

TABLAS DE VOLUMEN CON CORTEZA PARA *Pinus douglasiana* Y *Pinus pseudostrobus* DEL SUR-OCCIDENTE DE MICHOACÁN

Efraín Velasco Bautista¹, Salvador Madrigal Huendo², Ignacio Vázquez Collazo²,
Francisco Moreno Sánchez¹ y Antonio González Hernández¹

RESUMEN

Un parámetro poblacional interesante en los inventarios forestales es el volumen maderable del fuste de la masa arbórea. En virtud de que en el sur-occidente de Michoacán las ecuaciones de volumen existentes son a nivel de género, en el presente estudio se elaboraron tablas de volumen fustal para *Pinus douglasiana* y *P. pseudostrobus*. Se trabajó en tres municipios de dicha región, donde la información de campo se obtuvo por medición directa y con tele-relascopio. En las categorías diamétricas de mayor frecuencia se midieron nueve árboles como mínimo, distribuidos en las diferentes calidades de estación. Se probaron los modelos matemáticos: de Da Silva y Borders, Schumacher, Korsun, Logarítmico de la Variable Combinada y Thornber. Después de verificar el cumplimiento de los supuestos básicos de regresión y de evaluar los resultados del análisis de varianza, para ambas especies de *Pinus*, se seleccionó el modelo logarítmico de la variable combinada. Dado que los modelos de los dos taxa presentaron coeficientes de regresión similares, se realizó la prueba de homogeneidad; el resultado indicó que se trata de dos modelos estadísticamente diferentes. Se recomienda su aplicación únicamente en el sitio de muestreo, así como el uso de tele-relascopio por su eficiencia en las lecturas de pendiente y unidades taquimétricas a lo largo del fuste.

Palabras clave: Inventario forestal, modelos de regresión, medición forestal, *Pinus douglasiana*, *Pinus pseudostrobus*, tablas de volumen.

Fecha de recepción: 21 de octubre de 2005

Fecha de aceptación: 27 de junio de 2007

¹ Centro Nacional de Investigación Disciplinaria en Conservación y Mejoramiento de Ecosistemas Forestales (CENID-COMEF) - INIFAP. Correo-e: velasco.efrain@inifap.gob.mx

² Campo Experimental Uruapan, Centro de Investigación Regional Pacífico Centro. INIFAP.

ABSTRACT

An interesting population parameter of the forest inventories is the log volume of trees. Since in the south western region of the state of Michoacán the existing volume equations are at the gender level, two specific tables were formulated, for *Pinus douglasiana* and for *P. pseudostrobus*. Field work was achieved in tree municipalities of this region, where data were obtained by direct measurement and by tele relaskop. Nine trees at least were measured in the diametric categories of major frequency, distributed in the different station qualities. Da Silva & Borders (1993), Schumacher, Korsun, Thornber and the logarithmic of the combined variable mathematical models were tested. After verifying the fulfillment of the basic assumptions of regression and assessing the results of the variance analysis for both pine species, the last model was selected. Since the models presented similar coefficients of regression, the test of homogeneity was made. Results show two statistically different models. It is advisable to use these equations just in those places where sampling was accomplished, as well as to use tele-relaskop for its efficiency in providing slope records as well as tachimetric units along the trunk.

Key words: Forest inventory, regression models, forest measurement, *Pinus douglasiana*, *Pinus pseudostrobus*, volume table.

INTRODUCCIÓN

“Las tablas de volumen son de gran importancia ya que constituyen el fundamento de los inventarios forestales, los que a su vez son el cimiento de la silvicultura y de los métodos de ordenación de montes” (Romahn *et al.*, 1994).

En este contexto un parámetro poblacional de interés es el volumen maderable de los fustes. En general se estima mediante algún diseño de muestreo, cuyas unidades son parcelas de área fija. En dicho proceso se toma en cuenta la suma del volumen por árbol que pertenece a cada unidad.

Las principales ecuaciones que se ajustan en mayor grado a los datos de campo se clasifican en dos categorías: aritméticas y logarítmicas (Caballero, 1972).

Ecuaciones aritméticas.- En ellas no intervienen logaritmos ni expresiones matemáticas complejas, como es la elevación de una variable a una potencia fraccionaria, los exponentes utilizados son los dígitos uno y dos, aunque no excluyen otros números enteros. Destaca la ecuación australiana (Spurr, 1952; Husch, 1963), cuya expresión es:

$$V = a + bD^2 + cA + dD^2 A$$

Donde:

V = Volumen del árbol

D = Diámetro normal

A = Altura del árbol

a, b, c = coeficientes de regresión

Ecuaciones logarítmicas.- Son de carácter exponencial se representan y resuelven por medio de logaritmos (Spurr, 1952; Husch, 1963). Las tradicionales son:

Schumacher: $V = aD^b A^c \Rightarrow \ln V = \ln a + b \ln D + c \ln A$

Korsun: $V = a(D+1)^b A^c \Rightarrow \ln V = \ln a + b \ln(D+1) + c \ln A$

Dwight: $V = aD^b A^{3-b} \Rightarrow \ln V = \ln a + b \ln D + (3-b) \ln A$

Variable combinada: $V = a(D^2 A)^b \Rightarrow \ln V = \ln a + b \ln(D^2 A)$

Thorner: $V = a(A/D)^b (D^2 A) \Rightarrow \ln V = \ln a + b \ln(A/D) + \ln(D^2 A)$

Donde:

V = Volumen del árbol

D = Diámetro normal

A = Altura del árbol

a, b, c = coeficientes de regresión

Hernández *et al.* (1999) generaron ecuaciones de volumen para *Pinus michoacana* Martínez. y *P. douglasiana* Martínez en el sureste de Nayarit. En ambas especies el mejor modelo fue el Logarítmico de la Variable Combinada, mismo que es de fácil aplicación; resultados similares obtuvieron Navarro *et al.* (2000) para predecir el volumen fustal de *Pinus cembroides* Zucc. en el sureste de Coahuila y Cumplido (2002) al comparar modelos aritméticos y logarítmicos con el fin de estimar el volumen fustal con corteza y sin corteza para de *P. arizonica* Engelm., *P. ayacahuite* Ehrenberg & Schldtl. y *P. durangensis* Martínez en el estado de Chihuahua. Las ecuaciones de la Variable Combinada y la australiana no mostraron un buen ajuste. Por otra parte, aun cuando todos los modelos logarítmicos presentaron R^2 altas, Cuadrados Medios del Error bajos y diferencias significativas en los parámetros, se eligió el Logarítmico de la Variable Combinada, debido a que es más práctico por el menor número de parámetros que considera.

