

COMPORTAMIENTO DE DOS MÉTODOS EN LA PREDICCIÓN Y REPRESENTACIÓN GRÁFICA DEL ÍNDICE DE SITIO

Salvador Madrigal Huendo¹, Julián Moreno Chan²
e Ignacio Vázquez Collazo³

RESUMEN

La productividad de los terrenos forestales está influida, en gran parte, por la calidad del sitio o calidad de estación, que se estima mediante la máxima cosecha de madera que el bosque produce en determinado tiempo. Con frecuencia ha sido evaluada por medio de procedimientos indirectos como el Índice de Sitio (IS), que se deriva de la adaptación de las curvas de crecimiento de las variables edad-altura de una tabla de rendimiento normal. Los modelos de crecimiento son cruciales para la planificación del manejo forestal. La definición de las funciones matemáticas que representen adecuadamente el crecimiento de los árboles requiere del ensayo de varios modelos y métodos de ajuste, a fin de encontrar los que mejor ilustren el conjunto de datos en cada caso particular. Con el objeto de generar curvas polimórficas de índice de sitio para *Pinus pseudostrabus* en la región Hidalgo-Zinapécuaro, Michoacán, se utilizaron los métodos de predicción de parámetros y de la diferencia algebraica, así como los modelos de Schumacher y Chapman-Richards y datos de 51 análisis troncales de árboles dominantes. Todos ellos fueron comparados con base en su ajuste estadístico y la fidelidad para representar los datos. Los resultados indican que los modelos generados con el método de la diferencia algebraica tuvieron un excelente desempeño estadístico, pero mostraron deficiencias para graficar los datos. Los modelos desarrollados con el método de predicción de parámetros lograron un ajuste estadístico aceptable y una mayor fidelidad para expresar la tendencia de los valores observados.

Fecha de recepción: 19 de febrero de 2002

Fecha de aceptación: 25 de julio de 2005.

¹ Campo Experimental Uruapan, Centro de Investigación Regional Pacífico Centro, INIFAP. Correo-e: madrigal.salvador@inifap.gob.mx

² Universidad de Nueva Zelanda.

³ Campo Experimental Uruapan, Centro de Investigación Regional Pacífico Centro, INIFAP.

Palabras clave: Calidad de estación, curvas polimórficas, índice de sitio, modelos estadísticos, *Pinus pseudostrabus*, regresión.

ABSTRACT

The productivity of forested lands is influenced, mainly, by the site or stand quality that is determined through the highest wood harvest that a forest produces at a time. Frequently it has been assessed through indirect methods such as the Site Index (SI) that comes from the adaptation of the height-age variables growth curves of normal yield tables. Growth models are crucial for forest management planning. The definition of mathematical functions that show tree growth correctly needs the support of several methods and models in order to find those that fairly represent the group of data in each particular case. In order to generate polymorphic site index curves for *Pinus pseudostrabus* in the Hidalgo-Zinapécuaro region in the state of Michoacán, the parameter prediction and algebraic difference methods were used as well as the Schumacher and Chapman-Richards models. Height-age data were provided by 51 felled dominant trees. Both methods and models were compared on the basis of their statistical fitness and accuracy to represent the data. Results show that the models formulated with the algebraic difference method had an excellent statistical fitness but were deficient in representing the data. In contrast, the models developed with the parameter prediction method were statistically sound and accurate for data representation.

Key words: Site quality, polymorphic curves, site index, statistical models, *Pinus pseudostrabus*, regression.

INTRODUCCIÓN

Los modelos de crecimiento son cruciales para la planificación del manejo forestal a cualquier nivel, dentro del cual, proyectar el incremento y rendimiento de los rodales individuales es un prerrequisito. Por lo tanto, los prestadores de servicio necesitan tener cierto conocimiento de la ubicación y las existencias de cada uno de los bienes y servicios generados en ellos, así como del medio y de los atributos de las masas arboladas, a fin de lograr una producción sostenida. Es importante destacar los que proporcionan información sobre el espacio disponible para el desarrollo de los árboles, la productividad de los sitios, los rendimientos y algunos otros factores que contribuyan a la prescripción de tratamientos silvícolas.

La búsqueda de una sustentabilidad de los ecosistemas forestales templados ha provocado cambios significativos en las prácticas de manejo. Por tal motivo, es conveniente incorporar herramientas dasométricas que permitan al administrador forestal identificar y considerar otros elementos de forma simultánea en el

espacio y en el tiempo que faciliten la toma de decisiones, tales como los niveles de producción de madera, así como las actividades silvícolas que permitan mantener las condiciones deseables en cada uno de los rodales.

La productividad forestal está determinada en gran parte, por la calidad del sitio o de estación, que se estima mediante la máxima cosecha de madera que el bosque produce en un tiempo determinado. La calidad de estación ha sido evaluada con frecuencia por medio de procedimientos indirectos como el Índice de Sitio (IS), el cual procedía de la adaptación de datos edad-altura de curvas de crecimiento de una tabla de rendimiento normal. Es difícil encontrar rodales puros coetáneos, de densidad completa y de diferentes edades, por lo que en la actualidad, la información se obtiene mediante análisis troncales de individuos presentes en terrenos, sitios o localidades, con características distintas.

