



DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v11i61.728>

Artículo de revisión

Aspectos metodológicos para generar diagramas de manejo de la densidad de rodales con base en el índice de *Reineke*

Methodological aspects to generate density management diagrams based on the diagrams based on Reineke's index

Juan Carlos Tamarit-Urias^{1*}, Gerónimo Quiñonez-Barraza² y Jonathan Hernández-Ramos³

Abstract

Density represents the degree of crowding of trees in a stand; their changes affect both the timber yield from a site and the sizes of the individual trees on it. Reineke's model and its stand density index (SDI) are used in the construction of density management diagrams (DMDs). The SDI defines the upper limit for self-thinning and the minimum point of total site occupancy. Despite the importance of DMDs, in their construction there is often ignorance or lack of clarity about relevant methodological aspects. The objective of this paper is to present basic theoretical elements that those responsible for forest management should take into account to generate a DMD. Under the classical approach to modeling Reineke's function, concepts about density, the type and characteristics of the source of dasometric information to be used, this research addresses the selection of high-density sites, the statistical adjustment of the function, the methodological criteria to move and delimit the line of self-thinning, and the bases for determining the growth areas of Langsaeter. It emphasizes that the self-thinning line can be delimited by using sampling sites for timber inventory and that high-density sites are selected using the maximum SDI approach (SDI_{max}). The linear ordinary least squares method for adjusting Reineke's function is robust and corrects heteroscedasticity. For maximum volume growth, stands should be maintained between 35 and 65 % with respect to the SDI_{max} . Optimal density levels should be determined by species.

Key words: Stocking diagram, stand density index, self-thinning line, even-aged stand, sampling sites, growth areas.

Resumen

La densidad indica el grado de aglutinamiento de los árboles en un rodal, sus cambios afectan el rendimiento maderable y el tamaño de los individuos. El modelo de *Reineke* y su índice de densidad del rodal (IDR) se usan en la construcción de diagramas para manejar la densidad (DMD), el IDR define el límite superior del autoaclareo y el punto mínimo de ocupación total del sitio. A pesar de su importancia, en la construcción de un DMD es común que exista desconocimiento o poca claridad sobre aspectos metodológicos relevantes. El objetivo es presentar elementos teóricos básicos que el responsable del manejo forestal debe considerar para construir un DMD. Bajo el enfoque clásico de modelación de la función de *Reineke*, se abordan conceptos sobre densidad, el tipo y características de la fuente de información dasométrica por utilizar, la selección de sitios en alta densidad, el ajuste estadístico de la función, criterios metodológicos para desplazar y delimitar la línea de autoaclareo, y juicios para determinar las zonas de crecimiento de *Langsaeter*. Se resalta que la línea de autoaclareo puede delimitarse a partir de sitios de muestreo para inventario maderable, y los de densidad alta se seleccionan aplicando el enfoque del IDR máximo ($IDR_{máx}$); el método de mínimos cuadrados ordinarios lineales para ajustar la función de *Reineke* es robusto y corrige la heterocedasticidad. Para el crecimiento máximo en volumen, los rodales es factible manejarlos entre 35 y 65 % con respecto al $IDR_{máx}$. Los niveles óptimos de densidad deben determinarse por especie.

Palabras clave: Guía de densidad, índice de densidad del rodal, línea de autoaclareo, rodal coetáneo, sitios de muestreo, zonas de crecimiento.

Fecha de recepción/Reception date: 19 de febrero de 2020

Fecha de aceptación/Acceptance date: 27 de julio de 2020

¹Campo Experimental San Martinito. Centro de Investigación Regional (CIR) - Golfo Centro. INIFAP. México.

²Campo Experimental Valle del Guadiana. CIR - Norte Centro. INIFAP. México.

³Campo Experimental Chetumal. CIR - Sureste. INIFAP. México.

*Autor por correspondencia; correo-e: tamarit.juan@inifap.gob.mx

Introducción

México, con 46 especies del género *Pinus* (pino), es el mayor centro de diversidad mundial; sus taxa conforman los bosques naturales más importantes porque cubren alrededor de 5 % del territorio nacional y 60 % de los taxones de pino tienen importancia comercial (Sánchez, 2008). En el periodo de 1990 a 2017 la producción maderable total nacional fue, en promedio, de 6.86 millones de m³ rollo total árbol, y el pino contribuyó con 79.38 % (Semarnat, 2019). Estos atributos convierten al género en el de mayor relevancia maderable y el de más alto potencial económico; por lo que, se requiere ampliar los conocimientos que coadyuven a mejorar su manejo técnico.

En el contexto referido, es necesario disponer de herramientas cuantitativas que permitan aplicar silvicultura intensiva y que contribuyan a tomar decisiones informadas para lograr los objetivos de producción maderable. Al respecto, el manejo de la densidad para controlar la competencia intraespecífica es la principal variable que el silvicultor puede manipular mediante aclareos como tratamientos silvícolas intermedios (Daniel *et al.*, 1979; Smith *et al.*, 1997), los cuales son factibles de aplicarse mediante diagramas para manejar la densidad (DMD).

En bosques conformados por rodales coetáneos que se gestionan con algún sistema de manejo regular, como el Método de Desarrollo Silvícola (MDS), es importante que el encargado del manejo tenga elementos técnicos y conocimientos claros que le permitan construir DMD útiles para diagnosticar el nivel de competencia, así como para generar y prescribir aclareos.