En el ejido Monterde, municipio de Guazapares, Chih., Armendáriz *et al.* (2003) generaron ecuaciones de volumen para *Pinus herrerae* Martínez y *P. durangensis* a partir del modelo antes citado por su mejor ajuste en comparación con los de Schumacher, Dwight, Korsun y Thornber.

Madrigal y Vázquez (2004) para *P. montezumae* Lamb., *P. herrerae* y *P. pseudostrobus* Lindl. en la región oriente de Michoacán, evaluaron las ecuaciones de Schumacher, Logarítmica de la Variable Combinada, Korsun y Thornber; de ellas la primera fue la que tuvo el mejor ajuste. Resultados similares registraron Muñoz *et al.* (2005) al trabajar con *P. lawsonii* Roezl. y *P. pringlei* Shaw.

La elaboración de ecuaciones tradicionales de volumen requiere de los datos de altura del árbol y diámetro normal (DAP). Sin embargo, la medición en campo de la primera es difícil. La expresión de volumen desarrollada por Da Silva y Borders (1993) para *Pinus taeda* L. en Estados Unidos la evita mediante el uso de dos diámetros en la parte inferior del tronco para predecir el volumen del árbol; en esta ecuación el dato de la altura no es necesario (Lynch, 1995):

$$V = a + b(VTI)$$

Donde:

VTI = Volumen de la troza generada por diámetros en la parte inferior del tronco

Lares (1994) propuso un cambio en los modelos de Schumacher y el Logarítmico de la Variable Combinada a partir del diámetro normal y el diámetro del tocón en *P. douglasiana*. Los dos presentaron una R^2 menor y un r Cuadrado Medio del Error mayor con respecto a los originales, por lo que el autor concluye que los parámetros propuestos no predicen satisfactoriamente el volumen total del árbol, a diferencia de los usados por Schumacher.

Las tablas de volúmenes de la región oriente de Michoacán elaboradas por la Comisión Forestal del estado datan de 1957 y se utilizaron hasta 1990; en ese año la misma institución hizo otras para tres grupos de especies de *Pinus*. En 1985 la Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal 10 "Suroccidental" (UCODEFO 10 "Suroccidental") preparó ecuaciones para los géneros *Pinus* spp. y *Quercus* spp., las cuales se aplican de forma conjunta con las generadas en 1995 por la Dirección Forestal Estatal, en el segundo inventario forestal (SEDAGRO, 1995).

Dado que para la región sur-occidente del estado de Michoacán las ecuaciones de volumen son a nivel de género, en el presente estudio se ajustan ecuaciones para predecir el volumen fustal con corteza de árboles en pie de *Pinus douglasiana* y *P. pseudostrobus*, mediante la comparación de cinco modelos matemáticos y probar si los dos modelos generados son iguales estadísticamente.

MATERIALES Y MÉTODOS

Información de campo

El trabajo se llevó a cabo en la región sur-occidente del estado de Michoacán, en el período comprendido de noviembre de 2004 a mayo de 2005. Los árboles correspondientes a *Pinus douglasiana* se midieron en los municipios de Aguililla, Coalcomán de Vázquez y Tumbiscatio, mientras que los de *P. pseudostrobus*, en los de Aguililla y Coalcomán de Vázquez. Con el fin de delimitar la aplicación espacial de las ecuaciones de volumen generadas, con un Sistema de Posicionamiento Global (GPS) se georreferenciaron los lugares en donde se tomaron los datos dasométricos (Figura 1).

Para las dos especies de interés, la información de campo se obtuvo por la medición directa (cubicación de árboles en aprovechamientos forestales) y con un tele-reloscopio [Tele-relaskop, FOB FEINMECH-OPTISCHE A-5020 SALZBURG (Bitterlich)]. En las categorías diamétricas de mayor frecuencia se midieron nueve individuos como número mínimo, distribuidos en las diferentes calidades de estación definidas en la zona (medición indirecta).

Análisis de la información de campo

Los volúmenes de las trozas se calcularon mediante la ecuación de Smalian (Romahn *et al.*, 1994). En el caso de los ejemplares seleccionados para realizar la medición indirecta, la punta se cubió con la fórmula del paraboloide apológico; los diámetros de las trozas resultaron de multiplicar las unidades taquimétricas por la distancia a partir de la cual se realizó la observación, mientras que su longitud se calculó mediante la diferencia entre las distancias, multiplicadas por las pendientes tomadas en los extremos que definieron las trozas simuladas. Dado el poco ahusamiento de los taxa estudiados, el volumen del tocón se estimó por la fórmula del cilindro (Romahn *et al.*, 1994).

El volumen y la altura total de cada árbol proceden de la suma de los volúmenes y longitudes individuales de las trozas que lo integran, respectivamente, incluyendo el tocón; además del volumen comprendido entre el diámetro del tocón y el diámetro normal.

Lo anterior permitió generar una base de datos que incluye las siguientes variables: diámetro normal (m), altura total (m), volumen de la troza entre el diámetro del tocón y el normal (m^3) y el volumen fustal del árbol (m^3).