La elaboración de las curvas de índice de sitio ha evolucionado de manera notable en las últimas décadas, ya que los métodos gráficos y cálculos manuales prácticamente han desaparecido, para dar paso a las técnicas de regresión con el apoyo del cómputo electrónico. Dado el gran número de modelos existentes, para calcular el índice de sitio y los que se pueden derivar por medio de las diferentes opciones para su ajuste estadístico, a través de un estudio comparativo se podrá definir cuál de ellos es el apropiado, bajo ciertas condiciones y necesidades. Con este propósito y tomando en cuenta lo anterior, en el presente trabajo se plantea la comparación de los modelos sigmoidales Schumacher (1939) y Chapman-Richards (1959, 1961) bajo las siguientes consideraciones: exactitud y precisión en los resultados y el de menor número de parámetros.

Sin embargo, la fijación de las funciones matemáticas que representen adecuadamente el crecimiento en altura y en general, el crecimiento de los árboles, no es un proceso automático, ya que requiere del ensayo de varios modelos y métodos de ajuste, a fin de encontrar aquellos que mejor reflejen el conjunto de datos considerados en cada caso particular.

La administración de la producción maderable requiere modelar el crecimiento de los árboles y las masas forestales; la variable dasométrica más frecuente en estos trabajos es la altura de los árboles dominantes y codominantes, la cual tiene una fuerte relación con la capacidad productiva de una localidad, además, de ser la menos afectada por la densidad; por ello puede usarse para estimar la calidad de sitio en rodales coetáneos de densidad variable (Curtis, 1964; Spurr y Barnes, 1980; Clutter *et al.*, 1983; Madrigal, 1995; Quiñónez, 1995; Madrigal y Ramírez, 1996).

Por lo tanto, el Índice de Sitio (IS) se define como la altura promedio que alcanzan los árboles dominantes de un rodal a una edad base (Spurr, 1952; Curtis, 1964; Clutter *et al.*, 1983), establecida con base en la velocidad de

crecimiento de las especies o del turno (Spurr y Barnes, 1980). Este concepto también se ha interpretado como la relación entre la altura y la edad de un rodal o árbol individual, utilizada para evaluar la productividad de los terrenos forestales (Clutter *et al.*, 1983; Zepeda y Rivero, 1990), la cual se puede establecer mediante una representación gráfica y con el ajuste de modelos empíricos, en los que el crecimiento en altura se toma como la respuesta de un sistema complejo, que se asocia básicamente a la edad de los árboles (Ramírez 1994).

El Índice de Sitio implica el desarrollo de un conjunto de curvas, que describen patrones de crecimiento en altura durante la vida del rodal, cada una con un valor numérico o cualitativo asignado, de acuerdo a la altura alcanzada a una edad de referencia o edad base (Stage, 1963; Madrigal, 1995; Quiñónez, 1995; Madrigal, 2002). La construcción de curvas de índice de sitio puede realizarse por métodos gráficos o analíticos. Los primeros consisten en ilustrar la tendencia promedio de un conjunto de árboles a través de curvas trazadas en forma manual en un sistema de coordenadas edad-altura (Curtis, 1964); los segundos tienen las ventajas de eliminar cualquier sesgo personal en el trazo de las curvas y la posibilidad de probar la bondad de ajuste de modelos matemáticos diversos, para un mismo grupo de datos (Stage, 1963; Curtis, 1964; Carmean, 1972; Spurr y Bares, 1982; Madrigal, 1995; Quiñónez, 1995; Madrigal y Ramírez, 1995; De la Fuente, 2001; Quiñónez *et al.*, 2001; Madrigal, 2002). Cuando se determinan índices de sitio, mediante el ajuste de modelos se pueden generar dos tipos de familias de curvas: las anamórficas y las polimórficas.

Las curvas anamórficas se caracterizan por ser proporcionales entre sí y por presentar la misma pendiente, lo que hace que tengan la misma forma haciendo implícito el parámetro de posición (Clutter *et al.*, 1983; Avery y Burkhart, 1983). Lo anterior significa que la tasa de crecimiento sea proporcional para todas las calidades de sitio (Avery y Burkhart, 1983; Curtis, 1964; Spurr y Barnes, 1980). Se construyen fundamentalmente por medio de la técnica de la curva guía, la cual puede ser obtenida de modo gráfico o mediante procedimientos de regresión.

Las curvas polimórficas son familias de curvas que presentan diferente forma para cada calidad de sitio haciendo implícito el parámetro de escala y/o forma (Avery y Burkhart, 1983). Son conjuntos de líneas con pendientes variables, que por lo general no son proporcionales, no dependen unas de otras y sus puntos de inflexión ocurren en distintas edades (Clutter *et al.*, 1983; Zepeda y Rivero, 1990).

Dentro de los métodos analíticos para el ajuste de curvas de índice de sitio se han usado las siguientes técnicas: curva guía que se utiliza, en esencia, para generar curvas de tipo anamórfico; la diferencia algebraica, tanto para éstas como para las polimórficas; y la predicción de parámetros para ajustar principalmente estas últimas, empleando como la técnica anterior, observaciones

sucesivas, por lo que es necesario disponer de información de parcelas permanentes o de análisis troncales.

