresión; se realiza por regresión, por mínimos cuadrados ordinarios y mínimos cuadrados no lineales; los primeros para modelos lineales y los segundos para exponenciales, pero estos últimos pueden ser transformados por logaritmos y así resolverlos con técnicas de regresión lineal, pues la función exponencial es la inversa de la función logarítmica natural (Alder, 1980; Draper *et al.*, 1980; Lares, 1994; Mendoza, 1983; Ramírez, 1983).

Motivada por la importancia y necesidad de manejar adecuadamente los recursos naturales, la Comisión Forestal del Estado de Michoacán evaluó de forma cualitativa y cuantitativa los recursos forestales maderables mediante un inventario forestal (1995). Las tablas y/o tarifas de volúmenes se hicieron por género botánico y por región; sin embargo, lo dispuesto en el artículo 21 fracción VII del reglamento de la Ley Forestal de 1998 especifica que "Los resultados de los estudios dasométricos deberán proporcionarse a nivel de especie" (SEMARNAT, 1998). Por tal razón, existe la necesidad de las dependencias operativas y de los prestadores de servicios técnicos forestales de contar con tablas de volumen para cada taxón.

Con base en lo anterior, se realizó el presente estudio con los siguientes objetivos:

1. Obtener las ecuaciones para predecir volúmenes totales de árboles en pie con corteza de *Pinus pringlei* Shaw. y *P. lawsonii* Roetzl., que se ajusten estadísticamente a las diferentes calidades de estación de la región.
2. Probar la bondad de ajuste de los cuatro modelos (Schumacher, variable combinada, Korsun y Thonber) biológicamente factibles para la elaboración de estas herramientas dasonómicas.
3. Analizar la homogeneidad de modelos, a fin de aplicar un modelo general para las dos especies.

## MATERIALES Y MÉTODOS

### Descripción del área de estudio

El trabajo se llevó a cabo en el área de influencia de la UCODEFO No. 2, actualmente administrada por la Asociación de Permisarios Forestales del Oriente de Michoacán, A. C. (APFOMAC).

La unidad está localizada en la parte oriental del estado de Michoacán entre las coordenadas: 100° 17' 37" a 100° 48' 56" de longitud oeste y 19° 00' 38" a 19° 59' 00" de latitud norte del meridiano de Greenwich.

La superficie total de la unidad es de 295 mil ha aproximadamente, de las cuales 103 mil ha son arboladas y comprende seis municipios: Zinapécuaro, Hidalgo, Irimbo, Tuxpan, Jungapeo y Tuzantla.

En la región coinciden dos provincias geológicas: el Eje Neovolcánico y la Sierra Madre del Sur; dentro de estas provincias destacan como elevaciones principales: el Cerro de San Andrés con 3,600 msnm, Cerro el Zacatonal con 2,900 msnm, Cerro Mozo con 2,500 msnm, Cerro del Macho con 2,800 msnm, Cerro del Ventero con 2,800 msnm, Puerto "El Hueso" con 2,800 msnm y Cerro el Guangoche con 2,700 msnm.

De acuerdo con el INEGI (1985), en esta región se presentan los siguientes tipos de clima:

1. Cálido subhúmedo con lluvias en verano. Porcentaje de lluvia invernal menor de 5. El menos húmedo  $Aw_0(w)$ .
2. Semifrío húmedo con abundantes lluvias en verano. Porcentaje de lluvia invernal menor de 5  $C(E)(m)(w)$ .
3. Semicálido subhúmedo con lluvias en verano. Porcentaje de lluvia invernal menor de 5. Intermedio en humedad  $(A)C(w_1)(w)$ .
4. Templado subhúmedo con lluvias en verano. Porcentaje de lluvia invernal menor de 5. El más húmedo  $C(w_2)(w)$ .

De acuerdo con la clasificación de la FAO, los suelos en la zona de estudio son, principalmente, andosoles, luvisoles, acrisoles y vertisoles en los municipios de Hidalgo, Zinapécuaro, Irimbo y parte de Tuxpan; mientras que en Tuzantla, Jungapeo y parte de Tuxpan se localizan los litosoles, regosoles y cambisoles.

## Información de campo

El trabajo de campo se realizó en los municipios de Jungapeo, Tuxpan, Zinapécuaro y Tuzantla, sobre una superficie arbolada de 10,330 ha aproximadamente, conformada por bosques de pino, pino-encino y encino-pino. El recorrido de reconocimiento permitió estratificar o calificar los rodales de las dos especies estudiadas de manera cualitativa en calidad de estación: buena para arbolado con altura mayor a 22 m; regular o media para árboles con alturas superiores a 15 m pero menores a 22 m, y mala para individuos con altura menor a 15 m.