El análisis de la información se realizó con el programa de regresión (PROC REG) del Sistema de Análisis Estadístico (SAS) (Rebolledo, 2002). Se probaron los modelos: Da Silva y Borders (1993), Schumacher, Korsun,

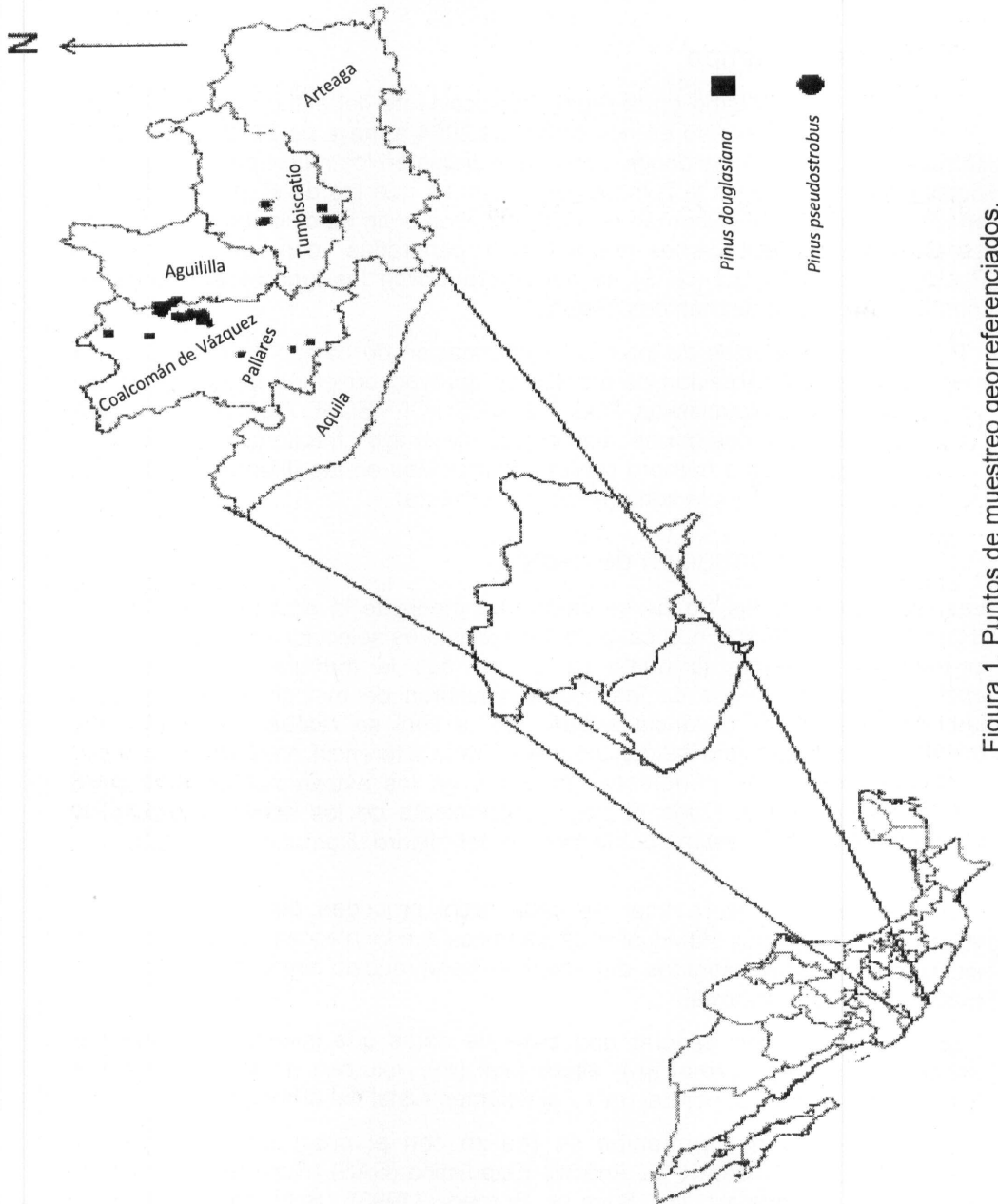


Figura 1. Puntos de muestreo georreferenciados.

Logarítmico Variable Combinada y Thornber; a excepción del primero, se acostumbra citar a los restantes en estudios relacionados con ecuaciones de volumen, razón por la cual se decidió considerarlos.

Para determinar el modelo con mejor ajuste a los datos, además de verificar el cumplimiento de los supuestos básicos de regresión, se tomaron en cuenta los criterios:

- a) Coeficiente de determinación R^2 (cercano a 1)
- b) Cuadrado medio del error (bajo)
- c) Coeficientes de regresión significativos (valor de $p < 0.05$)
- d) Sencillez del modelo (menor número de variables independientes)

Se calcularon el Factor de Inflación de la Varianza (FIV), el estadístico de Durbin-Watson, el estadístico Shapiro-Wilk y, se graficaron los residuales en contra del valor predicho del logaritmo del volumen del árbol, con el propósito de probar, respectivamente, el cumplimiento de los supuestos: no existencia de multicolinealidad, los errores no están correlacionados, tienen una distribución normal y el error presenta una varianza constante.

Una vez seleccionado el mejor modelo, se procedió a construir la tabla de volumen correspondiente a cada una de las especies.

Homogeneidad de modelos

Con el fin de explorar la utilización de una sola ecuación, se realizó una prueba de homogeneidad de los coeficientes de regresión correspondientes a los modelos logarítmicos de la variable combinada generados para *Pinus douglasiana* y *P. pseudostrobus*. A continuación se indica el estadístico de prueba utilizado (Martínez y Castillo, 1987):

$$F_c = \frac{[(SC(MC) - SC(MR)]/2}{SCE/(n - 4)}$$

Donde:

F_c = F calculada

$SC(MC)$ = Suma de cuadrados de la regresión con el modelo completo.

SCE : = Suma de cuadrados del error con el modelo completo.