La mayoría de las especies forestales presentan patrones de crecimiento en altura de tipo polimórfico, debido a las características locales en suelo, clima y topografía. Esto hace necesario desarrollar este tipo de curvas, que reflejen los tipos de crecimiento en todo el intervalo de sitios donde se distribuye la especie (Carmean, 1970).

Las curvas polimórficas pueden ser desarrolladas mediante dos procedimientos generales:

1) Método de predicción de parámetros. Bajo este enfoque metodológico la altura (variable dependiente) se pronostica en función del índice de sitio y la edad (variables predictoras). Los silvicultores de Norteamérica lo aplicaron como primer método para la construcción de curvas polimórficas de índice de sitio (Beck, 1971; Carmean, 1972; Clutter *et al.*, 1983).

2) Método de la diferencia algebraica. Su planteamiento original fue propuesto por Bailey y Clutter (1974). A diferencia del anterior, en este caso no se utiliza el índice de sitio como variable predictora. La altura es expresada en función de mediciones sucesivas de edad y altura en el mismo individuo; las curvas generadas con este método no varían por la edad base y las alturas consideradas, que en teoría son iguales a los índices de sitio cuando esta edad ocurre; ambas características no se toman en cuenta con los modelos generados por el método anterior.

Con el fin de comparar la eficiencia de los métodos descritos, el presente estudio se concentró en *Pinus pseudostrobus* Lindl. en la región Hidalgo-Zinapécuaro, del oriente del Estado de Michoacán porque dicha especie es la más importante tanto por su abundancia como por su valor comercial basado en la calidad de su madera. Los objetivos fueron los siguientes:

- Determinar los índices de sitio para ser utilizada como herramienta práctica para el manejo de los bosques de la zona.
- Comparar dos métodos de construcción de curvas de índice de sitio con base en el ajuste estadístico y la fidelidad con que representen los datos.
- Definir la metodología más confiable para este estudio en particular.

La Zona de Estudio

Se trabajó en los municipios de Hidalgo y Zinapécuaro, ubicados parcialmente en los sistemas fisiográficos de Los Azufres y Agostitlán en el oriente de Michoacán que fueron seleccionados por su importancia en la productividad de madera y resina. Tienen rasgos topográficos y climáticos bien definidos (SDAF - Dirección

Forestal, 1995). En su conjunto, dichos sistemas abarcan una superficie total aproximada de 117,395 ha y se localizan entre los meridianos $100^{\circ} 28' 5''$ y $100^{\circ} 48' 40''$ de longitud Oeste, y entre los paralelos $19^{\circ} 20' 20''$ y $19^{\circ} 54' 28''$ de latitud Norte (Figura 1).



Figura. 1 Ubicación del área de estudio.

Los climas predominantes son el templado subhúmedo con lluvias en verano y el semifrío húmedo con abundantes lluvias en verano. El primero de ellos se presenta en altitudes entre 1800 y 2700 msnm; la precipitación anual es de 741 a 959 mm, mientras que la temperatura promedio anual oscila entre 14.5 y 18°C . El segundo tipo climático se localiza en elevaciones superiores a los 2500 msnm, con una temperatura media al año de 9.7 a 10.6°C y una precipitación total entre 1300 a 1600 mm, aunque pueden detectarse variaciones locales significativas.

En el área son frecuentes los suelos de origen volcánico, principalmente los andosoles, litosoles y luvisoles. Estos tipos de suelos son muy ligeros, esponjosos, con texturas de migajón arenoso, arena migajonosa y franca, lo que proporciona una permeabilidad alta y un drenaje rápido y moderado; son ligeramente ácidos y ricos en materia orgánica (INEGI, 1985).

La importancia forestal de área es notable, ya que se ha caracterizado por la mayor actividad en cuanto al uso y aprovechamiento de los recursos maderables y no maderables de Michoacán. De acuerdo al inventario forestal, los bosques de la región reúnen las mayores existencias volumétricas, que son superiores a 500 m³/ha, así como incrementos de hasta 10 m³/ha/año (SDAF, 1995).

Las masas arboladas se caracterizan por presentar, en la mayoría de los casos, dos niveles verticales bien definidos: un piso superior conformado por *Pinus pseudostrobus* y/o *Abies religiosa* (HBK.) Schltdl. et Cham. (oyamel), y un piso inferior por especies de *Quercus* L. y *Alnus* spp. A mayores altitudes es posible encontrar poblaciones puras de oyamel y a medida que disminuye, aparecen masas mixtas de *P. pseudostrobus*, *P. montezumae* Lamb. y *P. douglasiana* Martínez mezcladas con especies de *Quercus*, *Alnus* y *Arbutus* spp., con una escasa presencia de oyamel.

MATERIALES Y MÉTODOS

Obtención de información

Se seleccionaron los árboles dominantes de *Pinus pseudostrobus* en todas las condiciones de crecimiento de la especie, para garantizar la utilización del método de índice de sitio como indicador de la productividad. Se derribaron y seccionaron 51 ejemplares para análisis troncal distribuidos en 15 localidades o parajes (Cuadro 1), de los que se obtuvieron 920 pares de observaciones altura-edad en total.