Se recabó información de ejemplares en pie por medio de un tele-relascopio y de organismos derribados (medición directa), referente a la altura total y al diámetro normal. En el caso de los primeros se obtuvieron pares de observaciones diámetro-altura, a diferentes alturas del fuste, con las que se simularon trozas; en los derribados, se midió diámetro mayor y menor en cada una de las trozas;

además se seccionaron las ramas hasta un diámetro de 5 cm en longitudes de 1.20 m. La toma de datos se hizo en un mínimo de 10 árboles en la categoría diamétrica de más frecuencia para estimar el tamaño de muestra (Lares, 1994), por lo que para este trabajo se midieron un total de 449 árboles de pino (220 de *Pinus lawsonii* y 229 de *P. pringlei*), 35% de los cuales fue por medición directa (Cuadro 1).

El muestreo estratificado es una técnica mediante la cual se divide a la población de interés en subpoblaciones o subgrupos independientes de tamaño conocido (estratos), que deben de ser homogéneos dentro de ellos y heterogéneos entre sí. Este permite tener mayor conocimiento de los estratos, porque maneja cada uno como una población; además incrementa la precisión de los estimadores de sus características (Rodríguez, 1998). En el presente estudio, se optó por la fórmula del tamaño de muestra descrita con un error de 10% de la media del volumen por categoría diamétrica.

### Procesamiento y análisis de información de campo

Para la obtención de volúmenes por árbol, se utilizó la fórmula de Smalian para el cálculo de las trozas imaginadas con el tele-relascopio:

$$V = \left[ \frac{A_1 + A_2}{2} \right] L$$

Donde:

$V$  = Volumen en metros cúbicos

$A_1$  = Área de la sección del diámetro mayor en metros

$A_2$  = Área de la sección del diámetro menor en metros

$L$  = Longitud de la troza en metros

Y la fórmula del paraboloides para la punta:

$$V = \frac{S_0 x h}{2}$$

Cuadro 1. Distribución y tamaño de muestra estimado por especie y categoría diamétrica.

Especie	Cat.	Categoría Diamétrica (cm)																
		15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70					
<i>P. lawsonii</i>	I	9	9	11	4	2		1										
	II		2	6	17	13	13	5	10		4	1	4					
	III				2	7	8	18	21	28	12	7	6					
Total		9	11	17	23	22	21	24	31	28	16	8	10					
$\mu$		0.099	0.186	0.303	0.520	0.787	1.065	1.509	1.817	2.421	2.639	3.204	3.367					
S		0.018	0.028	0.052	0.093	0.172	0.202	0.256	0.295	0.285	0.380	0.363	0.483					
N		16	10	13	14	20	16	12	11	6	9	7	10					
<i>P. pringlei</i>	Alt.	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70					
	I	4	15	11	8	3	3	1										
	II		8	15	37	28	23	6	6	2	3	6						
III				7	4	11	5	2	8	7	4	1						
Total		4	23	26	50	35	37	12	8	10	10	10	1					
$\mu$		0.102	0.219	0.381	0.609	0.853	1.138	1.494	1.749	2.531	2.945	3.656	4.734					
S		0.009	0.035	0.056	0.088	0.113	0.187	0.305	0.128	0.335	0.402	0.471	0.0					
N		6	11	9	8	7	11	19	5	9	9	9						

Cat. = Categoría, Alt. = Altura,  $\mu$  = Media de la población (parámetro), S = Desviación estándar típica (estimador), N = Número de observaciones.

Donde:

$V$  = Volumen en metros cúbicos

$S_0$  = Área de la sección de la base en metros

$H$  = Altura en metros.

Esta etapa se realizó haciendo uso de la hoja de cálculo de Excel para cada árbol. Con el volumen, la altura total y el diámetro normal de cada árbol, se hicieron tripletas para formar una matriz de regresión  $A_{n \times 3}$  o sea  $n$  observaciones con tres variables cada una.

