

# ESTIMADORES DE RAZÓN PARA EL INVENTARIO NACIONAL FORESTAL DE MÉXICO

Efraín Velasco Bautista<sup>1</sup>, Hugo Ramírez Maldonado<sup>2</sup>,  
Francisco Moreno Sánchez<sup>1</sup> y Alfonso de la Rosa Vázquez<sup>3</sup>

## RESUMEN

En México se han llevado a cabo tres inventarios forestales a nivel nacional, y aun cuando el objetivo principal, en todos los casos ha sido la estimación de existencias maderables y de incrementos, el diseño de muestreo utilizado ha variado. Para la realización del Inventario Nacional Forestal 2000 - 2005, la Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (SEMARNAT) determinó que se utilizara el muestreo estratificado sistemático por conglomerados en dos etapas, que estará regido, en principio, por "una red de puntos a cada 5 km". Conceptualmente la unidad de muestreo primaria es una parcela circular de una hectárea, en la cual se evalúan cuatro unidades de muestreo secundarias o sitios, dispuestos de manera geométrica en forma de una "Y" invertida con respecto al norte. Con el propósito de que el proceso de estimación resulte confiable en los diferentes niveles de interés, el objetivo de este trabajo es presentar los estimadores considerados para el cálculo de los principales parámetros forestales. Se revisó la teoría básica del muestreo estratificado y de los estimadores de razón. El conocimiento de los estimadores referidos permitirá automatizar procesos computacionales para analizar una gran cantidad de información, lo cual es común que se tenga cuando las poblaciones objeto de estudio están definidas a nivel entidad federativa o cuenca hidrográfica.

**Palabras clave:** Área basal, estimadores de razón, incremento, inventario forestal, muestreo estratificado sistemático, volumen maderable.

## ABSTRACT

Three national forest inventories have been made in Mexico, and even though

Fecha de recepción: 15 de noviembre de 2004.

Fecha de aceptación: 04 de mayo de 2005.

---

<sup>1</sup>Centro Nacional de Investigación Disciplinaria en Conservación y Mejoramiento de Ecosistemas Forestales (CENID-COMEF), INIFAP. Correo-e: velasco.efrain@inifap.gob.mx

<sup>2</sup>División de Ciencias Forestales, Universidad Autónoma Chapingo.

<sup>3</sup>Coordinación de Investigación, Innovación y Vinculación / INIFAP.

wood volume and increments were determined in all of them, the sampling design varied. The Environment and Natural Resources Ministry (SEMARNAT) defined the Stratified Systematic Two-Stage Cluster Sampling as the method to be used in the 2000-2005 Forest National Inventory, initially under a 5 km point grid. Conceptually, The Primary Sampling Unit is a one ha plot, in which four Secondary Sampling units or sites, geometrically arranged in an inverted Y from, North oriented. With the aim to carry on the evaluation process reliably, at the different levels of interest, in this paper the main forest parameters are discussed; thus, the basic stratified sampling theory and ratio estimators literature were reviewed.

**Key words:** Basal area, forest inventory, increment, ratio estimators, systematic sampling, wood volume

## INTRODUCCIÓN

Los inventarios forestales y los sistemas estadísticos son el fundamento para la adopción de políticas que apoyen el manejo forestal sostenible. La integración de los aspectos económicos y ambientales en la planificación del sector forestal exige disponer de un gran volumen de datos sobre los bosques, tanto de carácter espacial como temporal. Cuando se trata de inventarios nacionales su propósito es suministrar información a las dependencias del Gobierno responsables del aprovechamiento, conservación y protección de los recursos sobre las superficies, las existencias y crecimientos por formaciones o especies, el estado sanitario de los bosques, la preservación de los ecosistemas naturales y el mantenimiento de la biodiversidad (MGAP, 2004).

El conocimiento de los recursos naturales es una condición indispensable para su manejo racional y, por ello, el inventario debe ser considerado como la primera etapa de la ordenación forestal. A las numerosas combinaciones posibles del nivel y el horizonte de la planificación, de las etapas de decisión, de las dimensiones de las unidades de gestión y de las formas de desarrollo, corresponden diversos tipos de inventario (FAO, 2004)

En las naciones industrializadas como Estados Unidos y Finlandia, los diseños de muestreo para inventarios forestales están basados en el muestreo sistemático, con parcelas permanentes y, en algunos casos, temporales, establecidas en una cuadrícula de diferente espaciamiento. El muestreo aleatorio ha sido descartado y se han adoptado unidades muestrales puntuales con parcelas de área fija. El tamaño y la forma de ellas difieren entre países, en algunos se usan parcelas individuales; mientras que en otros se prefiere a los conglomerados. La distancia entre parcelas también varía incluso dentro del mismo país en función de la distribución del bosque y de la topografía (FAO,

2000). Prodan *et al.* (1997) presentan configuraciones de unidades muestrales en conglomerados usadas en otros inventarios forestales.

Scheaffer *et al.* (1987) mencionan que al utilizar el muestreo sistemático surgen las siguientes consideraciones: 1) si la población bajo estudio es aleatoria, el muestreo sistemático es equivalente al muestreo aleatorio, 2) si la población es ordenada, el muestreo sistemático proporciona datos de mayor calidad que el muestreo aleatorio, 3) si la población es periódica (los elementos tienen variación cíclica), con el muestreo sistemático se obtiene menos información que con el muestreo aleatorio por unidad de costo, aunque en este caso, al cambiar varias veces el punto de inicio aleatorio, la muestra es equivalente a una sistemática extraída de una población al azar y 4) el muestreo sistemático permite hacer buenas estimaciones de medias y totales poblacionales, ya que la muestra se distribuye sobre la población completa.