Cuadro 1. Distribución de las localidades (parajes) y árboles muestra por sistema fisiográfico.

Sistema Fisiográfico	Número de Parajes	Número de Árboles
Los Azufres	5	13
Agostitlán	10	38
Totales	15	51

Para la asignación de las clases de índice de sitio se trabajó con la dispersión de las observaciones altura-edad; se establecieron los 50 años como base para la especie y el área de estudio (Madrigal, 1995), que equivale al turno comercial; el rango de alturas fue de 25.63 a 42.07 m (Figura 2). A los 51 años se observaron alturas de hasta 44.53 m, por lo que se decidió fijar el intervalo de 26 y 44 m a la edad de 50 años y dividirlo en 5 de 4 m, como se muestra en el Cuadro 2.

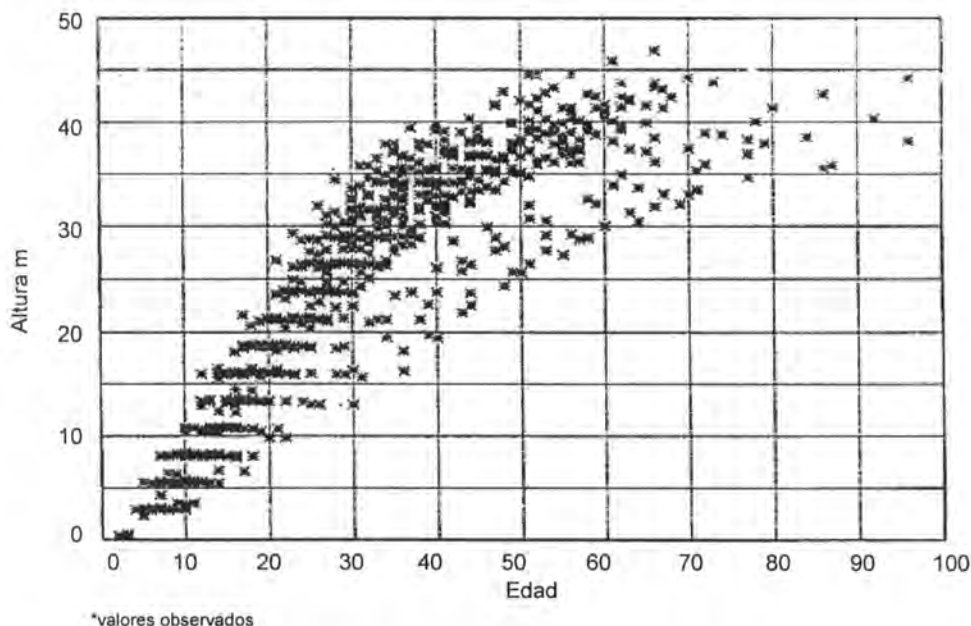


Figura 2. Dispersión de pares de observaciones altura-edad de *Pinus pseudostrobus* del área de estudio.

Cuadro 2. Índices de sitio e intervalos de altura.

Índice de sitio	Intervalos de altura m
26	24 - 28
30	28 - 32
34	32 - 36
38	36 - 40
42	> 40

Modelos para el Ajuste

Se realizó a partir de la aplicación de dos métodos de construcción de curvas de índice de sitio a fin de seleccionar al de mejor desempeño estadístico y mayor capacidad para representar los datos. Asimismo, se comparó la bondad de ajuste de los modelos de Schumacher (1939) y Chapman-Richards (1959 y 1961) utilizando ambos métodos.

$$\text{Modelo Schumacher} \quad H = \beta_0 e^{-\beta_1 E^{-1}}$$

$$\text{Modelo de Chapman-Richards} \quad H = \beta_0 \left[1 - e^{(-\beta_1 E)} \right]^{\beta_2}$$

Donde:

H = altura de los árboles dominantes y codominates

e = base de los logaritmos naturales.

E = edad

$\beta_{0,1,2}$ = parámetros a ser obtenidos por regresión no lineal.

Para el método de predicción de parámetros, la secuencia empleada del proceso consistió de tres fases generales: 1) ajuste de modelos por mínimos cuadrados y cálculo de un Índice de Sitio (IS) a cada árbol y sitio en forma individual; 2) identificación de las relaciones funcionales entre parámetros e IS y 3) sustitución de las funciones en (2) en el modelo original para obtener las expresiones con los parámetros de dicho modelo y proceder a su ajuste final. Los criterios de evaluación de los modelos fueron: suma de cuadrados de los residuales (reducidos), coeficientes de variación e intervalos de confianza de los parámetros de regresión, los valores de la pseudo r^2 (cercano a uno) y el mayor valor de F calculada.

En el caso del método de la diferencia algebraica, el proceso es más simple, ya que solamente se requirió obtener las formulaciones polimórficas de los modelos mencionados con anterioridad, a partir de procedimientos algebraicos. Dichas expresiones fueron ajustadas a la totalidad de datos altura-edad.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Método de predicción de parámetros

En la primera fase, los resultados del análisis de regresión mostraron un buen ajuste del modelo de Chapman-Richards para los datos agrupados por árbol y sitio (Cuadro 3); en contraste, el modelo de Schumacher indicó bajo ajuste estadístico, por lo que se eliminó de las siguientes etapas del proceso.