El análisis de la información se hizo por medio del paquete de cómputo SAS (Statistical Analysis System, 1999) con el procedimiento para regresión PROC GLM para modelos exponenciales linearizados; el ajuste fue por la técnica de regresión, por mínimos cuadrados ordinarios para modelos lineales. Para seleccionar los modelos se consideraron los siguientes criterios: a)  $R^2$  alto (cercano a 1); b)  $s^2 = \sigma^2$  cuadrado medio del error bajo; c) Coeficientes de regresión significativos (diferentes de cero); d) Dispersión de los residuales sin ninguna tendencia no aleatoria (que fluctúen alrededor de cero) y e) Consideraciones particulares (interpretación biológica). Los modelos transformados por logaritmos y probados fueron:

Modelo de Schumacher

$$V = \beta_1(D^2 A)^{\beta_2} * E$$

Modelo de la variable combinada

$$V = \beta_1 D^{\beta_2} A^{\beta_3} + E$$

Modelo de Korsun

$$V = \beta_1(D + 1)^{\beta_2} A^{\beta_3} + E$$

Modelo Thornber

$$V = \beta_1(A / D)^{\beta_2} D^2 A$$

Donde:

$V$  = Volumen

$D$  = Diámetro normal

$A$  = Altura total

$\beta_1 \beta_2 \beta_3$  = Parámetros de regresión a ser ajustados

$E$  = Error

Los volúmenes determinados de las dos especies se compararon con sus correspondientes valores esperados, por dispersión de residuales, técnica



utilizada en las pruebas de normalidad de errores, de heterocedasticidad, de autocorrelación y de multicolinealidad para garantizar el cumplimiento de los supuestos de regresión y que las predicciones que se realicen sean lo más acertadas posibles.

Es conveniente mencionar, que para la estimación del volumen total/árbol se derribaron 70 y 76 árboles de *P. lawsonii* y *P. pringlei*, respectivamente, a los que se les calculó el volumen del brazuelo (ramas), el cual fue ajustado en función del diámetro normal y la altura total del árbol, se cumplió con los supuestos de la regresión, aunque no fueron tan buenos como en el caso del volumen fustal, los valores de  $R^2$  fluctuaron entre 0.70 y 0.85, debido a que el tamaño de la copa está en función de la densidad, pero que son aceptables en recursos naturales (Draper and Smith, 1980; Clutter *et al.*, 1983). Una vez seleccionado el modelo, se predijo el volumen para cada árbol en términos de su altura y diámetro normal, lo que se sumó al volumen fustal.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Tamaño de muestra

De acuerdo a los cálculos de estimación del tamaño de muestra, en el Cuadro 1 se observa que en todas las categorías diamétricas el número de árboles medidos fue adecuado, con excepción de la categoría de 15 cm que resultó deficiente, en virtud de que las masas donde se tomó la información son adultas y los pocos árboles que se encontraron eran suprimidos.

### Análisis estadístico

La dispersión de los residuales muestra que no existe violación a las hipótesis del modelo de regresión lineal, es decir, los residuales no se correlacionan, están normalmente distribuidos y presentan una varianza uniforme (Figura 4), comportamiento que fue similar en las dos especies, ya que los errores son independientes, tienen una media de cero, y la misma varianza.

### Selección del modelo

Los resultados del análisis de regresión de los cuatro modelos probados por especie se presentan en el Cuadro 2, donde se observa que el mejor corresponde al de la variable combinada, con una suma de cuadrados del error bajo,  $R^2$  cercana a 1 (uno) y con el valor de  $F$  mayor, que es lo suficientemente robusto desde el punto de vista estadístico, coincidiendo así con SDAF (1995), Navarro *et al.* (2000), Quiñónes *et al.* (2001), Armendáriz *et al.* (2003) y Armendáriz *et al.*