En inventarios forestales el diseño de muestreo sistemático ha sido de mayor aplicación que el aleatorio. Sin embargo, la varianza del estimador no se puede calcular insesgadamente a partir de una muestra sistemática; no obstante, el uso de la varianza del estimador del muestreo aleatorio en tal situación, ha mostrado tener resultados ilustrativos aplicables. La varianza del estimador, por lo regular, es ligeramente alta. Por otra parte, es raro encontrar ejemplos con periodicidad en las observaciones de la malla; además, las unidades muestrales están bien distribuidas a lo largo de la población, razones por las que el muestreo sistemático es recomendado sobre el muestreo aleatorio simple para aplicaciones forestales (Scott, 1998).

Los estimadores de razón fueron desarrollados para incrementar la precisión de las medias y totales calculados mediante el uso de información suplementaria acerca de la población en estudio (Schreuder *et al.*, 2004). La tasa de error obtenida como el cociente de la media poblacional entre la media muestral de la variable auxiliar se usa para ajustar el valor de la media muestral de la variable de interés (Méndez *et al.*, 2004).

Puesto que, en general, la esperanza de un cociente de variables aleatorias no es igual al cociente de la esperanza, el estimador de razón suele ser sesgado. Aunque para un tamaño de muestra grande (mayor que 30) y para un coeficiente de variación de la media muestral de la variable auxiliar menor o igual a 0.10, el sesgo es despreciable (Scheaffer *et al.*, 1987; Cochran, 1993; Méndez *et al.*, 2004). Si la recta de regresión de la variable auxiliar sobre la variable en estudio, o de ésta sobre la variable auxiliar pasa por el origen de coordenadas, entonces el estimador de razón resulta ser insesgado (Pérez, 2000). Schreuder *et al.* (2003) indican que un estimador de razón se caracteriza por ser asintóticamente así.

Lorh (2000) menciona que con frecuencia la varianza reducida del estimador

de razón compensa la presencia del sesgo; en este sentido, el valor de la media muestral determinada por razón para cada muestra individual tiene cierta probabilidad de estar más cerca de la media verdadera, que la media muestral obtenida como un simple promedio aritmético.

Van Hees (2002) comparó los errores estándar de un estimador de razón de medias de los datos del inventario conducido en Alaska. Las varianzas fueron obtenidas, tanto por la expresión tradicional, como por el método "bootstrap" (procedimiento para estimar varianzas de estimadores a partir de la selección de muchas muestras de la muestra total). Concluyó que las estimaciones de los errores estándar generados por ambos métodos fueron similares.

Desde la década de los sesentas, en México se han realizado tres inventarios forestales a nivel nacional, y aun cuando su principal objetivo ha sido la estimación de existencias maderables y de incrementos, el diseño de muestreo utilizado ha variado; se han usado tanto unidades de muestreo individuales, como en conglomerados, distribuidas básicamente en forma sistemática (SARH, 1992; SARH, 1994).

Para la realización del Inventario Nacional Forestal 2000-2005, la Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (SEMARNAT) determinó emplear el muestreo estratificado sistemático por conglomerados en dos etapas (SEMARNAT, 2002), el cual está regido, en principio, por "una red de puntos a cada 5 km". La equidistancia entre conglomerados difiere de acuerdo al tipo de vegetación de que se trate:

- 5 x 5 km.- En bosque de coníferas, coníferas-latifoliadas, latifoliadas y bosque mesófilo, así como selvas altas y medianas.
- 10 x10 km.- En bosque de táscate, bosque bajo abierto, selvas bajas, matorral subtropical y otros tipos de vegetación como manglares.
- 20 x 20 km.- En vegetación de zonas áridas.

La unidad de muestreo primaria (UMP) desde el punto de vista conceptual es una parcela circular de una hectárea (56.42 m de radio), en la cual se evalúan cuatro unidades de muestreo secundarias (UMS) o sitios, dispuestos geoméricamente en forma de una "Y" invertida con respecto al norte (figuras 1 y 2). La UMS número 1 constituye el centro de la UMP y las UMS 2, 3 y 4 son consideradas como periféricas. La distancia del centro de la UMS 1 al de cada una de las UMS periféricas es de 45.14 m; el azimut para localizar las UMS 2, 3 y 4 a partir del centro de la UMS 1 es de 0°, 120° y 240°, respectivamente. Las unidades de estudio (UE) serán los árboles presentes en las UMS.

El registro de árboles con diámetro mayor de 7.5 cm en bosques, se hace en las UMS circulares de 400 m<sup>2</sup> (radio 11.28 m) y de forma rectangular (de 10 X 40 m) en selvas. Para el caso del repoblado, dentro de cada UMS de 400 m<sup>2</sup> se ubica un círculo concéntrico de 12.56 m<sup>2</sup> (2 m de radio) en bosques, y un cuadro de 3.54 x 3.54 m en selvas. Los datos sobre plantas menores no leñosas, se tomaron en un cuadro de 1 m<sup>2</sup> localizado en el centro de la UMP (figuras 1 y 2).

Las principales variables que se evaluarán en las UE son: diámetro normal, altura total, nombre científico de la especie, edad y presencia / ausencia de daños (bióticos y abióticos).