$SC(MR)$ = Suma de cuadrados de la regresión con el modelo bajo la hipótesis conjunta de que los coeficientes de regresión de los dos modelos son iguales.

n = Número de observaciones de *Pinus douglasiana* más el número de observaciones *P. pseudostrobus*

La F calculada se comparó con el valor tabulado de la F de Snedecor con 2 grados de libertad en el numerador y (n-4) grados de libertad en el denominador, con una probabilidad de $\alpha = 0.05$, siendo éste el nivel de significancia.

La regla de decisión considerada fue la siguiente:

Si la F calculada es mayor que la F tabulada, entonces se trata de dos modelos diferentes.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Tamaño de muestra

Pinus douglasiana se trabajó con 214 árboles (22% mediante medición directa y 78% con tele-relascopio) presentes en las cuatro calidades de estación definidas y en el intervalo de categorías diamétricas de 10 a 90 cm, lo que indica una buena distribución de la muestra (Cuadro 1).

De *P. pseudostrobus* se evaluaron 213 árboles (19% mediante medición directa y 81% con tele-relascopio) distribuidos en las diferentes calidades de estación y en un intervalo de categorías diamétricas entre 10 a 110 cm, lo cual también indica una buena distribución de la muestra (Cuadro 2).

En ambos casos el tamaño de muestra es el que resultó una vez que los valores atípicos fueron ignorados en el análisis, lo cual fue necesario para garantizar el cumplimiento de los supuestos del modelo de regresión.

Análisis estadístico

La ecuación original propuesta por Da Silva y Borders (1993) considera que el

Cuadro 1. Número de árboles medidos para *Pinus douglasiana*

Calidad de Estación	Categoría Diamétrica (cm)																			Total general
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90			
Buena						5	7	7	7	13	10	7	7	6	6	2	1		78	
Excelente										3	1	1	1	3	1	2	1		13	
Mala	1	9	11	2	2			1											26	
Regular			2	12	7	11	14	11	9	8	6	7	1	1					97	
Total general	1	11	23	9	13	19	18	17	15	24	17	15	9	10	7	4	2		214	

Cuadro 2. Número de árboles medidos para *Pinus pseudostrobus*.

Calidad de Estación	Categoría Diamétrica (cm)																				Total general
	10	15	20	25	30	35	40	45	50	55	60	65	70	75	80	85	90	95	105	110	
Buena	1				11	13	11	13	9	12	6	9	7	4	3	1	2				102
Excelente							1	1	3	3	5	3	5	4	3	1	2	1	2		34
Mala	1	7	1			1															10
Regular	6	20	12	7	10	8	3	1													67
Total general	1	14	21	12	18	24	19	17	11	15	9	14	10	9	7	4	3	2	1	2	213

volumen del árbol está relacionado linealmente con el de la troza inferior del mismo. Sin embargo, su ajuste directo (en ambas especies) parece no ser el adecuado, ya que se viola el supuesto de homoscedasticidad, pues los residuales se distribuyen en forma de un embudo abierto hacia fuera (Gujarati, 2000), por lo que se propuso como idóneo el potencial (Little y Hills, 1983; Sit and Poulin-Costello, 1994; Pérez, 2003; Montgomery *et al.*, 2004):

$$V = a(VTI)^b$$

Éste al ser transformado mediante el logaritmo natural resolvió el problema de heteroscedasticidad.

$$(\ln V = \ln a + b \ln(VTI))$$

Los modelos analizados (transformados mediante el logaritmo natural) para *P. douglasiana* cumplen con los supuestos clásicos de regresión (Cuadros 3 y 4), es decir:

- La varianza de los errores es constante u homocedástica (excepto en el modelo de Korsun), ya que la distribución de los residuales es aleatoria.
- No existe autocorrelación en los errores, ya que los valores del estadístico de Durbin-Watson son relativamente cercanos a 2 (Pérez, 2003).
- Existe normalidad de los errores, puesto que en todos los casos el valor de p correspondiente a la prueba de Shapiro-Wilk es mayor a 0.05.
- No existe multicolinealidad, ya que los FIV < 10 (Gujarati, 2000; Montgomery *et al.*, 2004).

En los Cuadros 5 y 6 se aprecia que los modelos analizados (transformados mediante el logaritmo natural) para *P. pseudostrobus*, cumplen con los supuestos de no autocorrelación y no multicolinealidad; así mismo, todos, excepto el modelo de Korsun, presentan varianza constante, pero el supuesto de normalidad solo lo satisface el modelo de Logarítmico de la Variable Combinada ($p > 0.05$).

Selección del modelo para *Pinus douglasiana*

El modelo de Korsun se descartó por carecer de varianza constante (Cuadro 3). Aun cuando en el resto de los modelos evaluados los coeficientes de regresión resultaron ser significativos (Cuadro 4) (valor de $p < 0.05$), el de Da Silva y Borders (1993) tuvo una R^2 menor y un CME mayor (Cuadro 3); los otros tres revelaron valores similares de R^2 cercanos a 1 y CME bajos, lo cual indica que cualquiera de ellos se ajusta bien a los datos, pero se escogió el Logarítmico de la

Cuadro 3. Estadísticos de los modelos evaluados para estimar volumen fustal en función de diámetros inferiores o de diámetro normal y altura de *Pinus douglasiana*.

Modelo	GL	CME	F _{cal}	Prob F	R ²	DR	DW	Valor W	Prob W
Da Silva y Borders Transformado	213	0.04798	6661.17	<.0001	0.9692	Aleatoria	1.610	0.994087	0.5609
Schumacher	213	0.02237	7265.90	<.0001	0.9857	Aleatoria	1.555	0.993055	0.4137
Korsun	213	0.04351	3683.72	<.0001	0.9722	Arco	1.478	0.992292	0.3232
De la Variable Combinada	213	0.02332	13927.7	<.0001	0.9850	Aleatoria	1.475	0.992292	0.3232
Thornber	213	0.02237	7265.90	<.0001	0.9857	Aleatoria	1.555	0.993055	0.4137

GL= Grados de Libertad; CME= Cuadrado Medio del Error; F_{cal}= Valor de F Calculada; Prob F= Probabilidad exacta de "F"; R² = Coeficiente de determinación; DR= Dispersión de Residuales; DW= Estadístico de Durbin-Watson; W= Estadístico de Shapiro-Wilks; Prob W = Probabilidad de W

Cuadro 4. Coeficientes de regresión estimados de los modelos evaluados para *Pinus douglasiana*.