Es de particular importancia que se dominen a detalle los fundamentos que implican el enfoque clásico de la modelación y ajuste de la función base de *Reineke*, la cual se utiliza para determinar el autoaclareo y para construir DMD. Estas son herramientas cuantitativas de planeación y evaluación que ayudan al silvicultor a calificar y clasificar el nivel de ocupación del sitio y determinar, en caso necesario, la intensidad de la intervención del arbolado por remover (Comeau *et al.*, 2010; Long y Shaw, 2012; Vospernik y Sterba, 2015). Los DMD se construyen con un modelo matemático a nivel

de rodal, basado en el concepto de autoaclareo que se representa gráficamente en escala logarítmica, y que describe la relación densidad-tamaño, tiene delimitadas cuatro zonas de crecimiento que indican las etapas de desarrollo del rodal para una especie en particular (Shaw y Long, 2007; Pretzsch, 2009; Salas y Weiskittel, 2018). A pesar de la importancia de los DMD, la información sobre aspectos metodológicos teóricos para construirlos no es suficientemente clara y está dispersa; en parte, es por ello que la generación de este tipo de herramientas por taxon y ecorregión es reducida, y su disponibilidad para el silvicultor es limitada. Por lo anterior, el objetivo del presente estudio es presentar información sobre aspectos y elementos teóricos básicos que el responsable del manejo forestal debe considerar para construir un DMD, cuando se utiliza el enfoque clásico de modelación de la función densidad-tamaño de *Reineke*.

Conceptos fundamentales

Los conceptos relevantes en el contexto del manejo de la densidad de rodales y la construcción de un DMD con el modelo de *Reineke* (Reineke, 1933), se presentan a continuación.

Densidad del rodal. En un sitio forestal, se refiere al grado de ocupación del espacio que los árboles tienen en un momento dado (Daniel *et al.*, 1979; Clutter *et al.*, 1983; Smith *et al.*, 1997); es una variable que mediante el manejo adecuado ayuda a predecir y mejorar algunos atributos del rodal. La densidad se manipula para influir favorablemente en el establecimiento y desarrollo de las especies de interés; para mejorar la calidad de la madera, así como la tasa de crecimiento en diámetro y la producción de volumen maderable. La densidad se puede expresar y evaluar en términos absolutos por unidad de superficie (número de árboles vivos, área basal o volumen), en cuyo caso la determinación es directa y sin referencia de algún otro rodal. También, puede expresarse en términos relativos mediante valores índice que determinan el nivel de densidad y competencia de un rodal; entre ellos, el índice de

densidad de rodal de *Reineke* (1933). En esta forma, la densidad se expresa con base en una densidad estándar seleccionada previamente.

Función de densidad - tamaño de *Reineke* (1933). De acuerdo con Smith *et al.* (1997), Pretzsch (2009) y Burkhart y Tomé (2012) es una relación de tipo potencial expresada como el número de árboles por hectárea de un rodal (N), y el tamaño de los individuos, dado por el diámetro cuadrático promedio (Dq) (1).

$$N = \alpha Dq^\beta \quad (1)$$

Donde:

α = Parámetro del intercepto

β = Parámetro de la pendiente

Por facilidad de ajuste y reducción de la heterocedasticidad, dicha función se usa en su forma lineal mediante logaritmos (\ln) (2).

$$\ln(N) = \alpha + \beta \ln(Dq) \quad (2)$$

Reineke (1933) estableció que el valor teórico de la pendiente para cualquier especie es de -1.605.

Diámetro cuadrático promedio (Dq). Es el diámetro del árbol con el área basal promedio del rodal (AB , $m^2 \text{ ha}^{-1}$), se calcula con la expresión (3) (Daniel *et al.*, 1979; Clutter *et al.*, 1983; Weiskittel *et al.*, 2011).

$$Dq = \sqrt{(40000/\pi)(AB/N)} \quad (3)$$

Donde:

π = Constante 3.1416

40 000 = Se usa para expresar el AB en m^2 cuando el diámetro normal está expresado en cm

N = Número de árboles ha^{-1}

Diámetro cuadrático promedio de referencia (Dq_r). Es el diámetro que se predetermina para estimar el IDR, puede ser el valor sugerido por Reineke (1933) equivalente a 25 cm, o bien el valor del Dq promedio observado en parcelas o sitios de muestreo; incluso, cualquier otro valor, dado que es un modelo de autorreferencia (Clutter *et al.*, 1983; Pretzsch, 2009; Burkhart y Tomé, 2012).

Índice de Densidad del Rodal (IDR) de Reineke. Es el número de árboles por hectárea (o acre) que un rodal puede llegar a tener para el Dq_r predefinido (Pretzsch, 2009; Weiskittel *et al.*, 2011; Burkhart y Tomé, 2012); se calcula con la expresión (4).

$$IDR = N(Dq_r/Dq)^{-\beta} \quad (4)$$

Una forma alterna y equivalente de calcularlo es mediante la expresión (5)

$$IDR = N(Dq/Dq_r)^\beta \quad (5)$$

Cuando se desconoce el valor de β , es posible usar el valor teórico de 1.605. La densidad relativa se expresa con respecto al Dq_r prefijado.