Posteriormente, con los parámetros β_0 , β_1 , β_2 del modelo original, específicos a cada árbol y sitio, y los índices de sitio calculados, se determinaron las funciones que indicaron en forma adecuada la relación entre ambos conjuntos de variables. Éstas se incluyeron en la ecuación original del primer modelo de modo que cada característica quedó redefinida y manifiesta en términos del índice de sitio.

Con lo anterior se obtuvieron dos expresiones 'reparametrizadas', una para el tipo de ajuste por árbol y otra por sitio, mismas que se incorporaron a la totalidad de datos altura-edad-índice de sitio mediante el procedimiento NLIN (no lineal) y método DUD (no uso de derivadas) del sistema de cómputo estadístico SAS (Statistical Analysis System).

Los modelos derivados del ajuste por árbol, presentaron valores más bajos en las sumas de cuadrados de los residuales, pseudo r^2 más altos, al igual que las F calculadas. Así mismo, los intervalos asintóticos de confianza y los coeficientes de variación de los parámetros fueron menores para los modelos derivados del ajuste por árbol, por lo que se consideró el más adecuado para los datos de este trabajo. El modelo para las curvas polimórficas de índice de sitio bajo este método fue el siguiente:

$$H = (32.97515 + 0.335788IS)[1 - e^{-(0.016713 + 0.001741IS)E}]^{(1.05291 + 0.025547IS)}$$

Donde:

H = altura dominante

IS = índice de sitio

e = base de logaritmos naturales.

Método de la diferencia algebraica

Las formulaciones polimórficas de los modelos de Schumacher y Chapman-

Cuadro 3. Resultados de la reparametrización final del modelo Chapman-Richards con ajustes por árbol y sitio.

Tipo de ajuste	GL	SCR	Pseudo r^2	F calc.	Parámetro	Valor	Intervalo de confianza asintótico		CV %
							Inf.	Sup.	
árbol	869	2884.42	0.979	28025.43	β_1	32.975	27.91726	38.03304	7.81
					β_2	0.3358	0.201124	0.470450	20.43
					β_3	-0.0017	-0.027660	-0.005766	33.36
					β_4	0.0017	0.001429	0.002053	9.07
					β_5	1.0529	0.506497	1.599323	26.44
					β_6	0.0255	0.010681	0.040413	29.63
sitio	869	4509.42	0.968	17874.42	β_1	26.9969	18.54189	35.452099	15.96
					β_2	0.47058	0.248310	0.692855	24.06
					β_3	-0.0171	-0.037990	0.003826	62.39
					β_4	0.00182	0.001262	0.002373	15.51
					β_5	0.66133	-0.232767	1.595417	68.35
					β_6	0.03713	0.012590	0.012411	33.91

GL = Grados de libertad, SCR = Suma de cuadrados residual, CV = Coeficiente de variación.

Richards también fueron ajustadas por el mismo procedimiento seguido en las ecuaciones parametrizadas. Los resultados de la regresión indican ajuste excelente de ambos modelos, aunque con el segundo se alcanzaron valores más altos del pseudo r^2 y F calculada, así como una menor suma de cuadrados residual (Cuadro 4).

Las ecuaciones generadas con ambos modelos se indican a continuación:

Schumacher:

$$H = 45.750588 \left[\frac{IS}{45.750588} \right]^{Eb / E}$$

Chapman-Richards:

$$H = 46.05691 \left[\frac{IS}{46.05691} \right]^{\left[\frac{\ln(1 - e^{(-0.034557/E)})}{\ln(1 - e^{(-0.037557/Eb)})} \right]}$$

Donde:

H = altura dominante

IS = índice de sitio

Eb = edad base

E = edad

\ln = logaritmo natural

e = base de logaritmo natural.

Comparación de los métodos de ajuste y selección del mejor modelo

La comparación de ambos métodos de ajuste se realizó con base en dos criterios: 1) el ajuste estadístico mostrado por los modelos y 2) la fidelidad con que éstos representaron los valores observados (Cuadro 5).

Tomando en cuenta únicamente los valores obtenidos de los pseudo r^2 , no se advierten diferencias considerables entre ambos métodos. Sin embargo, la varianza atribuida a la regresión (CME) es menor en los modelos de la diferencia algebraica; los valores de F resultaron más elevados para este último método. Por otra parte, para el modelo del método de predicción de parámetros se tienen mayores coeficientes de variación e intervalos de confianza asintóticos.

Cuadro 4. Resultados del ajuste por la diferencia algebraica de los modelos de Chapman-Richards y Schumacher.

Modelo	GL	SCR	Pseudo r^2	F cal.	Pará metro	Valor	Intervalo de confianza asintótico		CV %
							Inf.	Sup.	
Schumacher	809	1772.44	0.984	.256045	β_0	45.751	44.3016	47.1996	1.61
Chapman	809	691.18	0.994	328522	β_0	46.057	45.0273	47.0865	1.14
Richards					β_1	0.035	0.0319	0.0372	3.85

GL = grados de libertad, SCR = suma del cuadrado de residuales, CV = coeficiente de variación.