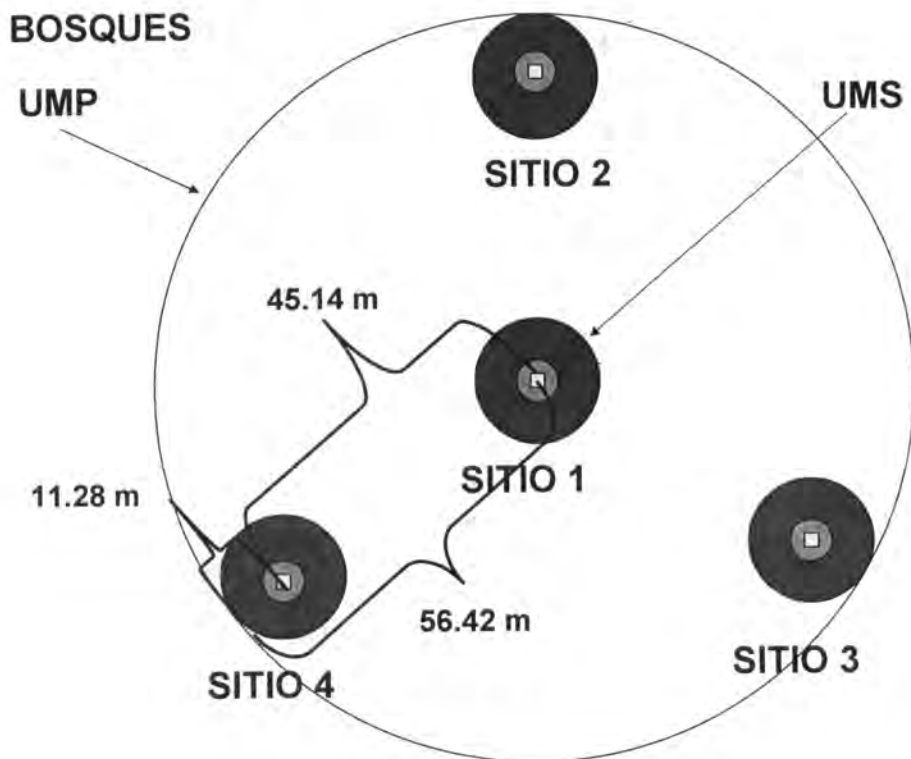
Se considera como UMP un área circular cuya superficie es de una hectárea (radio 56.42 m) porque es sencillo construir el marco de muestreo de UMP en un área forestal determinada cuando se usan UMP de esta dimensión; además es probable que no se gane precisión al considerar UMP de mayor tamaño; por otro lado, las parcelas grandes (plot) del Programa de inventario forestal y análisis (FIA) y del Sistema de vegetación actual (CVS) de Estados Unidos son también de 1 ha (Schreuder y Geissler, 1999).

Scott (1991) evaluó varias configuraciones de conglomerados en un estudio de optimización. Concluyó que un diseño en el que las unidades muestrales (0.017 ha) generan una Y invertida es el óptimo. Indicó que hay un ahorro de 18% en costos y puede ser observado en un día. El autor consideró siete características de interés forestal.

Velasco *et al.* (2004) mediante simulación de siete arreglos geométricos diferentes de UMS dentro de UMP (circulares de 1 ha) en los que se contabilizó el número de árboles y se determinó el área basal y el volumen; definieron que los mejores diseños, en términos del menor error relativo de muestreo, fueron en las UMS que forman una cruz y en el que las UMS constituyen una T horizontal; cuando las UMS conforman una Y invertida se presentó el error relativo de muestreo más alto; sin embargo, señalan que en ningún caso éste fue superior al 7%.

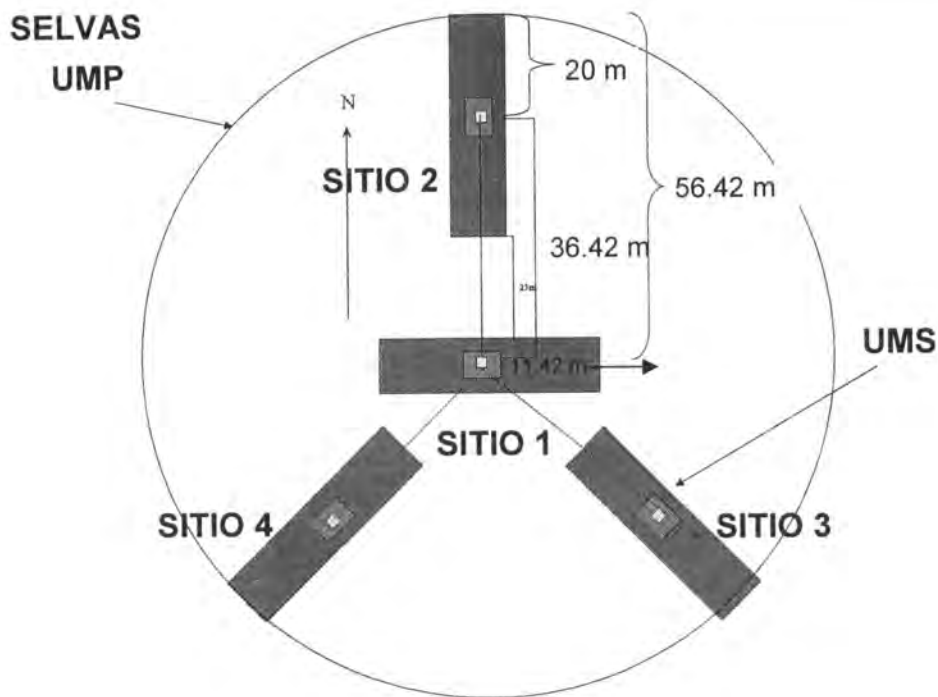
En los trabajos del inventario y monitoreo de los recursos naturales de Jalisco Talavera *et al.* (2001), utilizaron tres tamaños de conglomerados y de sitios, a saber: 1) conglomerados de 90 x 90 m, con sitios circulares de 100 m<sup>2</sup> (seis parcelas de muestreo de 5.64 m de radio), 2) conglomerados de 30 x 30 m con sitios circulares de 78.52 m<sup>2</sup> (se muestrearon cinco sitios de 5 m de radio) y 3) conglomerados de 150 x 150 m con 25 cuadros de 30 x 30 m (se muestrearon cuatro sitios circulares de 1000 m<sup>2</sup> dispuestos en forma de Y invertida). Este último diseño resultó ser el óptimo.