Índice de Densidad del Rodal máximo ($IDR_{m\acute{a}x}$). Corresponde la densidad máxima en términos del número de árboles por unidad de superficie que pueden existir en una población bajo autoaclareo para un Dq_r preestablecido (ejemplo $Dq_r=25$) y taxon específico (Pretzsch, 2009; Weiskittel *et al.*, 2011; Burkhart y Tomé, 2012). El $IDR_{m\acute{a}x}$ se estima mediante la expresión (6).

$$IDR_{m\acute{a}x} = \alpha Dq_r^\beta \quad (6) \text{ o su equivalente:}$$

$$IDR_{m\acute{a}x} = e^{(\alpha+\beta \ln(Dq_r))} \quad (7)$$

Donde:

e = Función exponencial

\ln = Logaritmo natural

Línea del límite superior del autoaclareo (de competencia máxima o simplemente línea de autoaclareo). Es la línea dada por el número de árboles máximo ($N_{m\acute{a}x}$) para cada categoría de Dq o categoría diamétrica, representa 100 % o el $IDR_{m\acute{a}x}$ (Pretzsch, 2009; Weiskittel *et al.*, 2011; Burkhardt y Tomé, 2012), se determina con la expresión (8).

$$N_{m\acute{a}x} = \alpha Dq^{\beta} \quad (8) \text{ o su equivalente:}$$

$$N_{m\acute{a}x} = e^{(\alpha + \beta \ln(Dq))} \quad (9)$$

Fuentes de información de las variables N y Dq

La información dasométrica que se usa en la gran mayoría de los trabajos clásicos de densidad para delimitar la línea de densidad máxima y para construir un DMD debe, preferentemente, proceder de parcelas experimentales permanentes, ubicadas en rodales con densidad y competencia extremas; una red de parcelas de este tipo permite monitorear, en el tiempo, el comportamiento tanto del cierre de copas como de la ocurrencia de períodos de mortalidad (Weller, 1987; Zeide, 1987); sin embargo, por la planeación a largo plazo, los costos implicados y el tiempo que se requiere para el establecimiento y monitoreo de la red es difícil disponer de información dasométrica suficiente en forma de series de tiempo completas, en el corto y mediano plazo (Pretzsch, 2006; Condés *et al.*, 2017). En algunos estudios recientes de densidad, se utilizan técnicas de ajuste novedosas tales como funciones frontera, en las que usan

toda la información disponible procedente de sitios de muestreo o de parcelas temporales (Lopes *et al.*, 2016; Quiñonez *et al.*, 2018; Salas y Weiskittel, 2018). Aunque, siempre debe tenerse la certeza de que en el conjunto de datos existan observaciones en densidad máxima.

Bajo el enfoque clásico de trabajar la densidad con el modelo de *Reineke*, otra manera de obtener la información por procesar es mediante un muestreo dirigido y orientado a parcelas temporales, de forma circular, rectangular o cualquier otra. En este caso, se requiere aplicar un muestreo estratificado tipo selectivo; los estratos útiles son aquellos que corresponden a los rodales con la mayor población o densidad; lo que conlleva a la selección de rodales con cobertura cerrada y densidades altas (Valencia, 1994).

Las parcelas se ubicarán en rodales puros y coetáneos, con densidad máxima (normal o completa), sin presencia de daños físicos, con arbolado sano y libre de problemas fitosanitarios, preferentemente no intervenidos en los últimos 10 años; se tienen que incluir todas las categorías diamétricas, clases de edad y calidades de estación en las que se desarrolle la especie de interés. La superficie de las parcelas puede variar según el tamaño de los árboles, si estos son adultos se recomienda un área de 1 000 m²; si corresponde a una etapa de crecimiento y desarrollo (vardazcal, monte bravo, latizal o fustal), entonces la cantidad de árboles es alta y la superficie puede reducirse, por ejemplo de 1 000 a 500 m², o incluso menor (Valencia, 1994; Gezán *et al.*, 2007; Navarro *et al.*, 2011).

La alternativa más práctica, económica, fácil y rápida es usar la información dasométrica que proviene de sitios de muestreo clásicos utilizados en los inventarios maderables operativos, los cuales necesariamente se efectúan para elaborar y ejecutar programas de manejo en un intervalo amplio de condiciones de crecimiento (Weiskittel *et al.*, 2009). En ese caso, es importante verificar que la muestra sea representativa de la región de estudio y para el taxon de interés.

Navarro *et al.* (2011) refieren que los sitios en densidad alta seleccionados apropiadamente son útiles para determinar la línea de autoaclareo, aunque puede emplearse una mezcla de información proveniente de unidades muestrales

permanentes y temporales; van Laar y Akça (2007), Vospernik y Sterba (2015) y Salas y Weiskittel (2018) ratifican que ante la falta de remediciones de parcelas permanentes, la información dasométrica procedente de parcelas temporales o de sitios de inventario es adecuada, previo un tratamiento de selección para delimitar la línea de autoaclareo.