Cuadro 5. Comparación de los ajustes de regresión de los métodos de predicción de parámetros (MPP) y diferencia algebraica (MDA).

Tipo de ajuste	Método	GL ¹	CME ²	Pseudo r ²	F calc.	Parámetro	Valor	Intervalo de confianza asintótico		CV ³
								Inf.	Sup.	
MPP	Ch-R ⁴	869	3.342	0.978	28025.4	β_0	32.975	27.917	38.033	07.81
						β_1	0.3358	0.2011	0.4705	20.43
						β_2	-0.167	-0.0277	-0.0058	33.36
						β_3	0.0017	0.0014	0.0021	09.07
						β_4	1.0529	0.5064	1.5993	26.44
						β_5	0.0256	0.0107	0.0404	29.63
MDA	Sch ⁵	809	2.1936	0.984	256045	β_0	45.057	44.302	47.099	01.61
MDA	Ch-R	809	0.8565	0.994	328522	β_0	46.037	45.027	47.086	01.14
						β_1	0.0346	0.0319	0.0372	03.85

¹ = Grados de libertad (el número de observaciones difiere entre los dos métodos, debido a que en el MDA se elimina la última observación de cada árbol); ² = Cuadrado medio del error; ³ = Coeficiente de variación; ⁴ = Chapman-Richard; ⁵ = Schumacher.

Con base en los estadísticos obtenidos, puede considerarse que los modelos desarrollados bajo el método de la diferencia algebraica presentaron un ajuste estadístico superior.

Para cumplir con el segundo criterio de comparación, se graficaron las curvas de índice de sitio obtenidas con cada uno de los modelos que reflejan al mismo tiempo la totalidad de observaciones altura-edad (Figuras 3, 4 y 5).

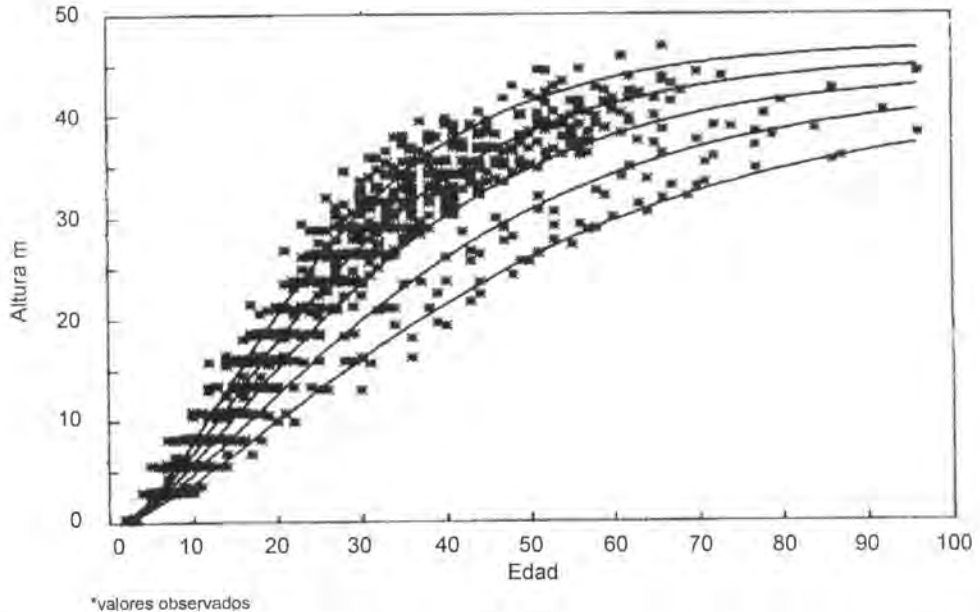


Figura 3. Curvas polimórficas de índice de sitio para *Pinus pseudostrobus*, modelo Chapman-Richards, método predicción de parámetros.

El modelo de Chapman-Richards desarrollado bajo el método de predicción de parámetros representa en forma conveniente la tendencia de los valores observados. Además, las curvas muestran un polimorfismo evidente y tienden a valores asintóticos diversos para cada índice de sitio. En contraste, la diferencia más notable del modelo es que las alturas predichas no coinciden exactamente con los valores del índice de sitio a la edad base, y presentan una diferencia de 0.7 m.

Respecto a los modelos del método de la diferencia algebraica, se pudo apreciar que para el modelo de Schumacher los patrones de crecimiento producidos presentan diferencias notables respecto a los valores observados, específicamente