Modelo	$\hat{\beta}_i$	FIV	Valor de $\hat{\beta}_i$	Valor t	Prob t
Da Silva y Borders Transformado	$\hat{\beta}_0$	0	2.72953	82.89	<.0001
	$\hat{\beta}_1$	1.00000	1.24808	81.62	<.0001
Schumacher	$\hat{\beta}_0$	0	-0.33723	-1.59	0.1128
	$\hat{\beta}_1$	3.27513	2.08835	54.70	<.0001
	$\hat{\beta}_2$	3.27513	0.80587	13.76	<.0001
Korsun	$\hat{\beta}_0$	0	-5.59649	-29.17	<.0001
	$\hat{\beta}_1$	2.96499	6.94480	37.89	<.0001
	$\hat{\beta}_2$	2.96499	1.07858	13.88	<.0001
De la variable Combinada	$\hat{\beta}_0$	0	-1.00655	-65.19	<.0001
	$\hat{\beta}_1$	1.00000	0.98957	118.02	<.0001
Thornber	$\hat{\beta}_0$	0	-0.33723	-1.59	0.1128
	$\hat{\beta}_1$	1.91028	-0.15887	-3.17	0.0018
	$\hat{\beta}_2$	1.91028	0.96474	85.00	<.0001

$\hat{\beta}_i$ = Estimador de β_i ; FIV = Factor de Inflación de la Varianza; Prob t= Probabilidad exacta de "t"; Valor t= Valor de t Student

Cuadro 5. Estadísticos de los modelos evaluados para estimar volumen fustal en función de diámetros inferiores o de diámetro normal y altura para *Pinus pseudostrabus*.

Modelo	GL	CME	F _{cal}	Prob F	R ²	DR	DW	Valor W	Prob W
Da Silva y Borders Transformado	212	0.05991	5799.02	<.0001	0.9649	Aleatoria	1.480	0.986946	0.0479
Schumacher	212	0.01264	14137.1	<.0001	0.9926	Aleatoria	1.737	0.985542	0.0287
Korsun	212	0.04186	4195.54	<.0001	0.9756	Arco	1.219	0.967743	0.0001
De la Variable Combinada	212	0.01288	27741.1	<.0001	0.9925	Aleatoria	1.746	0.988484	0.0844
Thorber	212	0.01264	14137.1	<.0001	0.9926	Aleatoria	1.737	0.985542	0.0287

GL= Grados de Libertad; CME= Cuadrado Medio del Error; F_{cal}= Valor de F Calculada; Prob F= Probabilidad exacta de "F"; R² = Coeficiente de determinación; DR= Dispersión de Residuales; DW= Estadístico de Durbin-Watson; W= Estadístico de Shapiro-Wilks; Prob W = Probabilidad de W

Cuadro 6. Coeficientes de regresión estimados de los modelos evaluados para *Pinus pseudostrobus*.

Modelo	$\hat{\beta}_i$	FIV	Valor de $\hat{\beta}_i$	Valor t	Prob t
Da Silva y Borders Transformado	$\hat{\beta}_0$	0	2.82409	77.16	<.0001
	$\hat{\beta}_1$	1.00000	1.24261	76.15	<.0001
Schumacher	$\hat{\beta}_0$	0	-1.40884	-8.56	<.0001
	$\hat{\beta}_1$	3.30836	1.91066	70.90	<.0001
	$\hat{\beta}_2$	3.30836	1.07997	24.60	<.0001
Korsun	$\hat{\beta}_0$	0	-6.64543	-33.67	<.0001
	$\hat{\beta}_1$	2.81709	5.93802	37.07	<.0001
	$\hat{\beta}_2$	2.81709	1.48736	20.18	<.0001
De la variable Combinada	$\hat{\beta}_0$	0	-1.04088	-91.33	<.0001
	$\hat{\beta}_1$	1.00000	0.98252	166.56	<.0001
Thorner	$\hat{\beta}_0$	0	-1.40884	-8.56	<.0001
	$\hat{\beta}_1$	2.20263	-0.08310	-2.24	0.0261
	$\hat{\beta}_2$	2.20263	0.99688	114.94	<.0001

\hat{B}_i = Estimador de β_i ; FIV = Factor de Inflación de la Varianza; Prob t= Probabilidad exacta de "t"; Valor t= Valor de t Student

Variable Combinada porque además de tener propiedades estadísticas deseables, es práctico. Los resultados obtenidos coinciden con lo citado por Hernández *et al.*, 1999; Navarro *et al.*, 2000; Armendáriz *et al.*, 2003; Cumplido, 2002; Madrigal y Vázquez, 2004; Muñoz *et al.*, 2005.