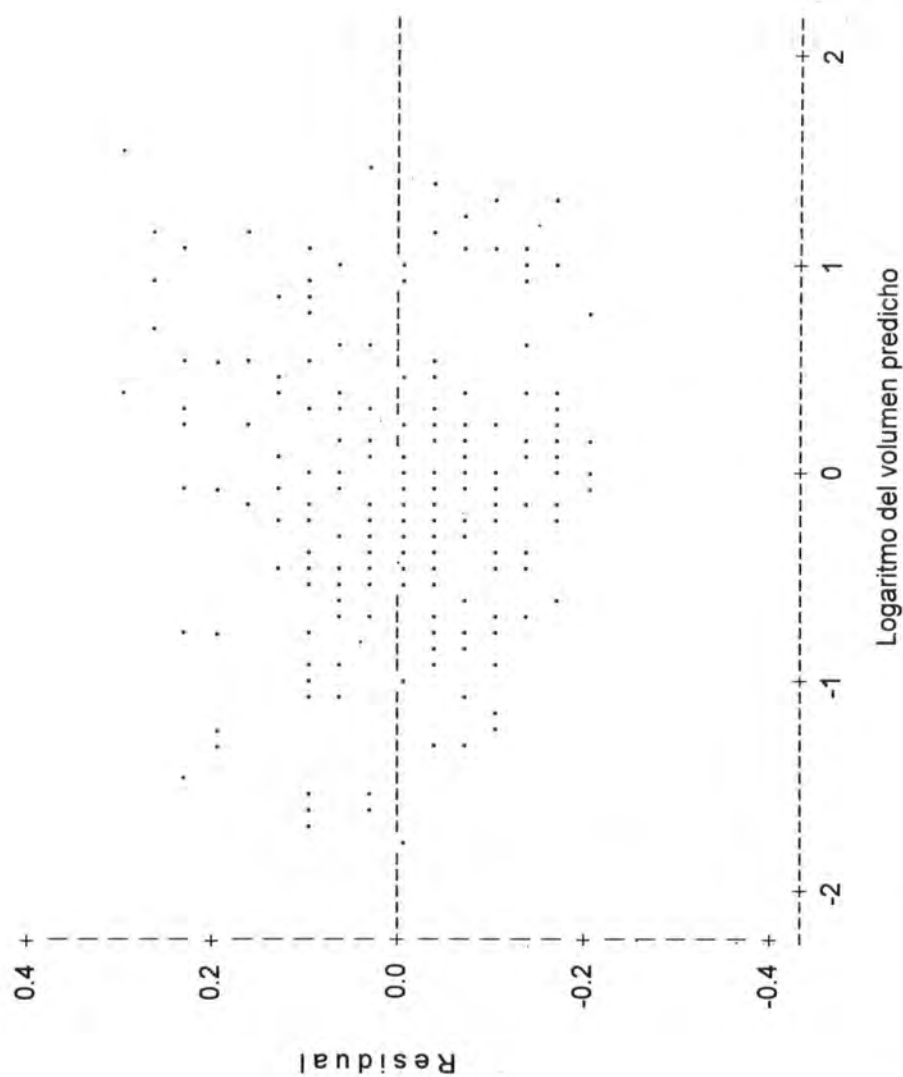


Figura 4. Diagrama de dispersión de residuales contra su valor predicho en volumen del fuste de *Pinus pringlei*.

(2004). Estos valores indican la proporción de ajuste, es decir, la proporción de la fluctuación total del volumen, atribuible a la variación de las variables independientes, o a la combinación de la altura y el diámetro normal al cuadrado.

Las ecuaciones resultantes en volumen total (incluye sólo volumen de ramas) para *Pinus lawsonii* y *P. pringlei*, de acuerdo al modelo de la variable combinada para volumen total, quedaron de la siguiente manera.

*P. lawsonii*:

$$\log V = \log -1.050972 + \log 0.956563 (D^2 A)$$

$$V = 1.050972 (D^2 A)^{0.956563}$$

*P. pringlei*:

$$\log V = \log -0.724476 + \log 0.845476 (D^2 A)$$

$$V = 0.724476 (D^2 A)^{0.845476}$$

Las tablas para volumen de ramas, fustal y total se presentan en los cuadros 3 y 4, en los que se muestran los parámetros de regresión para cada producto.

Bajo los supuestos de que los rodales en el bosque no son monoespecíficos, que las condiciones de crecimiento son diferentes para cada especie, que existe variación de un lugar a otro y, si se asume que los supuestos básicos para la formulación de un modelo estadístico se cumplen en conjunto con los fundamentos biológicos, sería posible esperar que en la formulación de una relación específica, los valores de los parámetros estimados para especies distintas fueran parecidos; esto implicaría que no existiera diferencia significativa entre ellas, de tal forma que dicha relación pudiese ser aplicable a varios taxa o a una especie que crece en condiciones disímiles.

## Homogeneidad de los modelos

Las técnicas estadísticas para determinar la similitud existente entre los valores de los parámetros estimados para un modelo que se ajusta a diversos conjuntos de datos (especies), son conocidas como homogeneidad de modelos; su importancia radica en que permite utilizar un modelo general para todas las especies presentes en el rodal y reducir a un mínimo el manejo de la información; por lo anterior, en este trabajo se compararon las ecuaciones obtenidas mediante las siguientes pruebas:

Cuadro 2. Resumen de los análisis de regresión lineal de los datos: diámetro, altura y volumen total para *Pinus lawsonii* y *P. pringlei* de los modelos probados.