Estos sitios o parcelas sustituyen la sucesión temporal de información de las parcelas permanentes por una serie de información dasométrica de tipo espacial, distribuida en diferentes estadios de desarrollo. Dado que solo se levantan por única ocasión, se tiene una colección de datos sobre distintas etapas de desarrollo del bosque con mediciones puntuales; por lo que, un conjunto de esos sitios sustituye, satisfactoriamente, a una parcela permanente con mediciones escalonadas en el tiempo. Sin embargo, tendrían la desventaja de que no sería posible determinar patrones de crecimiento dinámico, ni de mortalidad; información esencial bajo determinadas metodologías para delimitar algunas zonas de crecimiento de las guías de densidad.

Selección de sitios en densidad alta

En el contexto de la perspectiva tradicional para realizar el análisis de la densidad de rodales, no necesariamente todos los sitios de muestreo para inventario operativo se establecen en rodales con densidad alta y competencia extrema, por lo que solo los que cumplen con esta condición son útiles para llevar a cabo los estudios de densidad, así como para ajustar la función de *Reineke*, definir la línea del límite superior del autoaclareo y construir los DMD. Por lo anterior, se deben seleccionar aquellos sitios que cumplen este requerimiento y condición. Para ello, se recomienda usar el método sugerido por Solomon y Zhang (2002), denominado Método del Índice de Densidad del Rodal Máximo ($IDR_{máx}$), cuyos pasos se detallan a continuación:

1. La densidad de cada sitio expresada como el número de árboles por sitio (N) se escala a nivel de hectárea.
2. Para cada sitio se calcula el diámetro cuadrático promedio (Dq), mediante la expresión (3), a nivel de hectárea.
3. Para cada sitio se calcula el *IDR* de *Reineke* ($IDRR$) con la expresión (4), $Dq_r = 25$ cm y $\beta = 1.605$.
4. De entre todos los sitios, se ubica aquel que tiene el mayor valor de *IDR* ($IDR_{m\acute{a}x}$).
5. Se calcula la densidad relativa (DR) de cada sitio, al dividir su respectivo valor de *IDR* entre el valor del sitio con el mayor *IDR*:

$$DR = IDR / IDR_{m\acute{a}x} \quad (9)$$

6. Se seleccionan aquellos sitios cuyos valores de DR son iguales o mayores a 0.60; esto garantiza que cumplan la condición de localizarse en densidad y competencia altas.

Ajuste de la función densidad - tamaño de *Reineke*

El valor de la pendiente es diferente al valor teórico propuesto originalmente de -1.605 (Pretzsch, 2006; VanderSchaaf y Burkhart, 2007; Comeau *et al.*, 2010), por lo que debe estimarse para regiones y taxones específicos. Al respecto, se han desarrollado diferentes métodos estadísticos para ajustar la función de *Reineke* y obtener los estimadores de los parámetros (Zhang *et al.*, 2005; Burkhart y Tomé, 2012; Zhang *et al.*, 2015; Salas y Weiskittel, 2018). Entre las principales técnicas destacan la de Mínimos Cuadrados Ordinarios Lineales (MCO-L) y la de Regresión Frontera Estocástica (RFE) (Santiago *et al.*, 2013).

Bajo el enfoque clásico de modelación, el método de MCO-L puede usarse satisfactoriamente para ajustar la función, es robusto y se reconoce como el mejor para estimar la condición promedio de la variable aleatoria de interés (Zhang *et al.*, 2005; Comeau *et al.*, 2010), ya que minimiza la suma de los cuadrados de las distancias entre los valores observados y los predichos; además, se consigue reducir al mínimo el problema potencial de heterocedasticidad (Gezán *et al.*, 2007).

La línea promedio que se genera con MCO-L pasa en medio de la nube de datos observados; sin embargo, el interés es determinar el límite superior; por tanto, no puede considerarse *per se* como una línea biológica de densidad máxima derivada de la relación densidad-tamaño (Zhang *et al.*, 2013); por ello es necesario utilizar algún criterio que delimite apropiadamente la línea de densidad máxima en la frontera superior.

Criterios metodológicos para desplazar la línea promedio y delimitar la línea de autoaclareo

La línea de densidad máxima (límite superior del autoaclareo) se delimita en el extremo superior de la nube de datos observados, ya que es ahí en donde se presenta la densidad y competencia extrema; y por tanto, la mortandad de individuos. Para ello, se tienen diferentes criterios metodológicos que se basan en mantener fijo el valor del parámetro de la pendiente (β) y aumentar el valor del parámetro del intercepto (α) de la función de *Reineke*, lo que permite tener un α máximo ($\alpha_{\text{máx}}$) (Burkhardt y Tomé, 2012; Santiago *et al.*, 2013). Con esto, se obtiene una nueva función lineal que genera una línea recta paralela al promedio que al ser desplazada hacia la frontera superior, corresponderá a la línea de densidad máxima.

Los principales criterios que tienen fundamento estadístico para incrementar el valor del parámetro del intercepto y generar la línea de autoaclareo se describen en seguida. Para mostrar la forma de aplicar los criterios, se ejemplificará usando la información del ajuste de la función de *Reineke* (Cuadro 1) en la expresión (1)

aplicada a 90 sitios de muestreo de *Pinus montezumae* Lamb. de la Unidad de Manejo Forestal (Umafor) 2103 Región Teziutlán, en Puebla, México.