La dispersión de los residuales y la gráfica de normalidad de los mismos correspondiente al modelo Logarítmico de la Variable Combinada se muestran en las figuras 3 y 4, respectivamente y en el Cuadro 7 se presenta la tabla de volumen obtenida a partir de:

$$V = 0.36548(D^2 A)^{0.98957}$$

Donde:

D = diámetro normal

A = altura

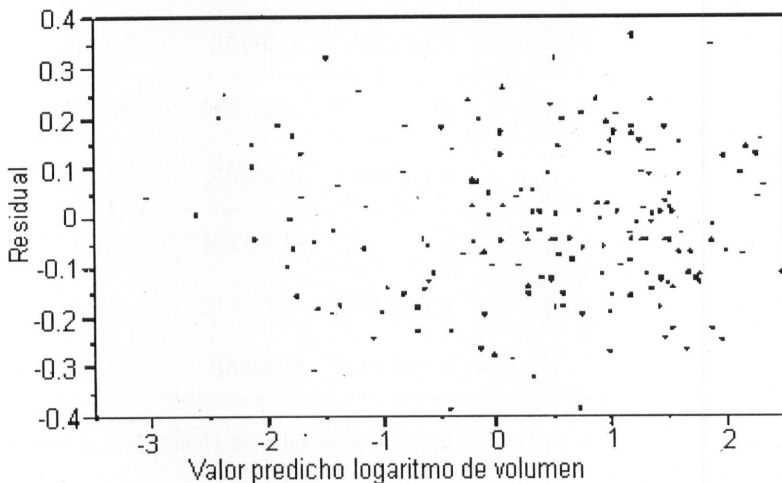


Figura 3. Dispersión de residuales contra el valor predicho del logaritmo de volumen fustal con base en el modelo logarítmico de la variable combinada para *Pinus douglasiana*.

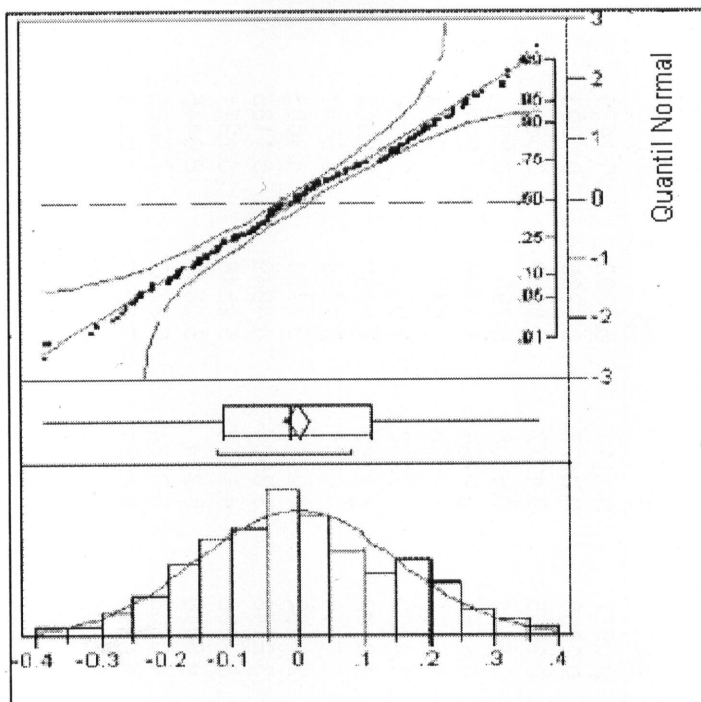


Figura 4. Distribución normal de los residuales con base en el modelo Logarítmico de la Variable Combinada para *Pinus douglasiana*.

El modelo de Da Silva y Borders (1993) no resultó ser el mejor, pero sí el más práctico, ya que además de presentar buenas propiedades estadísticas, tiene la ventaja de que el volumen se estima con tan solo medir dos diámetros en la parte inferior del tallo.

Selección del modelo para *Pinus pseudostrobus*

La importancia del supuesto de normalidad de los errores radica en que los estadísticos t ó F y los intervalos de confianza y predicción dependen de él (Montgomery *et al.*, 2004); los resultados evidencian que sólo el modelo de la variable combinada lo cumple, por lo que resulta apropiado para predecir el volumen fustal con corteza en el caso de *Pinus pseudostrobus*. Por otra parte, este mismo presentó coeficientes de regresión significativos (valor de $p < 0.05$), R^2 cercano a 1 y CME bajo (Cuadros 5 y 6).

Cuadro 7. Tabla de volumen (m³) para *Pinus douglasiana* obtenida a partir del modelo $V = 0.36548(D^2 A)^{0.98957}$

Diámetro (m)	Altura (m)							
	10	15	20	25	30	35	40	
0.10	0.0374	0.0559	0.0743	0.0927	0.111	0.1293	0.1476	
0.15	0.0835	0.1248	0.1658	0.2068	0.2477	0.2885	0.3293	
0.20	0.1476	0.2205	0.2931	0.3655	0.4377	0.5099	0.5819	
0.25	0.2295	0.3429	0.4558	0.5684	0.6808	0.793	0.905	
0.30	0.3293	0.4919	0.6538	0.8154	0.9766	1.1376	1.2983	
0.35	0.4468	0.6673	0.8871	1.1063	1.3250	1.5434	1.7614	
0.40	0.5819	0.8692	1.1554	1.4409	1.7258	2.0102	2.2942	
0.45	0.7347	1.0974	1.4588	1.8192	2.1789	2.5380	2.8965	
0.50	0.905	1.3518	1.7970	2.2410	2.6841	3.1264	3.5681	
0.55	1.0929	1.6324	2.1700	2.7062	3.2413	3.7754	4.3088	
0.60	1.2983	1.9392	2.5778	3.2148	3.8504	4.4849	5.1185	
0.65	1.5211	2.272	3.0203	3.7666	4.5114	5.2548	5.9971	
0.70	1.7614	2.631	3.4974	4.3616	5.224	6.0849	6.9445	
0.75	2.0191	3.0159	4.0092	4.9998	5.9884	6.9752	7.9605	
0.80	2.2942	3.4268	4.5554	5.6810	6.8042	7.9255	9.0451	
0.85	2.5867	3.8637	5.1361	6.4052	7.6716	8.9359	10.1982	
0.90	2.8965	4.3264	5.7513	7.1724	8.5905	10.0061	11.4197	

Los valores sombreados corresponden al área recomendada de aplicación del modelo.