<i>Pinus lawsonii</i>					
Modelo	G. L.	SCE	E. EST.	R <sup>2</sup>	F cal.
Schumacher	219	1.63544	0.112320 0.026492 0.030073	0.9928	15011.34
<b>Var. Combinada</b>	219	<b>1.81305</b>	<b>0.009416</b> <b>0.005802</b>	<b>0.9920</b>	<b>27185.07</b>
Korsun	219	4.66106	0.107977 0.157790 0.047959	0.9995	5196.64
Thornber	219	1.64254	0.032802 0.000543 0.005893	0.9928	14945.99
<i>Pinus pringlei</i>					
Schumacher	228	3.13353	0.166474 0.034629 0.047406	0.9706	3733.902
<b>Var. Combinada</b>	228	<b>3.16521</b>	<b>0.010495</b> <b>0.009813</b>	<b>0.9703</b>	<b>7423.491</b>
Korsun	228	4.05896	0.127854 0.147192 0.052502	0.9620	2856.818
Thornber	228	3.15262	0.048100 0.000759 0.011520	0.9704	3710.609

Cuadro 3: Tablas de volumen para *Pinus lawsonii* en la región oriente del estado de Michoacán.

V o l u m e n d e r a m a s (m <sup>3</sup> )						
Diámetro (cm)	Categorías de altura (m)					
	10	15	20	25	30	35
10	0.004	0.006	0.008			
15	0.009	0.013	0.018	0.022		
20	0.016	0.024	0.032	0.040	0.048	
25	0.025	0.037	0.050	0.062	0.075	0.087
30	0.036	0.054	0.072	0.090	0.108	0.126
35	0.049	0.073	0.098	0.123	0.147	0.172
40		0.096	0.128	0.160	0.193	0.225
45		0.122	0.162	0.203	0.244	0.285
50			0.201	0.251	0.302	0.352
55			0.243	0.304	0.365	0.427
60			0.290	0.362	0.435	0.508
65	$\beta_0 = -3.222993$			0.426	0.511	0.597
70	$\beta_1 = 1.004968$			0.494	0.593	0.693
75				0.568	0.682	0.796
80					0.776	0.906

$\beta_0$  = Intercepto de la línea.  $\beta_1$  = Pendiente de la línea.

continúa ...

Cuadro 3, continuación ...

Volumen fustal (m <sup>3</sup> )						
Diámetro (cm)	Categorías de altura (m)					
	10	15	20	25	30	35
10	0.035	0.051	0.067			
15	0.075	0.110	0.145	0.179		
20	0.130	0.191	0.250	0.310	0.368	
25	0.198	0.291	0.383	0.473	0.562	0.651
30	0.280	0.412	0.541	0.669	0.795	0.921
35	0.375	0.552	0.725	0.896	1.066	1.234
40		0.711	0.935	1.155	1.374	1.590
45		0.889	1.169	1.445	1.718	1.989
50			1.428	1.765	2.099	2.430
55			1.711	2.116	2.516	2.912
60			2.019	2.496	2.968	3.436
65	$\beta_0 = -1.172517$			2.906	3.455	4.000
70	$\beta_1 = 0.949886$			3.345	3.977	4.605
75				3.813	4.534	5.249
80					5.126	5.934

$\beta_0$  = Intercepción de la línea.  $\beta_1$  = Pendiente de la línea.

continúa ...

Cuadro 3, continuación ...

Volumen total (m <sup>3</sup> )						
Diámetro (cm)	Categorías de altura (m)					
	10	15	20	25	30	35
10	0.039	0.057	0.075			
15	0.084	0.124	0.163	0.202		
20	0.146	0.214	0.282	0.350	0.416	
25	0.223	0.329	0.433	0.536	0.638	0.739
30	0.316	0.466	0.613	0.759	0.904	1.048
35	0.425	0.626	0.824	1.020	1.214	1.407
40		0.808	1.064	1.317	1.568	1.817
45		1.012	1.332	1.649	1.964	2.276
50			1.630	2.018	2.402	2.784
55			1.956	2.421	2.883	3.341
60			2.310	2.860	3.405	3.946
65	$\beta_0 = -1.050972$			3.333	3.968	4.599
70	$\beta_1 = 0.956563$			3.841	4.573	5.299
75				4.383	5.218	6.047
80					5.904	6.842

$\beta_0$  = Intercepto de la línea.  $\beta_1$  = Pendiente de la línea.

Cuadro 4. Tablas de volumen para *Pinus pringlei* en la región oriente del estado de Michoacán.