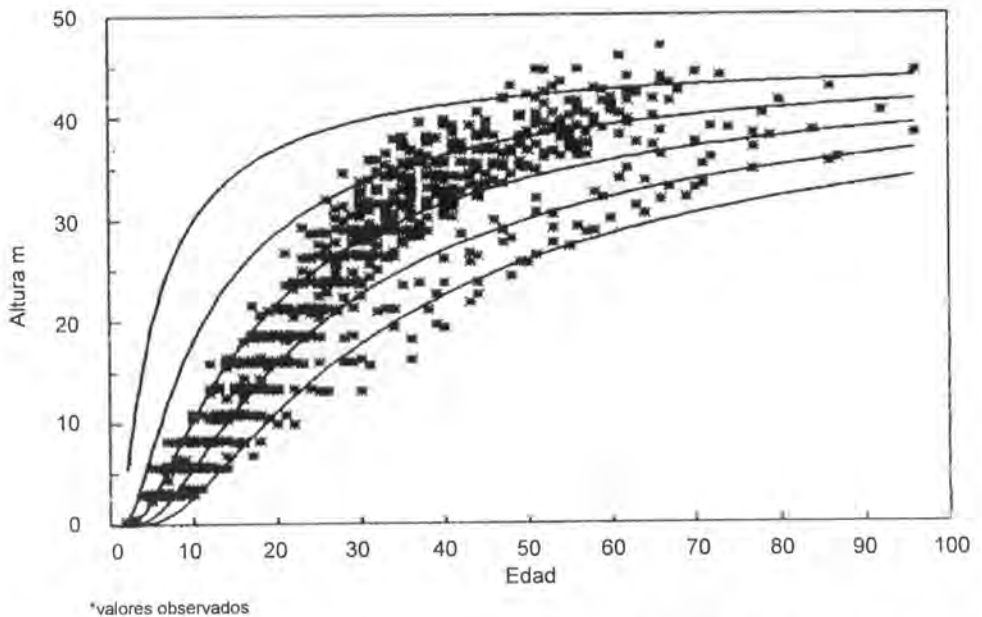


Figura 4. Curvas polimórficas de índice de sitio para *Pinus pseudostrobus*, por el modelo de Schumacher y el método de la diferencia algebraica.

en las dos mejores calidades de sitio; además en la principal, se predice a la edad de 2 años una altura de 5 m, a lo que se continúan predicciones muy elevadas. El modelo de Chapman-Richards tuvo un comportamiento similar (Figura 5); éste pronostica alturas de cero hasta una edad de 5 años en dos de las calidades de estación de menor productividad, mientras que las mayores lo hacen a los 2 años, una altura inicial de 12 m, a lo que prosiguen las predicciones semejantes a las del otro modelo.

Al tratar de encontrar respuesta a lo anterior, se revisaron los resultados obtenidos por Pérez (1990), Acosta (1991), Madrigal (1995) y Madrigal y Ramírez (1995), que fueron similares para *P. arizonica*, *Abies religiosa*, *P. montezumae* y *P. douglasiana* y *P. lawsonii* Roetz ex Gord. respectivamente. El ajuste estadístico que un modelo pueda mostrar es válido solamente para el promedio de la totalidad de los datos considerados; sin embargo, los modelos desarrollados bajo este método, al incluir los índices de sitio para obtener curvas que representen diversos patrones de crecimiento es cuando se producen las diferencias reconocidas en este estudio.

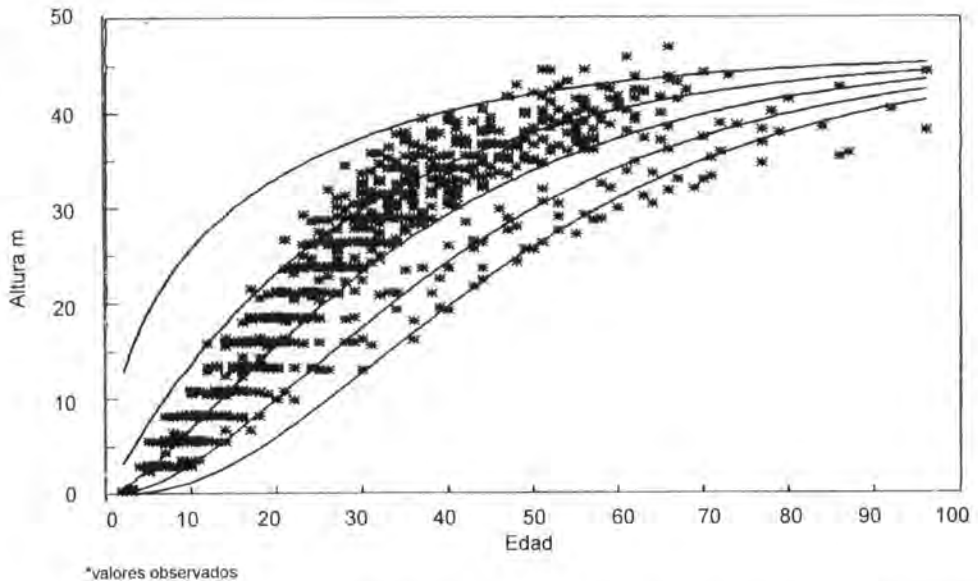


Figura 5. Curvas polimórficas de índice de sitio para *Pinus pseudostrobus*, por el modelo de Chapman-Richards y el método de la diferencia algebraica.

CONCLUSIONES

El método de predicción de parámetros ofrece flexibilidad, ya que puede aplicarse a través del ajuste inicial por árbol o por sitio. Para este trabajo, los mejores resultados se lograron mediante el ajuste por árbol.

Los modelos utilizados tuvieron desempeño distinto de acuerdo al método de ajuste. Schumacher presentó un ajuste estadístico deficiente bajo el método de predicción de parámetros, en comparación con el alcanzado con el método de la diferencia algebraica. Chapman-Richards mostró un buen ajuste en ambos métodos, pero mayor eficiencia para representar los datos con el método de predicción de parámetros. Por lo tanto, éste último fue seleccionado como el más conveniente para desarrollar el sistema de curvas polimórficas de índice de sitio, con base en su mayor valor predictivo y ajuste estadístico aceptable.