Cuadro 1. Parámetros y estadísticos de ajuste de la función densidad – tamaño de *Reineke* para *Pinus montezumae* Lamb. de la Umafor 2103.

Parámetro	Estimador	EE	Significancia	LS	CME	RCME (σ)	R^2_{adj}
α	12.01457	0.216	<0.0001	12.44383			
β	-1.74014	0.068	<0.0001	1.87535	0.0659	0.25663	0.88

EE = Error estándar; LS = Límite superior del intervalo de confianza; CME = Cuadrado medio del error; RCME (σ) = Raíz del CME o error estándar residual; R^2_{adj} = Coeficiente de determinación ajustado por el número de parámetros.

- A). Incrementar el intercepto en 1.96 desviaciones estándar al error del modelo (RCME o σ); de tal manera que, asintóticamente solo existe 2.5 % de probabilidad de ubicar sitios que sobrepasen esta línea de densidad máxima (Gezán *et al.*, 2007). Otra opción es la propuesta por Andenmatten (2019), quien usa dos desviaciones estándar. Esto se establece así para garantizar que la nueva línea no incluya observaciones atípicas (*outliers*), lo que podría ocurrir si se aumentara a tres desviaciones estándar.
- B). Hacer que coincida el número de árboles que la función de *Reineke* estima con el sitio que tenga mayor IDR, cuando se aplica la expresión (4) y un $Dq_r = 25$ cm (Valencia, 1994; Solomon y Zhang, 2002; Comeau *et al.*, 2010). De los 90 sitios, el que presentó el mayor IDR tuvo valores de $N = 2\ 670$ y $Dq = 13.70$ cm. Luego, de la expresión (2) que corresponde a la función linealizada de *Reineke* se despeja el parámetro α y se sustituyen los valores N y Dq del sitio referido. Gráficamente,

se debe observar que la línea desplazada intercepte al punto $N-Dq$ del sitio que presentó el IDR más alto.

- C). Usar el promedio de los tres residuales (errores) con los valores mayores (Zhang *et al.*, 2005; Burkhart y Tomé, 2012). Se seleccionan los valores positivos más grandes que corresponden a los tres residuales. Para el caso del ejemplo, presentaron los valores 0.41937, 0.40374 y 0.43036. El valor promedio resultante se suma al del parámetro del intercepto. Con este criterio, se logra que la línea de máxima densidad se ubique en una posición promedio entre los tres puntos de los residuales máximos. Una forma alternativa consiste en utilizar solo el residual mayor y recorrer la línea hasta que este sea igual a cero; dicho método, también, se le conoce como MCO corregidos.
- D). Usar el valor del parámetro del intercepto correspondiente al del límite superior (LS) del intervalo de confianza (IC) calculado a 95 % de confiabilidad (Salas y Weiskittel, 2018).

En el Cuadro 2 se presenta la forma de cálculo para cada criterio, así como los valores finales de $\alpha_{m\acute{a}x}$ de acuerdo con cada uno de ellos. Se ha comprobado que los criterios metodológicos referidos para corregir el valor del intercepto son consistentes para generar la línea biológica absoluta de la relación densidad - tamaño (Solomon y Zhang, 2002; Comeau *et al.*, 2010).

Cuadro 2. Valores que toma el intercepto de la función de *Reineke* corregidos de acuerdo con cada criterio metodológico que desplaza la línea de densidad promedio ajustada.

Criterio	Cálculo	$\alpha_{m\acute{a}x}$
A	$\alpha_{m\acute{a}x} = (1.96 * \sigma^2) + \alpha$	12.51756
B	$\alpha_{m\acute{a}x} = Ln(2670) + \beta * Ln(13.7)$	12.44447
C	$\alpha_{m\acute{a}x} = 0.41783 + 12.01457$	12.43240
D	$\alpha_{m\acute{a}x} = 12.44383$	12.44383

Zona óptima de crecimiento en volumen del rodal

Con base en la evidencia de diversos estudios sobre mortalidad y competencia de árboles (Drew y Flewelling, 1979; Long, 1985; Becerra, 1986; Dean y Baldwin, 1993; Jack y Long, 1996; Powell, 1999; Vargas, 1999; Gezán *et al.*, 2007; Shaw y Long, 2007; Navarro *et al.*, 2011; Weiskittel *et al.*, 2011; Long y Shaw, 2012; Müller *et al.*, 2013; Hernández *et al.*, 2013) se asume que las líneas teóricas que delimitan las zonas de crecimiento de *Langsaeter* pueden determinarse en términos de la densidad relativa (porcentajes de la línea de autoaclareo). Lo anterior, porque se acepta que un determinado intervalo del $IDR_{m\acute{a}x}$ corresponde a una etapa particular de desarrollo del rodal (Kumar *et al.*, 1995; Pretzsch, 2009) y cada una de estas equivalen a las zonas de crecimiento de un DMD; lo cual evidencia la importancia de establecer intervalos de densidades relativas correctos para construir un DMD. Las líneas que componen un DMD y su determinación se presentan en seguida.

Línea A. Es la línea de autoaclareo y corresponde a 100 % o $IDR_{m\acute{a}x}$. Determina la densidad máxima; por tanto, la competencia y ocupación máxima del sitio. Los rodales que se ubican sobre esta línea están en un estado de sobre-densidad; solo es deseable mantener rodales en esa condición, previo a la cosecha final del rodal, para maximizar la producción maderable total neta.