Un esquema de muestreo lo integran el diseño y los estimadores estadísticos



- Sitios de  $400 \text{ m}^2$  (radio = 11.28 m) para medir árboles con diámetro mayor de 7.5 cm.
- Sitios de  $12.57 \text{ m}^2$  (radio = 2 m) para registrar renuevo: elementos con D. N. < 7.5 cm y altura  $\geq 25$  cm.
- Sitios de  $1 \text{ m}^2$  (lado = 1 m) para registrar hierbas, helechos, musgos y líquenes.

Figura 1. Unidades de Muestreo Primarias (UMP) y Secundarias (UMS) para el Inventario Nacional Forestal 2000-2005 en bosques



- Sitios de  $400 \text{ m}^2$  ( $40 \times 10 \text{ m}$ ) para medir árboles con diámetro mayor de 7.5 cm.
- Sitios de  $12.57 \text{ m}^2$  ( $3.5 \times 3.5 \text{ m}$ ) para registrar renuevo: elementos con D. N. < 7.5 cm y altura  $\geq 25 \text{ cm}$ .
- Sitios de  $1 \text{ m}^2$  (lado = 1 m) para registro de hierbas, helechos, musgos y líquenes.

Figura 2. Unidades de Muestreo Primarias (UMP) y Secundarias (UMS) para el Inventario Nacional Forestal 2000-2005 en selvas.

necesarios para hacer las inferencias. Para el diseño descrito, no se han generado tales estimadores.

Por lo anterior, el objetivo de este trabajo es presentar los estimadores que se usarán en el cálculo de los diferentes parámetros señalados, para lo cual se considera que las poblaciones objeto de estudio "no son periódicas", en cuanto al valor de las variables evaluadas.

## **MATERIALES Y MÉTODOS**

### **Definición de la población objeto de estudio**

Las poblaciones en donde se hará la inferencia tienen una determinada superficie forestal y están definidas por la combinación de límites geopolíticos y de cobertura arbórea. Así, pueden ser de interés estimaciones en los bosques y selvas a nivel de cuenca hidrográfica o entidad federativa.

### **Identificación de los parámetros de interés forestal**

Por tratarse de un inventario nacional / regional los principales parámetros de interés son:

- Existencias maderables en bosques y selvas
- Área basal en bosques y selvas
- Densidad de árboles con diámetro normal mayor o igual a 7.5 cm en bosques y selvas
- Incremento medio anual en bosques (coníferas y coníferas-latifoliadas)
- Porcentaje de árboles dañados en pie en bosques y selvas
- Densidad de árboles con diámetro normal menor a 7.5 cm (renuevo) en bosques y selvas.

### **Determinación de los niveles jerárquicos de estimación**

La base cartográfica corresponde a la generada por el Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática, en la que la unidad básica de clasificación es la comunidad vegetal (INEGI, s/f), los niveles naturales de estimación son: substrato, estrato y ecosistema (Cuadro 1).

### **Identificación de supuestos**

Para derivar las varianzas de los estimadores se presupone independencia de las subpoblaciones en cada nivel de estimación.



Cuadro 1. Poblaciones de interés y los estratos y substratos definidos en cada una de ellas.

Ecosistema*	Estrato	Substrato	Comunidad vegetal	Clave**
Coníferas	No secundarias		Bosque de oyamel (incluye ayarín y cedro)	BASB
			Bosque de táscate	BJ
			Bosque de pino	BP
	Secundarias		Matorral de coníferas	MJ
			Bosque de oyamel (incluye ayarín y cedro) con vegetación secundaria arbustiva y herbácea	BASBVS
			Bosque de táscate con vegetación secundaria arbustiva y herbácea	BJSVS
			Bosque de pino con vegetación secundaria arbustiva y herbácea	BPVS
	Bosques	No secundarias	Matorral de coníferas con vegetación secundaria arbustiva y herbácea	MJVS
			Bosque de pino-encino (incluye encino-pino)	BPQ
			Bosque bajo abierto	BW
Coníferas - latifoliadas	Secundarias	Bosque de pino-encino (incluye encino-pino) con vegetación secundaria	BPQVS	
		Bosque bajo abierto con vegetación secundaria arbustiva y herbácea	BWVS	
		Bosque de encino	BQ	
		Bosque mesófilo de montaña	BM	
Latifoliadas	No secundarias	Bosque de encino con vegetación secundaria arbustiva y herbácea	BQVS	
		Bosque mesófilo de montaña con vegetación secundaria arbustiva y herbácea	BMVS	
	Secundarias	Selva alta y mediana perennifolia	SAMP	
		Selva alta y mediana subperennifoliá	SAMQ	
Altas y medianas	No secundarias	Selva mediana caducifolia y subcaducifolia	SMCS	
		Selva alta y mediana perennifolia con vegetación secundaria arbustiva y herbácea	SAMPVS	
	Secundarias	Selva alta y mediana subperennifolia con vegetación secundaria arbustiva y herbácea	SAMQVS	
		Selva mediana caducifolia y subcaducifolia con vegetación secundaria arbustiva y herbácea	SMCSVS	
Selvas	No secundarias	Selva baja caducifolia y subcaducifolia	SBCS	
		Selva baja espinosa	SBK	
Bajas	Secundarias	Selva baja caducifolia y subcaducifolia con vegetación secundaria arbustiva y herbácea	SBCSVS	
		Selva baja espinosa con vegetación secundaria arbustiva y herbácea	SBKVS	

\* Se considerará a nivel de región hidrológica y entidad federativa. \*\* Clave con base en INEGI (s/f).

Al construir los intervalos de confianza se asume que los estimadores se distribuyen de manera normal.

En muchos inventarios forestales es razonable considerar que el muestreo sistemático es aproximadamente equivalente al muestreo aleatorio (Zarnoch y Bechtold, 2000).