Con el método de la diferencia algebraica, los modelos de Schumacher y Chapman-Richards tuvieron un excelente ajuste estadístico; sin embargo, manifestaron deficiencias al incluir los índices de sitio para obtener curvas que representen distintos patrones de crecimiento, tales como una acusada sobreestimación de la altura para las últimas clases de sitio así como una subestimación para las primeras clases.

REFERENCIAS

- Acosta M., M. 1991. Modelo de crecimiento para *Pinus montezumae* Lamb. en el CEF San Juan Tetla, Puebla. Tesis de Maestría en Ciencias Forestales. División de Ciencias Forestales. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México. 88 p.
- Avery, T. E. y H. E. Burkhart. 1983. Forest measurements. McGraw-Hill Co. New York. 331 p.
- Bailey, R. L. y J. L. Clutter. 1974. Base-age invariant polymorphic site curves. *Forest Science* 20(2):155-159.
- Beck E., D. 1971. Height-growth patterns and site index of white pine in the Southern Appalachians. *Forest Science* 17(2):253-261.
- Carmean, W. H. 1970. The height-growth patterns in relation to soil and site. *Proceedings of the 3rd. North American Forest Soils Conference*. Oregon State University Press. pp. 499-509.
- Carmean, W. H. 1972. Site index curves for upland oaks in the Central States. *Forest Science*. 18(2):109-119.
- Clutter, J. L., J. C. Fortson; L. V. Pienaar; G. H. Brister y R. L. Bailey. 1983. *Timber management: A quantitative approach*. John Wiley and Sons, Inc. New York. 333 p.
- Curtis, R. O. 1964. A stem-analysis approach to site index curves. *Forest Science* 10(2):241-256.
- Chapman, D. G. 1961. Statistical problems in population dynamics of exploited fisheries population. *In: Proc. of the Fourth Berkeley Symposium on Mathematical Statistics and Probability*. University of California Press, Berkeley, CA. pp. 153-167.
- De la Fuente E., A. 2001. Determinación de índices de sitio para *Pinus rudis* Ende de Pueblos Mancomunados, Ixtlán, Oaxaca. *In: V Congreso Mexicano de Recursos Forestales*, Guadalajara, Jalisco. Universidad de Guadalajara. Sociedad Mexicana de Recursos Forestales A.C. pp. 51-52.
- Madrigal H., S. 1995. Determinación de la productividad de dos especies de pino considerando características físicas y químicas del suelo en Michoacán. Tesis de Maestría. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México. 115 p.
- Madrigal H., S. y H. Ramírez M. 1995. Comparación de nueve modelos empíricos para la determinación del índice de sitio en Michoacán. *Rev. Cien. For. en Méx.* Vol. 20(78):35-57.
- Madrigal H., S. 2002. Evaluación del potencial productivo de sitio forestal para *Pinus oocarpa* en el Ejido "Patuan" Municipio de Ziracuaretiro, Michoacán. *In: IV Congreso Forestal Mexicano*. Morelia, Michoacán. Asociación de Profesionales Forestales A. C. pp. 35-36.

- Pérez V., G. 1990. Determinación de índices de sitio para *Pinus arizonica* Engelm. en la región noroeste del Estado de Durango. Tesis. División de Ciencias Forestales. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México. 96 p.
- Ramírez M., H. 1994. Construcción de modelos de crecimiento y su aplicación en el diseño de regímenes silvícolas. *In: Memoria del Simposio de Manejo y Silvicultura*. Colegio de Postgraduados. Montecillo, México. pp. 25-31.
- Quiñónez Ch., A. 1995. Evaluación de la calidad de sitio y del efecto de la densidad en bosques del estado de Durango. Tesis de Maestría. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México. 129 p.
- Quiñónez Ch., A., R. Alemán, V. R. Trujillo R. 2001. Determinación de la calidad de sitio para *Pinus cooperi* Blanco en Durango. *In: V Congreso Mexicano de Recursos Forestales*, Guadalajara, Jalisco. Universidad de Guadalajara. Sociedad Mexicana de Recursos Forestales A.C. pp. 53-54.
- Schumacher, F. X. 1939. A new growth curve and its applications to timber yield studies. *Journal of Forestry*. 37:819-820.
- Secretaría de Desarrollo Agropecuario y Forestal (SDAF). 1995. Inventario Forestal del Estado de Michoacán. Memoria de la Región Oriente. Talleres de la Dirección Forestal. Morelia, Mich. México. 40 p.
- Spurr, H. S. y B. V. Barnes. 1980. *Forest ecology*. John Wiley & Sons, Inc. New York. 670 p.
- Spurr, H. S. 1952. *Forest inventory*. The Ronald Press Company. New York. 476 p.
- Stage, A. R. 1963. A mathematical approach to polymorphic site index curves for grand fir. *Forest Science* 9(2):67-180.
- Zepeda E., M y P. Rivero B. 1990. *Principios básicos de regulación forestal*. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Méx. 261 p.