La dispersión de los residuales y la gráfica de normalidad correspondiente al modelo seleccionado se consignan en las figuras 5 y 6, y en el Cuadro 8; la tabla de volumen se calculó con base en la ecuación:

$$V = 0.35314(D^2 A)^{0.98252}$$

Donde:

D = diámetro normal

A = altura

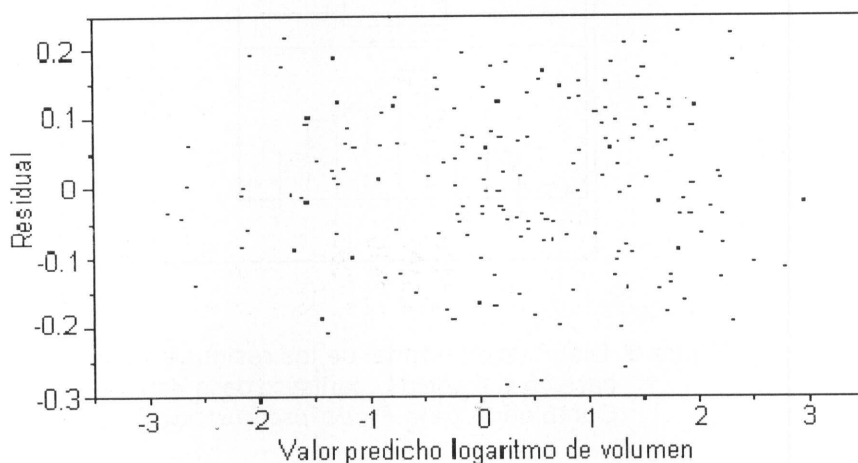


Figura 5. Dispersión de residuales contra el valor predicho del logaritmo de volumen gustal con base en el modelo logarítmico de la variable combinada para *Pinus douglasiana*.

Homogeneidad de modelos

El valor de la F calculada (F_c) al aplicar la fórmula correspondiente fue de 5.96.

Al considerar un nivel de significancia de 0.05 (5%) resultó una $F_{0.05, 2, 423}=3.01$. Dado que 5.96 es mayor que 3.01, se concluye que se deben usar los modelos logarítmicos de la variable combinada generados para *Pinus douglasiana* y *P. pseudostrobus*.

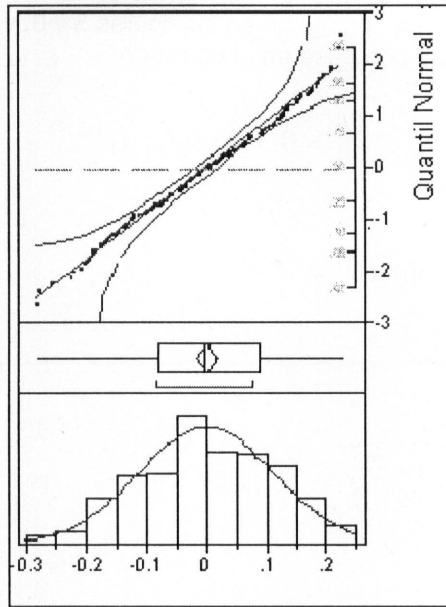


Figura 6. Distribución normal de los residuales con base en el modelo Logarítmico de la Variable Combinada para *Pinus pseudostrobus*.

CONCLUSIONES

El modelo Logarítmico de la Variable Combinada ofreció el mejor ajuste desde el punto de vista estadístico y el más práctico para las dos especies estudiadas.

Las ecuaciones de volumen fueron:

Pinus douglasiana:

$$V = 0.36548(D^2 A)^{0.98957}$$

Pinus pseudostrobus:

$$V = 0.35314(D^2 A)^{0.98252}$$

Cuadro 8. Tabla de volumen (m³) para *Pinus pseudostrobus* obtenida a partir del modelo $V = 0.35314(D^2 A)^{0.98252}$

Diámetro (m)	Altura (m)										
	10	15	20	25	30	35	40	45	50		
0.10	0.0368	0.0548	0.0726	0.0905	0.1082	0.1259	0.1435	0.1611	0.1787		
0.15	0.0816	0.1215	0.1611	0.2006	0.2400	0.2793	0.3184	0.3575	0.3965		
0.20	0.1435	0.2138	0.2836	0.3531	0.4224	0.4915	0.5604	0.6292	0.6978		
0.25	0.2225	0.3314	0.4397	0.5475	0.6549	0.7620	0.8688	0.9754	1.0818		
0.30	0.3184	0.4742	0.6292	0.7834	0.9371	1.0903	1.2432	1.3957	1.5479		
0.35	0.4311	0.6420	0.8517	1.0605	1.2686	1.4760	1.6830	1.8895	2.0955		
0.40	0.5604	0.8347	1.1073	1.3787	1.6492	1.9189	2.1879	2.4564	2.7243		
0.45	0.7063	1.0520	1.3957	1.7378	2.0787	2.4187	2.7577	3.0961	3.4337		
0.50	0.8688	1.2940	1.7167	2.1375	2.5569	2.9750	3.3921	3.8082	4.2236		
0.55	1.0478	1.5606	2.0703	2.5778	3.0835	3.5878	4.0908	4.5927	5.0936		
0.60	1.2432	1.8516	2.4564	3.0585	3.6585	4.2568	4.8536	5.4490	6.0433		
0.65	1.4549	2.1669	2.8748	3.5795	4.2817	4.9819	5.6803	6.3772	7.0727		
0.70	1.6830	2.5066	3.3254	4.1406	4.9529	5.7628	6.5707	7.3769	8.1815		
0.75	1.9273	2.8706	3.8082	4.7418	5.6720	6.5996	7.5248	8.4480	9.3693		
0.80	2.1879	3.2587	4.3232	5.3829	6.4390	7.4919	8.5422	9.5902	10.6362		
0.85	2.4647	3.6710	4.8701	6.0640	7.2536	8.4398	9.6230	10.8036	11.9819		
0.90	2.7577	4.1074	5.4490	6.7848	8.1158	9.4430	10.7668	12.0878	13.4061		
0.95	3.0669	4.5678	6.0598	7.5453	9.0256	10.5015	11.9737	13.4427	14.9089		
1.00	3.3921	5.0522	6.7025	8.3455	9.9827	11.6151	13.2435	14.8683	16.4899		
1.05	3.7334	5.5606	7.3769	9.1852	10.9872	12.7839	14.5761	16.3644	18.1492		
1.10	4.0908	6.0928	8.0830	10.0644	12.0389	14.0076	15.9713	17.9308	19.8864		

Los valores sombreados corresponden al área recomendada de aplicación del modelo

La prueba de homogeneidad indicó que los modelos Logarítmicos de la Variable Combinada de ambas especies son diferentes estadísticamente.