## Identificación de consideraciones

Al tomar como estimador la media global por UMS, y al suponer un muestreo aleatorio simple en ambas etapas, si además, la fracción de muestreo a nivel primario se ignora, la varianza estimada de este estimador puede expresarse en términos de la variabilidad de las UMP (Cochran, 1993). Así mismo, si en la segunda etapa el muestreo es sistemático, la varianza estimada de ese estimador, también se refiere sólo a la variabilidad entre las UMP (Sukhatme y Sukhatme, 1970).

Por lo regular no hay interés en la variabilidad entre las UMS en la rutina de cálculo de datos de inventario, de manera que la única fuente de variación es entre UMP (Scott y Bechtold, 1995; Bechtold y Zarnoch, 1999).

Al respecto, la UMP representa el agrupamiento físico de UMS muestreadas. Sin embargo, aun cuando una UMP en teoría se integra por un número fijo de UMS, dada la inaccesibilidad de algunas áreas forestales, debido a la topografía accidentada de los terrenos, o porque su acceso es restringido, es probable que algunas UMP tengan un número menor de tales unidades, lo que da lugar entonces a UMPs de tamaños diferentes, por lo que la estimación de los parámetros de interés basada en la media muestral no es recomendable desde el punto de la inferencia estadística, con el fin de garantizar resultados precisos se usa un estimador de razón, el cual incluirá las siguientes variables en el numerador de interés (volumen, por ejemplo) y en el denominador como variable auxiliar el área muestreada en la UMP. Este método posee la ventaja de proporcionar el cálculo directo por unidad de superficie, lo que permite la estimación del total casi de manera inmediata.

Dado que las UMP pueden tener diferente número de UMS, el estimador general que se presenta a continuación toma en cuenta un estimador de razón. Para su empleo, tanto para la variable de interés como en la auxiliar, se suman todos los datos de las UMS y se considera el dato al nivel de UMP. Un razonamiento similar es utilizado por Prodan *et al.* (1997) al mostrar un estimador del total por unidad de superficie mediante conglomerados sistemáticos.

## RESULTADOS

### Notación general

$A$  = Área forestal (ha) total de la población objeto de estudio

$A_h$  = Área forestal (ha) del estrato  $h$  de la población objeto de estudio,  
 $h = 1, \dots, L$

$A_{hh'}$  = Área forestal (ha) del subestrato  $h'$  del estrato  $h$  de la población objeto de estudio,  $h' = 1, \dots, L'$

$L$  = Número de estratos

$L'$  = Número de subestratos

En estas condiciones  $A$  puede expresarse de la siguiente manera:

$$A = \sum_{h=1}^L \sum_{h'=1}^{L'} A_{hh'}$$

$a_{hh'i}$  : Área forestal (ha) muestreada de la UMP  $i$  del subestrato  $h'$  del estrato  $h$  (variable auxiliar), la cual se obtiene al sumar las áreas de las UMS evaluadas en esa UMP, es decir:

$$a_{hh'i} = \sum_{j=1}^{m_i} a_{hh'ij}$$

Donde:

$a_{hh'ij}$  = Área de la UMS  $j$  de la UMP  $i$  del subestrato  $h'$  del estrato  $h$  (0.04 ha)

$m_i$  = 1, 2, 3 ó 4, es el número de UMS evaluadas en la UMP  $i$  (recuérdese que la UMP contiene idealmente cuatro UMS, pero por problemas prácticos se puede reducir el número de éstas)

Para la variable de interés a nivel de la unidad de muestreo:

$Y$  : Variable de interés en la población objeto de estudio (volumen, área basal, número de árboles)

$y_{hh'i}$  : Valor de la variable de interés de la UMP  $i$  del sustrato  $h'$  del estrato  $h$ , el cual está dado por la siguiente expresión:

$$y_{hh'i} = \sum_{j=1}^{m_i} y_{hh'ij}$$

Donde:

$y_{hh'ij}$  = Valor de la variable de interés de la UMS  $j$  de la UMP  $i$  del sustrato  $h'$  del estrato  $h$

$m_i$  = Definido con anterioridad

Para la variable de interés a nivel de la unidad de estudio (árbol):

$y_{hh'ijk}$  : Valor de la variable de interés del árbol  $k$  de la UMS  $j$  de la UMP  $i$  del sustrato  $h'$  del estrato  $h$

$t_{hh'ij}$  : Número de árboles evaluados en la UMS  $j$  de la UMP  $i$  del sustrato  $h'$  del estrato  $h$

Además, definase a:

$n_{hh'}$  : Número de UMP evaluadas en el sustrato  $h'$  del estrato  $h$ .

$N_{hh'}$  : Número de UMP de 0.16 ha potenciales en el sustrato  $h'$  del estrato  $h$ , cuando las cuatro UMS son medidas.

$f_{hh'}$  =  $\frac{n_{hh'}}{N_{hh'}}$  : Fracción de muestreo en el sustrato  $h'$  del estrato  $h$

### Estimador general

El estimador general, que permitirá obtener información por hectárea a nivel estrato ( $R_h$ ) y su varianza, se calculan mediante las expresiones (1) y (3), respectivamente:

$$\hat{R}_h = \frac{1}{A_h} \sum_{h'=1}^{L'} A_{hh'} * \hat{R}_{hh'} \quad (1)$$

Donde:

$$\hat{R}_{hh'} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{hh'}} y_{hh'i}}{\sum_{i=1}^{n_{hh'}} a_{hh'i}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{hh'}} \sum_{j=1}^{m_j} y_{hh'ij}}{\sum_{i=1}^{n_{hh'}} \sum_{j=1}^{m_j} a_{hh'ij}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{hh'}} \sum_{j=1}^{m_j} \sum_{k=1}^{l_{hh'jk}} y_{hh'ijk}}{\sum_{i=1}^{n_{hh'}} \sum_{j=1}^{m_j} a_{hh'ij}} \quad (2)$$

$$\hat{V}(\hat{R}_h) = \frac{1}{A_h^2} \sum_{h'=1}^{L'} A_{hh'}^2 * \hat{V}(\hat{R}_{hh'}) \quad (3)$$