Línea B. Corresponde al límite inferior de la zona en que se presenta el autoaclareo, determina el inicio de la mortalidad por competencia ya que la ocupación del sitio es completa. Este fenómeno inicia entre 50 y 60 % de la densidad máxima. Las líneas A y B forman la zona de crecimiento 4, denominada de autoaclareo o de mortalidad inminente, misma que empieza a ser crítica a partir de un valor de 75 %. Por facilidad para generar escenarios de aclareos y tener amplio margen de gestión de la densidad, el límite inferior de esa zona podría establecerse en 65 %.

Línea C. Determina el límite inferior de ocupación del sitio y normalmente corresponde al momento en que empieza a presentarse el cierre de copas, da inicio

la competencia parcial y por tanto, no se presenta la mortalidad inmediata de los individuos. Esta línea se obtiene cuando la densidad varía de 25 a 35 %, con respecto a la línea de autoaclareo; para construir un DMD es común usar el valor de 35 %. Entre las líneas B y C, se delimita la zona de crecimiento 3 que corresponde al máximo crecimiento en volumen por hectárea del rodal, la ocupación del sitio se considera adecuada y la tasa de crecimiento positiva, máxima y constante. Teóricamente, el intervalo óptimo de esa zona se localiza entre 35 y 65 %.

Los porcentajes es posible que cambien y se establezcan con base en el conocimiento del silvicultor sobre el desarrollo y crecimiento de la especie de interés; de manera que se logre la condición de ocupación completa del sitio y ausencia de mortalidad por competencia. Long (1985) sugiere que para delimitar apropiadamente el límite superior de la zona de crecimiento, se use el criterio de establecer un nivel mínimo aceptable del vigor del arbolado individual, que debe relacionarse con la capacidad para responder rápidamente al aclareo; una razón de copa viva con respecto a la altura total del árbol de 40 % puede ser el adecuado, además que corresponde con 50 % del $IDR_{máx}$; para aplicar este criterio hay que considerar que la copa viva se reduce a medida que las ramas inferiores mueren, por efecto del aumento en la densidad relativa y a la presencia de la poda natural y el cierre de copas.

Penner *et al.* (2006) sugieren que la zona de crecimiento 3 corresponde a la condición de incremento periódico anual (IPA) máximo del volumen del rodal. El nivel adecuado de densidad puede determinarse cuando se observe estabilidad en el IPA en diámetro normal; así, para una categoría específica de diámetro, el IPA alcanzará un máximo y tenderá a estabilizarse; porque, aunque aumente el espacio, el crecimiento diametral no se incrementaría. En caso contrario, cuando el IPA llegue a un mínimo y tienda a mantenerse, será indicativo de que se alcanzó el límite de sobrevivencia y crecimiento; por lo que, si se aumenta la densidad, no se reduciría más el incremento en diámetro. El principio fundamental para esta zona se refiere a que, los regímenes silvícolas aplicados permitan que el sitio no se desaproveche por aclareos excesivos y que tampoco se retarden los crecimientos por tener excesos de densidad.

Línea D. Esta se delimita para conocer el nivel mínimo de densidad que debe tener un rodal para lograr una cobertura mínima del suelo; con ello, el rodal tiene la capacidad de desarrollarse y alcanzar, en etapas posteriores, la densidad completa. Generalmente, se establece a 25 % del $IDR_{máx}$. Las líneas C y D forman la zona de crecimiento 2 que corresponde a la zona de transición y que varía de 25 a 35 %, se caracteriza por que la tasa de crecimiento de los árboles individuales disminuye de manera gradual; en tanto que, la tasa de crecimiento de la masa neta continúa aumentando sustancialmente.

La zona de crecimiento 1 es la de subutilización del sitio. Los árboles crecen libremente, sin competencia y en forma aislada e independiente uno de otro; dado que el espacio es grande para el tamaño que tienen, se delimita entre cero y 25 % con relación al $IDR_{máx}$, la tasa de crecimiento en volumen en esta zona es constante y proporcional a la densidad.

Las cuatro zonas de crecimiento referidas conforman franjas de densidades relativas y originan un DMD. Para propiciar el crecimiento óptimo de cada rodal, siempre que el fin sea la producción maderable, deben mantenerse en la zona 3 mediante la gestión de la densidad por aclareos (Drew y Flewelling, 1979; Jack y Long, 1996; Long y Shaw, 2012).

Con el ajuste de la función de *Reineke* (Cuadro 1) y el intercepto corregido con el criterio B, en la Figura 1 se presenta el DMD generado. Se muestran las líneas de crecimiento referidas que delimitan las zonas de crecimiento. La línea de densidad máxima indica el número máximo de árboles para diferentes Dq o centros de categorías diamétricas en un intervalo que depende de la naturaleza de crecimiento máximo en diámetro de la especie de interés.