Las ecuaciones sólo son aplicables en los municipios en donde se tomó la información de campo.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece al Fondo Sectorial Forestal CONAFOR-CONACYT por haber financiado el proyecto "Desarrollo de técnicas para elaborar tablas o ecuaciones de predicción volumétrica para dos especies de pino del sur-occidente de Michoacán". No. CONAFOR 2003 – CO3 – 10594, y de manera especial a todas aquellas personas que con su esfuerzo contribuyeron a la toma de datos de campo.

REFERENCIAS

- Aleixo da Silva, J. A. and B. E. Borders. 1993. A tree volume equation based on two lower stem diameters for loblolly pine in the Southeastern United States. *South. J. Appl. For.* 17(3):160-162.
- Armendáriz O., R., A. Quiñónez Ch., M. Cano R., P. Juárez T., H. O. Rubio A. y J. Rentería A. 2003. Tablas de volúmenes para *Pinus herrerae* y *P. duranguensis* en el Ejido Monterde, municipio de Guazapares, Chih. Folleto Técnico No. 21. CIR- Norte. INIFAP. Ciudad Madera, Delicias, Chih. 20 p.
- Caballero D., M. 1972. Tablas y tarifas de volúmenes: Análisis de algunas de las metodologías existentes y su aplicación a las condiciones de los bosques mexicanos. I.N.I.F. Nota No. 7. 55 p.
- Cumplido O., R. 2002. Tablas de volúmenes y de incrementos para tres especies del género *Pinus* de tres predios del estado de Chihuahua, México. Tesis de Licenciatura. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Edo. de Méx. 114 p.
- Gujarati, D. N. 2000. *Econometría básica*. McGraw-Hill Co. Tercera edición. Santa Fé de Bogotá. Colombia. 824 p.
- Hernández M., E., P. Morales L., O. Delgado de J., E. H. Cornejo O., y S. Valencia M. 1999. Predicción de volúmenes de fuste para *Pinus michoacana* Mart. y *Pinus douglasiana* Mart. en el sureste de Nayarit. UAAAN. Foresta-AN. Nota Técnica No. 4. Coahuila, México. 9 p.
- Husch, B. 1963. *Forest mensuration and statistics*. The Ronald Press Company. New, York. NY. USA. 474 p.

- Lares Z., M. A. 1994. Estimación del tamaño de muestra en regresión y modificación de los modelos de Schumacher y el logarítmico de la variable combinada. Tesis de Licenciatura. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Edo. de Méx. 36 p. México.
- Lynch, T. B. 1995. Use of a tree volume equation based on two lower-stem diameters to estimate forest volume from sample tree counts. *Can. J. For. Res.* 25 (6): 871-877.
- Little, T.M y F. J. Hills. 1983. Métodos estadísticos para la investigación en agricultura. Editorial Trillas.S.A. México D. F. México. 270 p.
- Madrigal H., S. e I. Vázquez C. 2004. Ecuaciones de predicción volumétrica para tres especies de *Pinus spp.* en la Región Oriente de Michoacán. *Ciencia Nicolaita. Revista Científica de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.* Vol. 39:189-206.
- Martínez G., A. y A. Castillo M. 1987. Teoría de la regresión con aplicaciones agronómicas. Centro de Estadística y Cálculo. Colegio de Postgraduados. Montecillo, Edo. de Méx. 490 p.
- Montgomery, D.C., E. A. Peck y G. G. Vining. 2004. Introducción al análisis de regresión lineal. Compañía Editorial Continental. México, D.F. México. 588 p.
- Muñoz F., H. J., S. Madrigal H., M. Aguilar R., J. García M. y M. Lara R. 2005. Tablas de volumen para *Pinus lawsonii* Roehl. y *P. pringlei* Shaw. en el Oriente de Michoacán. *Rev. Cien. For. en Méx.* 28 (94):81-103.
- Navarro M., S. A., L. M. Torres E., A. Cano P., S. Valencia M. y E. H. Cornejo O. 2000. Predicción de volúmenes de fuste para *Pinus cembroides* Zucc., en el Sureste de Coahuila. *Foresta-AN. Nota Técnica No. 3 UAAAN.* 16 p.
- Pérez L., C. 2003. Estadística. Problemas resueltos y aplicaciones. Pearson Prentice Hall. Madrid, España. 485 p.
- Romahn de la V., C. F., H. Ramírez H. y J. L. Treviño G. 1994. Dendrometría. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Edo. de Méx. 354 p. México.
- Rebolledo R., H. H. 2002. Manual SAS por computadora: análisis estadístico de datos experimentales. Editorial Trillas, S.A. México, D.F. México. 208 p.
- Secretaría de desarrollo agropecuario y Forestal/SEDAGRO. 1995. Inventario Forestal Estatal. Tablas de volúmenes para los diferentes géneros y regiones. Gobierno del estado de Michoacán. Morelia, Mich. México. 141p.
- Sit, V. and M. Poulin-Costello. 1994. Catalogue of curves for curve fitting. Ministry of Forests Research Program. Forest Science Research Branch. Victoria, British Columbia. Canada.110 p.
- Spurr, S. H. 1952. Forest inventory. The Ronald Press Company. New York. NY. USA. 476 p.