De acuerdo con Cochran (1993):

$$\hat{V}(\hat{R}_{hh'}) = \frac{(1 - f_{hh'})}{n_{hh'}(n_{hh'} - 1)a_{hh'}^2} \left( \sum_{i=1}^{n_{hh'}} y_{hh'i}^2 - 2\hat{R}_{hh'} \sum_{i=1}^{n_{hh'}} y_{hh'i} a_{hh'i} + \hat{R}_{hh'}^2 \sum_{i=1}^{n_{hh'}} a_{hh'i}^2 \right) \quad (4)$$

Donde:

$$\bar{a}_{hh'} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{hh'}} a_{hh'i}}{n_{hh'}}$$

El estimador general proporciona información por hectárea a nivel ecosistema ( $R$ ), está dado en la expresión (5), misma que considera la superficie del ecosistema.

$$\hat{R} = \frac{1}{A} \sum_{h=1}^L \sum_{h'=1}^{L'} A_{hh'} * \hat{R}_{hh'} \quad (5)$$

Cuya varianza estimada se obtiene con la siguiente ecuación (6):

$$\hat{V}(\hat{R}) = \frac{1}{A^2} \sum_{h=1}^L \sum_{h'=1}^{L'} A_{hh'}^2 * \hat{V}(\hat{R}_{hh'}) \quad (6)$$

El total ( $Y_{hh}$ ) a nivel estrato se determina con la expresión:

$$\hat{Y}_h = \sum_{h'=1}^{L'} A_{hh'} * \hat{R}_{hh'} \quad (7)$$

La varianza estimada de (7) es:

$$\hat{V}(\hat{Y}_h) = \sum_{h'=1}^{L'} A_{hh'}^2 * \hat{V}(\hat{R}_{hh'}) \quad (8)$$

El total (Y) del ecosistema se calcula con la fórmula (9), que toma en cuenta un estimador de razón a nivel subestrato.

$$\hat{Y} = \sum_{h=1}^L \sum_{h'=1}^{L'} A_{hh'} * \hat{R}_{hh'} \quad (9)$$

Bajo la teoría del estimador de razón, la expresión (9) es un estimador simple o separado del total poblacional, ya que se forma al sumar las estimaciones de los totales del estrato y del subestrato, y tiene como ventaja ofrecer información de ambos niveles (Pérez, 2000).

La varianza estimada de (9) corresponde a:

$$\hat{V}(\hat{Y}) = \sum_{h=1}^L \sum_{h'=1}^{L'} A_{hh'}^2 * \hat{V}(\hat{R}_{hh'}) \quad (10)$$

El intervalo de confianza para Y, al 95% de confiabilidad, basado en  $\hat{Y}$  es:

$$\left[ \hat{Y} - 2 \left( \hat{V}(\hat{Y}) \right)^{0.5}, \hat{Y} + 2 \left( \hat{V}(\hat{Y}) \right)^{0.5} \right] \quad (11)$$

El número 2 de la expresión anterior obedece a que en una distribución normal, 95% de las observaciones está prácticamente comprendido entre dos desviaciones estándar por arriba y por abajo de la media.

El error de muestreo relativo (EMR) estimado es:

$$EMR (\%) = \frac{\left[ \hat{V}(Y) \right]^{0.5}}{\hat{Y}} * 100 \quad (12)$$

Ecuaciones similares a las (11) y (12) se definen para las estimaciones a nivel estrato.

### Estimadores del volumen, área basal, número de árboles e incremento

Las fórmulas anteriores son aplicadas para la estimación del volumen, área basal, número de árboles e incremento; basta con definir en cada caso, cómo se calcula el valor a nivel UMS, es decir,  $y_{hh'ij}$  de la ecuación (2).

#### Volumen maderable

El volumen de la UMS  $j$  es la suma de los volúmenes individuales de los árboles presentes en ella. De esta manera  $y_{hh'ij}$  se determina de la siguiente manera:

$$y_{hh'ij} = \sum_{k=1}^{i_{hh'ij}} y_{hh'ijk} \quad (13)$$

En donde,  $y_{hh'ijk}$  es el volumen de cada árbol y se obtiene a partir de una ecuación que incluya como variables independientes el diámetro normal y la altura total, que son medidos en cada árbol existente en la muestra.

#### Área basal

El área basal de la UMS  $j$  es la suma de las áreas basales individuales de los árboles presentes en ella. Así  $y_{hh'ij}$ .

$$y_{hh'ij} = \sum_{k=1}^{i_{hh'ij}} y_{hh'ijk} \quad (14)$$

En donde,  $y_{hh'ijk}$  es el área basal de cada árbol suponiendo una forma circular del mismo a la altura de 1.30 m a partir del suelo, para su cálculo se usa el diámetro normal medido.

### Número de árboles

El número de árboles de la UMS  $j$  es el total de los individuos arbóreos que crecen en ella. Por lo que:

$$y_{hh'ij} = \sum_{k=1}^{t_{hh'ij}} y_{hh'ijk} \quad (15)$$

En donde,  $y_{hh'ijk} = 1$  sirve para contabilizar el árbol  $k$  de la UMS  $j$  de la UMP  $i$  del sustrato  $h'$  del estrato  $h$ .

La expresión (15) es útil para la evaluación de árboles y de renuevo.