V o l u m e n d e r a m a s (m <sup>3</sup> )						
Diámetro (cm)	Categorías de altura (m)					
	10	15	20	25	30	35
10	0.036	0.054	0.072			
15	0.081	0.121	0.162	0.202		
20	0.144	0.215	0.286	0.357	0.428	
25	0.224	0.335	0.445	0.556	0.666	0.776
30	0.321	0.481	0.640	0.798	0.956	1.114
35	0.437	0.653	0.868	1.084	1.299	1.513
40		0.851	1.132	1.413	1.693	1.972
45		1.075	1.430	1.784	2.138	2.492
50			1.763	2.200	2.636	3.071
55			2.130	2.658	3.185	3.711
60			2.531	3.159	3.785	4.411
65	$\beta_0 = -1.030349$			3.702	4.437	5.170
70	$\beta_1 = 0.992366$			4.289	5.140	5.989
75					5.894	6.868
80					6.699	7.807

$\beta_0$  = Intercepto de la línea.  $\beta_1$  = Pendiente de la línea.

continúa ...



Cuadro 4, continuación ...

Volumen fustal (m <sup>3</sup> )						
Diámetro (cm)	Categorías de altura (m)					
	10	15	20	25	30	35
10	0.043	0.063	0.082			
15	0.092	0.135	0.178	0.220		
20	0.159	0.234	0.307	0.380	0.451	
25	0.243	0.357	0.469	0.580	0.689	0.798
30	0.343	0.505	0.663	0.819	0.974	1.128
35	0.460	0.676	0.888	1.098	1.305	1.511
40		0.871	1.145	1.414	1.682	1.947
45		1.089	1.431	1.769	2.103	2.434
50			1.748	2.160	2.568	2.973
55			2.095	2.589	3.078	3.563
60			2.471	3.054	3.630	4.202
65	$\beta_0 = -0.968805$			3.555	4.226	4.892
70	$\beta_1 = 0.948972$			4.091	4.864	5.630
75					5.545	6.418
80					6.267	7.254

$\beta_0$  = Intercepto de la línea.  $\beta_1$  = Pendiente de la línea.

continúa ...

Cuadro 4, continuación ...

Volumen total (m <sup>3</sup> )						
Diámetro (cm)	Categorías de altura (m)					
	10	15	20	25	30	35
10	0.069	0.097	0.124			
15	0.137	0.193	0.247	0.298		
20	0.223	0.315	0.401	0.485	0.565	
25	0.326	0.459	0.585	0.707	0.824	0.939
30	0.443	0.625	0.797	0.962	1.122	1.278
35	0.575	0.811	1.034	1.248	1.456	1.659
40		1.016	1.296	1.565	1.825	2.079
45		1.240	1.581	1.909	2.228	2.538
50			1.889	2.282	2.662	3.033
55			2.220	2.681	3.128	3.563
60			2.572	3.106	3.623	4.128
65	$\beta_0 = -0.724476$			3.556	4.148	4.726
70	$\beta_1 = 0.845476$			4.030	4.702	5.357
75					5.284	6.020
80					5.893	6.714

$\beta_0$  = Intercepto de la línea.  $\beta_1$  = Pendiente de la línea

Prueba de F Snedecor (Zamudio, 1990).

$$F_c = \frac{SCE - (SCE_1 + SCE_2)}{r \left[ \frac{SCE_1 + SCE_2}{N_1 + N_2 - 2(r)} \right]} = \frac{12.81669 - (3.16521 + 1.81305)}{2 \left[ \frac{3.16521 + 1.81305}{229 + 220 - 2(2)} \right]} = \frac{7.84174}{0.0224} = 350.0777$$

$$F_c = 350.0777$$

Regla de decisión:

$|F_c| < F_{\alpha, r, N_1 + N_2 + N_3 - 2r}$  para un solo modelo.

$|F_c| > F_{\alpha, r, N_1 + N_2 + N_3 - 2r}$  usar más de un modelo.

Como  $F_c = 111.575 > F_{0.05, 2, 449} = 3.00$  se concluye que debe usarse más de un modelo. Esta prueba puede efectuarse de manera apareada; para confirmar el resultado se realizó la prueba de T con dicha modalidad.