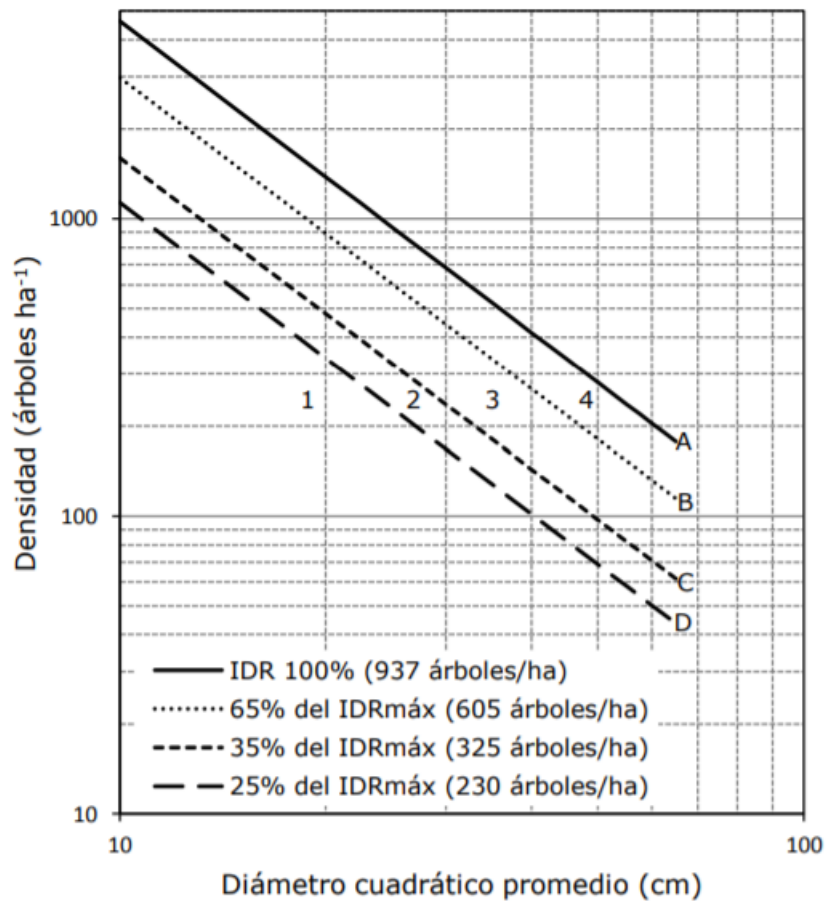


Figura 1. DMD con las líneas que delimitan las zonas de crecimiento.

Consideraciones finales

El soporte que ofrecen los DMD facilita tomar la decisión para definir regímenes de aclareos, por lo que son una herramienta cuantitativa importante de manejo forestal. Lo que el DMD sugiere debe considerarse solo como una referencia y no como una regla estricta. La decisión de practicar un aclareo, el tipo, la intensidad y el período entre aclareos consecutivos es responsabilidad del silvicultor, y su decisión basada en la situación particular de cada rodal y en el objetivo productivo de la especie.

El manejo adecuado de la densidad en función de la aplicación de cortas intermedias tiene un efecto directo en los atributos de los individuos que componen el rodal, tales

como el diámetro promedio, el ahusamiento, la longitud de copa promedio, el tamaño de ramas, el vigor, la sanidad y principalmente en el volumen. Estos atributos influyen de manera directa sobre la calidad y cantidad de madera y por tanto, en su valor comercial. De lo anterior se evidencia la importancia de que el técnico encargado del manejo forestal conozca cómo construir y disponer de DMD que se basen en la función de *Reineke*, cuando se usa el enfoque de modelación clásico.

Los DMD contruidos con el modelo de *Reineke* son más precisos, ya que se utiliza el diámetro cuadrático, el cual se calcula a partir del diámetro normal y este se mide de manera directa en los árboles, a diferencia de otros índices que se consideran menos estables, como el de *Yoda* que usa el volumen promedio estimado indirectamente mediante modelos de volumen, o bien el índice de espaciamiento relativo que emplea la altura total, la cual se obtiene en forma indirecta, o se estima con algún modelo alométrico; en ambos casos, se incurre en un margen de error mayor, por lo que su precisión y confiabilidad puede ser menor. Los DMD que inicialmente se generan son básicos, ya que solo se representan dos atributos del rodal en un plano bidimensional; sin embargo, son prácticos ya que se facilita la lectura e interpretación para diagnosticar el estado de densidad y competencia de los rodales. La posterior incorporación al DMD de isolíneas de otras variables del rodal, como la altura dominante o el índice de sitio, el área basal, el volumen u otra, permitirán desarrollar diagramas de densidad de mayor complejidad y al mismo tiempo más integrales y completos.

Conflicto de intereses

Lo autores declaran que no existe conflicto de interés.



Contribución por autor

Juan Carlos Tamarit-Urias: investigación documental de literatura especializada, análisis estadístico de información dasométrica, elaboración y corrección del manuscrito; Gerónimo Quiñonez-Barraza y Jonathan Hernández-Ramos: revisión y correcciones del documento.

Referencias

Andenmatten, E. 2019. Autorraleo: alternativa para determinar la pendiente de la relación lineal tamaño-densidad, mediante su impacto en la estimación del volumen del rodal. *Bosque* 40(2): 153-162. Doi: 10.4067/S0717-92002019000200153.

Becerra L., F. 1986. Determinación de una guía de densidad para *Pinus patula* Schdl. en Chignahuapan - Zacatlán, Pue. Tesis maestría. Colegio de Postgraduados. Chapingo, Edo. de Méx., México. 82 p.