### Incremento

En virtud de que sólo se registra la edad, en el mejor de los casos, de los tres árboles de coníferas más cercanos al centro de la UMS de 400 m<sup>2</sup>, para estimar el incremento medio anual (IMA), el valor de  $y_{hh'ij}$  se determina con la siguiente fórmula:

$$y_{hh'ij} = \frac{\sum_{k=1}^{t_{hh'ij}} y_{hh'ijk} I_{hh'ijk}}{\sum_{k=1}^{t_{hh'ij}} z_{hh'ijk} I_{hh'ijk}} * t_{hh'ij}'' \quad (16)$$

$$\sum_{k=1}^{t_{hh'ij}} I_{hh'ijk}$$

Donde:

$y_{hh'ijk}$  = Volumen de la conífera  $k$  de la UMS  $j$  de la UMP  $i$  del sustrato  $h'$  del estrato  $h$



- $z_{hh'ijk}$  = Edad (años) de la conífera  $k$  de la UMS  $j$  de la UMP  $i$  del substrato  $h'$  del estrato  $h$
- $I_{hh'ijk}$  = 1, si es una conífera  $k$  cercana al centro de la UMS  $j$  de la UMP  $i$  del substrato  $h'$  del estrato  $h$  y se le registró su edad
- $I_{hh'ijk}$  = 0, si no cumple con lo anterior
- $t_{hh'ij}$  = 3, número de coníferas cercanas al centro de la UMS  $j$ , a las cuales se les debería tomar la edad (UMS  $j$  de la UMP  $i$  del substrato  $h'$  del estrato  $h$ )
- $t_{hh'ij}$  = Número de coníferas de la UMS  $j$  de la UMP  $i$  del substrato  $h'$  del estrato.

### Estimador del porcentaje de árboles dañados en pie

Los árboles pertenecientes a una de las UMS de 400 m<sup>2</sup> pueden ser analizados en forma independiente respecto a la presencia o ausencia de daño causado por los siguientes factores: humano directo, plantas parásitas, incendios, insectos, vientos, enfermedades, roedores, pastoreo, aprovechamientos forestales y rayos.

Si un individuo está afectado por dos o más agentes, sólo se registra el factor principal.

El parámetro de interés por estimar corresponde al porcentaje de árboles dañados por cada uno de los factores señalados. El estimador que se utiliza considera el cociente de la estimación del número de árboles que presentaron daños respecto al número total de árboles. A continuación se describe la notación usada:

Para los árboles que presentan algún daño específico:

$x_{hh'i}$  : Número de árboles con algún daño específico en la UMP  $i$  del substrato  $h'$  del estrato  $h$  y está dado por:

$$x_{hh'i} = \sum_{j=1}^{m_i} x_{hh'ij}$$

Donde:

$x_{hh'ij}$  = Número de árboles con algún daño en la UMS  $j$  de la UMP  $i$  del substrato  $h'$  del estrato  $h$

Árboles en la unidad de muestreo:

$y_{hh'i}$  = Número de árboles presentes en la UMP  $i$  del substrato  $h'$  del estrato  $h$

$$y_{hh'i} = \sum_{j=1}^{m_i} y_{hh'ij}$$

Donde:

$y_{hh'ij}$  = Número de árboles presentes en la UMS  $j$  de la UMP  $i$  del substrato  $h'$  del estrato  $h$

Para estimar el porcentaje de árboles dañados por algún factor específico a nivel estrato se usa el siguiente estimador:

$$\hat{R}_h = \left( \frac{\sum_{h'=1}^{L'} A_{hh'} * \hat{R}_{xhh'}}{\sum_{h'=1}^{L'} A_{hh'} * \hat{R}_{yhh'}} \right) * 100 \quad (17)$$

Donde:

$$\hat{R}_{xhh'} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{hh'}} x_{hh'i}}{\sum_{i=1}^{n_{hh'}} a_{hh'i}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{hh'}} \sum_{j=1}^{m_i} x_{hh'ij}}{\sum_{i=1}^{n_{hh'}} \sum_{j=1}^{m_i} a_{hh'ij}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{hh'}} \sum_{j=1}^{m_i} \sum_{k=1}^{l_{hh'ij}} x_{hh'ijk}}{\sum_{i=1}^{n_{hh'}} \sum_{j=1}^{m_i} a_{hh'ij}} \quad (18)$$

$x_{hh'ijk} = 1$ , si el árbol  $k$  de la UMS  $j$  de la UMP  $i$  del substrato  $h'$  del estrato  $h$  está dañado por algún factor específico

$x_{hh'ijk} = 0$ , si no se cumple lo anterior

$$\hat{R}_{yhh'} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{hh'}} y_{hh'i}}{\sum_{i=1}^{n_{hh'}} a_{hh'i}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{hh'}} \sum_{j=1}^{m_i} y_{hh'ij}}{\sum_{i=1}^{n_{hh'}} \sum_{j=1}^{m_i} a_{hh'ij}} = \frac{\sum_{i=1}^{n_{hh'}} \sum_{j=1}^{m_i} \sum_{k=1}^{l_{hh'ij}} y_{hh'ijk}}{\sum_{i=1}^{n_{hh'}} \sum_{j=1}^{m_i} a_{hh'ij}} \quad (19)$$

$y_{hh'ijk} = 1$ , sirve para contabilizar el árbol  $k$  de la UMS  $j$  de la UMP  $i$  del substrato  $h'$  del estrato  $h$

Para estimar el porcentaje de árboles dañados por algún factor específico a nivel ecosistema se utiliza el siguiente estimador:

$$\hat{R} = \left( \frac{\sum_{h=1}^L \sum_{h'=1}^{L'} A_{hh'} * \hat{R}_{xhh'}}{\sum_{h=1}^L \sum_{h'=1}^{L'} A_{hh'} * \hat{R}_{yhh'}} \right) * 100 \quad (20)$$

## CONCLUSIONES

Se presenta un estimador general, el cual es de fácil manejo para la obtención del volumen, área basal, número de árboles e incremento maderable, tanto a nivel de estrato como de ecosistema forestal. Para tal efecto se consideró un diseño de muestreo estratificado sistemático por conglomerados en dos etapas.