Prueba de T:

*P. lawsonii* vs. *P. pringlei*

$$T_c = \frac{\beta_1 - \beta_2}{\sqrt{Z \left( \frac{1}{SCT_1} + \frac{1}{SCT_2} \right)}} = \frac{0.956563 - 0.845476}{\sqrt{0.011187 \left( \frac{1}{227.90425} + \frac{1}{106.67596} \right)}} = \frac{0.111087}{0.0124} = 8.959$$

$$Z = \frac{SCE_1 + SCE_2}{(N_1 + N_2) - 4} = \frac{1.81305 + 3.16521}{(220 + 229) - 4} = \frac{4.97826}{445} = 0.011187$$

Donde:

$\beta_1$  = Regresor *P. lawsonii*

$\beta_2$  = Regresor *P. pringlei*

$SCT_1$  = Suma Cuadrados Total *P. lawsonii*

$SCT_2$  = Suma Cuadrados Total *P. pringlei*

- $SCE$  = Suma Cuadrados Error (Corriendo el modelo para las dos especies)
- $SCE_1$  = Suma Cuadrados Error *P. lawsonii*
- $SCE_2$  = Suma Cuadrados Error *P. pringlei*
- $N_1$  = Número de observaciones *P. lawsonii*
- $N_2$  = Número de observaciones *P. pringlei*
- $T_c$  = Valor de T calculada
- $T_{tab}$  = Valor de T tabulada (Student)
- $F_c$  = Valor de F calculada
- $F_x$  = Valor de F tabulada (Snedecor).
- $r$  = Número de modelos comparados

Si  $T_{0.05, \alpha} = 1.96$  y las  $T$  calculadas de *P. lawsonii* vs. *P. pringlei* = 8.959, es mayor que la tabulada se concluye que las dos ecuaciones son estadísticamente diferentes, por lo que se debe determinar una para cada especie.

## CONCLUSIONES

Se obtuvieron las ecuaciones para predecir volumen de ramas, fustal y total con las que se elaboraron las tablas de volumen para *P. lawsonii* y *P. pringlei*. El modelo que mejor ajuste presentó fue el de la variable combinada para ambas especies.

Las ecuaciones de *P. lawsonii* y *P. pringlei* son diferentes estadísticamente.

El tamaño de muestra con  $t_{tab 0.05}$  es directamente proporcional al tamaño de  $N_x$  y a la variabilidad ( $S_x$ ) de cada categoría diamétrica.

Para el uso de las tablas de volumen total, se deben considerar las variables diámetro a 1.30 m y altura total como entrada para los árboles con un diámetro mínimo de 5 cm en adelante.

Estas tablas permitirán obtener estimaciones reales del potencial de los bosques de la región oriente del estado de Michoacán ya que tanto una subestimación, como una sobreestimación es perjudicial, porque se deja de aprovechar el potencial de los bosques, lo cual se traduce en pérdidas económicas para los dueños o poseedores de los recursos forestales.

## AGRADECIMIENTOS

Los autores desean expresar su agradecimiento a la Comisión Forestal del Estado de Michoacán, así como a la Fundación Produce Michoacán, A. C. por el apoyo económico brindado para financiar este trabajo, así mismo al personal de la Asociación de Permisarios Forestales del Oriente de Michoacán, A. C., por su colaboración durante la toma de datos de campo y a los directivos de la misma por su apoyo para la realización del presente estudio.

## REFERENCIAS

- Alder, D. E. 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos. Vol. 2 Estudio FAO, Montes 22/2. Roma. 118 p.
- Armendáriz O., R., A. Quiñónez Ch., M. Cano R., P. Juárez T., H. Rubio A. y J. Rentería A. 2003. Tablas de volúmenes para *Pinus arizonica* y *P. durangensis* en el ejido Madera, municipio de Madera, Chihuahua. SAGARPA-INIFAP, Gobierno de Chihuahua, Fundación Produce Chihuahua, A. C., CONAFOR. Folleto Técnico No. 23. 19 p.
- Armendáriz O., R., A. Quiñónez Ch., M. Cano R., S. Martínez M., P. Juárez T. y H. Rubio A. 2004. Tablas de volúmenes para *Pinus arizonica* Engelm. en el ejido Pilares, municipio de Balleza, Chihuahua. SAGARPA-INIFAP, Gobierno de Chihuahua, Fundación Produce Chihuahua, A. C., CONAFOR. Folleto Técnico No. 26. 23 p.
- Avery, T. E. and H. E. Burkhart. 1983. Forest measurements. McGraw-Hill Book Co. New York. 330 p.
- Belyea, M. C. 1931. Forest measurement. John Wiley and Sons, Inc. New York, 319 p.
- Caballero D., M. 1971. Elaboración de una tabla de volúmenes por medio del empleo de una variable combinada. Rev. Bosques. México. VIII (1): 14-27.
- Carrillo E., G. 1991. Apuntes del curso de Inventarios Forestales División de Ciencias Forestales. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Edo. de Méx. 207 p.
- Clutter, J. J., L. Pienaar, G. Brister and R. Bailey. 1983. Timber management: a quantitative approach. John Wiley and Sons, Inc. New York. 383 p.
- Chapman, H. H. 1924. Forest mensuration. John Wiley and Sons, Inc. New York. 557 p.
- Chapman, H. H. and W. Meyer H. 1949. Forest mensuration. McGraw-Hill Book Co. New York. 389 p.
- Dykstra, C. L. and E. S. Ivey. 1984. Mathematical programming for natural resource management. Mc Graw-Hill Book Co. New York. 318 p.
- Draper, M. R. and H. Smith. 1980. Applied regression analysis. John Wiley and Sons, Inc. New York. 709 p.