Dado que los estimadores referidos toman en cuenta un estimador de razón, en donde la variable auxiliar es la superficie evaluada en cada unidad de muestreo primaria, la obtención del valor unitario al nivel substrato resulta inmediata.

Se propone un estimador para obtener los porcentajes de daños a los árboles, mismo que considera la razón del total de árboles dañados por algún agente específico respecto al total de árboles presentes.

La principal ventaja del estimador de razón estratificado separado es la obtención de estimaciones a nivel ecosistema, estrato y substrato.

El conocimiento de los estimadores referidos permitirá automatizar procesos computacionales para analizar una gran cantidad de información, lo cual es común que se tenga cuando las poblaciones objeto de estudio están definidas a nivel entidad federativa o cuenca hidrográfica.

## REFERENCIAS

- Bechtold, W. A. and S. J. Zarnoch. 1999. Field methods and data processing techniques associated with mapped inventory plots. *In*: Aguirre-Bravo, C. y C. Rodríguez F. (Comp.); North American Science Symposium: Toward an unified framework for inventorying and monitoring forest ecosystem resources. USDA-Forest Service. Fort Collins, CO. USA. pp. 421-424.
- Cochran, W. G. 1993. Técnicas de muestreo. Compañía Editorial Continental. México. 513 p.
- Food and Agriculture Organization (FAO). 2000. World forest survey: Concept Paper, Working Paper 28. Forestry Department. Rome, Italy. 30 p.
- Food and Agriculture Organization (FAO). 2004. Inventarios en bosques tropicales húmedos. <http://www.fao.org/docrep/k0050S/k0050s06.htm>. (11/agosto/2004).
- Instituto Nacional de Estadística, Geografía e Informática (INEGI). s/f Guía para la Interpretación de información cartográfica impresa y digital de uso de suelo y vegetación. 101 p.
- Lohr, S. L. 2000. Muestreo: diseño y análisis. International Thomson Eds. México. 480 p.
- Ministerio de Ganadería, Agricultura y Pesca (MGAP) 2004. Inventario forestal nacional. <http://www.mgap.gub.uy/Forestal/Inventario.htm>. (11/agosto/2004).
- Méndez R., I., G. Eslava G. y P. Romero M. 2004. Conceptos básicos de muestreo. UNAM. México. 130 p.
- Pérez L., C. 2000. Técnicas de muestreo estadístico. Teoría, práctica y aplicaciones informáticas. Alfaomega Grupo Editor. México. 603 p.
- Prodan, M. V., R. Peters, F. Cox y P. Real. 1997. Mensura forestal. Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA). San José, Costa Rica. 561 p.
- Scheaffer, R. L., W. Mendenhall y L. Ott. 1987. Elementos de muestreo. Trad. por Rendón S., G. y J. R. Gómez A. Grupo Editorial Iberoamérica. México. 321 p.
- Schreuder, H. T. and P. H. Geissler. 1999. Plot designs for ecological monitoring of forest and range. *In*: Aguirre-Bravo, C. y C. Rodríguez F. (Comp.);

- North American Science Symposium: Toward an unified framework for inventorying and monitoring forest ecosystem resources. USDA-Forest Service. Fort Collins, CO. USA. pp.180-185.
- Schreuder, H. T., M. S. Williams, C. Aguirre-Bravo and P. L. Patterson, 2003. Statistical strategy for inventorying and monitoring the ecosystem resources of the Mexican States of Jalisco and Colima at multiple scales and resolutions levels. Forest Service-USDA. General Technical Report RMRS-GTR-107. USA. 15 p.
- Schreuder, H. T., R. Ernst and H. Ramírez M. 2004. Statistical techniques for sampling and monitoring natural resources. Forest Service-USDA. General Technical Report RMRS-GTR-126. USA. 111 p.
- Scott, C. T. 1991. Optimal design of a plot cluster for monitoring. *In*: Rennolls K. y G. Gertner (Eds.): The optimal design of forest experiments and forest surveys. IUFRO, The University of Greenwich. pp. 233-242.
- Scott, C. T. 1998. Sampling methods for estimating change in forest resources. *Ecological Applications*, 8(2), pp. 228-233.
- Scott, C. T. and W. A. Bechtold. 1995. Techniques and computations for mapping plot clusters that straddle stand boundaries. *For. Sci. Monogr.* 31:46-61.
- Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos (SARH). 1992. Inventario nacional forestal de gran visión. México 1991-1992. Reporte Principal. México. 53 p.
- Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos (SARH). 1994. Inventario nacional forestal periódico 1992-1994. México. 81 p.
- Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (SEMARNAT). 2002. Muestreo y procesamiento de información de campo del inventario nacional forestal 2000-2002. Primera Etapa. Regiones hidrológicas Lerma-Santiago y Pánuco. México. 53 p.
- Sukhatme, P. V. and B. V. Sukhatme. 1970. Sampling theory of surveyys with applications. Iowa State University Press. USA. 452 p.
- Talavera Z., E., L. A. Alonso T., J. G. Flores G. y A. Martínez M. 2001. Efecto del tamaño del sitio en la precisión de inventarios forestales. *Tu bosque* 26:12-15.
- Van Hees, W. W. S. 2002. A comparison of two estimates of standard error for a ratio-of-means estimator for a mapped-plot sample design in Southeast Alaska. *Research Note*. Forest Service-USDA. 9 p.
- Velasco B., E., F. Moreno S. y R. Rodríguez P. 2004. Comparación de siete diseños de unidades de muestreo secundarias en inventarios forestales. *Cien. For. en Méx.* Vol. 27(92):29-51.
- Zarnoch, S. J. and W. A. Bechtold. 2000. Estimating mapped-plot forest attributes with ratios of means. *Can. J. For. Res.* 30:688-697.