- Edwards, D. and M. Hansom. 1992. Guide to mathematical modelling. CRC Press. Boca Raton, Fl. 277 p.
- France, J. and H. M. Thornley J. 1984. Mathematical models in agriculture. Butterworth Ltd. London. 335 p.
- Gómez A.; R., G. Rendón S. y V. González R. 1992. Muestreo elemental. Colegio de Postgraduados. Centro de Estadística y Cálculo. Sección Muestreo. Montecillo, Méx. 313 p.
- Husch, B. Ch., I. Miller and T. Beers W. 1972. Forest mensuration. The Ronald Press Co. New York. 410 p.
- Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI). 1985. Síntesis geográfica del estado de Michoacán. Secretaría de Programación y Presupuesto. México, D. F. 338 p.
- Lares Z., M. A. 1994. Estimación del tamaño de muestra en regresión de los modelos de Schumacher y el logarítmico de la variable combinada. Tesis de Licenciatura. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Edo. de Méx. 36 p.
- Martínez M., J. 1937. Tablas de volúmenes para pino colorado, pino blanco, pino ayacahuite. Instituto de Enseñanza e Investigación Forestal y de Caza y Pesca. México. 70 p.
- Mendoza B., M. A. 1983. Conceptos generales sobre modelaje matemático. *In*: Memoria de la Primera reunión sobre modelos de crecimiento de árboles y masas forestales. SARH-INIF. México. Pub. Esp. No. 44. pp. 35-45.
- Navarro M., S., L. Torres E., M. Cano R., M. Valencia y H. Cornejo O. 2000: Predicción de volúmenes de fuste para *Pinus cembroides* Zucc. en el sureste de Coahuila. Foresta -AN. Nota técnica No. 3. Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro, Saltillo, Coahuila. México. 16 p.
- Ramírez M., H. 1994. Construcción de modelos de crecimiento y su aplicación en el diseño de regímenes silvícolas. *In*: Memoria Simposio de Manejo y Silvicultura. Colegio de Postgraduados, Montecillo, Méx. pp. 25-31.
- Romhan D. L. V., C. F., H. Ramírez M. y J. L. Treviño G. 1987. Dendrometría. División de Ciencias Forestales. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Edo. de Méx. pp. 133-235.
- Rodríguez F., C. 1998. Aplicación de diseños de muestreo en inventarios forestales. Secretaría de Agricultura, Ganadería y Desarrollo Rural. INIFAP. 156 p.
- Quiñónez Ch., A., P. Alvarado M. y R. Trujillo R. 2001. Elaboración de una tabla de volúmenes para *Pinus cooperi* blanco mediante análisis troncales en Durango. *In*: Memoria V Congreso Mexicano de Recursos Forestales. Universidad de Guadalajara y Sociedad Mexicana de Recursos Forestales, A. C. pp. 65-66.
- Secretaría de Desarrollo Agropecuario y Forestal (SDAF). 1995. Inventario Forestal Estatal. Tablas de volúmenes para los diferentes géneros y

- regiones. Gobierno del estado de Michoacán. Dirección Forestal. Morelia, Mich. México.
- Secretaría de Medio Ambiente, Recursos Naturales y Pesca (SEMARNAP). 1998. Ley Forestal y su Reglamento. Delegación Federal en Michoacán. 7 p.
- Spurr, S. H. 1952. Forest inventory. The Ronald Press Co. New York. 476 p.
- Zamudio S., F. 1990. The Generalized Furnival Index. División de Ciencias Forestales. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Edo. de Méx. 13 p.