Burkhardt, H. E. and M. Tomé. 2012. Modeling forest trees and stands. Springer. New York, NY, USA. 457 p.

Clutter, J. L., J. C. Fortson, L. V. Pienaar, G. H. Brister and R. L. Bailey. 1983. Timber management: a quantitative approach. John Wiley & Sons Inc. New York, NY, USA. 333 p.

Condés, S., P. Vallet, K. Bielak, A. Bravo-Oviedo, L. Coll, M. J. Ducey, M. Pach, H. Pretzsch, H. Sterba, J. Vayreda and M. del Río. 2017. Climate influences on the maximum size-density relationship in Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) and European beech (*Fagus sylvatica* L.) stands. *Forest Ecology and Management* 385: 295-307. Doi: 10.1016/j.foreco.2016.10.059.

Comeau, P. G., M. White, G. Kerr and E. S. Hale. 2010. Maximum density-size relationships for Sitka spruce and coastal Douglas-fir in Britain and Canada. *Forestry* 83(1): 461-468. Doi: 10.1093/forestry/cpq028.

Daniel, T. W., A. J. Helms and S. F. Baker. 1979. Principles of silviculture. 2nd Edition. McGraw-Hill. New York, NY, USA. 500 p.

Dean, T. J. and V. C. J. Baldwin. 1993. Using a density-management diagram to develop thinning schedules for loblolly pine plantations. Research Paper SO-275. USDA, Forest Service, Southern Forest Experiment Station. New Orleans, LA, USA. 7 p.

Drew, T. J. and W. J. Flewelling. 1979. Stand density management: an alternative approach and its application to Douglas-fir plantations. *Forest Science* 25: 518-532. Doi: 10.1093/forestscience/25.3.518.

Gezán S., A., A. Ortega y E. Andenmatten. 2007. Diagramas de manejo de densidad para renovales de roble, raulí y coigüe en Chile. *Bosque* 28(2): 97-105. Doi: 10.4067/S0717-92002007000200002.

Hernández R., H., J. J. García M., H. J. Muñoz F., X. García C., T. Sáenz R., C. Flores L. y A. Hernández R. 2013. Guía de densidad para manejo de bosques naturales de *Pinus teocote* Schlecht. et Cham. en Hidalgo. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 4(19): 62-76. Doi: 10.29298/rmcf.v4i19.379.

Jack, B. S. and M. N. Long. 1996. Linkages between silviculture and ecology: an analysis of density management diagrams. *Forest Ecology and Management* 86: 205-220. Doi: 10.1016/S0378-1127(96)03770-X.

Kumar, M. B., N. Long, J. and P. Kumar. 1995. A density management diagram for teak plantations of Kerala in peninsular India. *Forest Ecology and Management* 74: 125-131. Doi: 10.1016/0378-1127(94)03499-M.

- Long, J. N. 1985. A practical approach to density management. *Forestry Chronicle* 61: 23-27. Doi: 10.5558/tfc61023-1.
- Long, N. J. and J. D. Shaw. 2012. A density management diagram for even-aged Sierra Nevada mixed-conifer stands. *Western Journal of Applied Forestry* 27(4): 187-195. Doi: 10.5849/wjaf.11-036.
- Lopes P. E., N. Calegario, G. Saraiva N., E. de Almeida M. and J. de Almeida A. 2016. Estimate of stand density index for *Eucalyptus urophylla* using different fit methods. *Revista Árvore* 40(5): 921-929. Doi: 10.1590/0100-67622016000500016.
- Müller, U. B., R. Rodríguez y P. Gajardo. 2013. Desarrollo de una guía de manejo de la densidad en bosques de segundo crecimiento de roble (*Nothofagus obliqua*) en la región del Biobío. *Bosque* 34(2): 201-209. Doi: 10.4067/S0717-92002013000200009.
- Navarro C., M. Herrera, F. Drake y P. Donoso. 2011. Diagrama de manejo de densidad y su aplicación a raleo en bosques de segundo crecimiento de *Drimys winteri* en el sur de Chile. *Bosque* 32(2): 175-186. Doi: 10.4067/S0717-92002011000200008.
- Penner, M., E. D. Swift, R. Gagnon and J. Brissette. 2006. A stand density management diagram for balsam fir in New Brunswick. *The Forestry Chronicle* 82(5): 700-711. Doi: 10.5558/tfc82700-5.
- Powell, C. D. 1999. Suggested stocking levels for forest stands in northeastern Oregon and southeastern Washington: an implementation guide for the Umatilla National Forest. USDA, Forest Service. F14-SO-TP-03-99. Pendleton, OR, USA. 72 p.
- Pretzsch, H. 2006. Species-specific allometric scaling under self-thinning: evidence from long-term plots in forest stands. *Oecologia* 146: 572-583. Doi: 10.1007/s00442-005-0126-0.
- Pretzsch, H. 2009. Forest dynamics, growth and yield: from measurement to model. Springer-Verlag Berlin. Heidelberg, Germany. 664 p.

Quiñonez B., G., J. C. Tamarit U., M. Martínez S., X. García C., H. M. de los Santos P. and W. Santiago G. 2018. Maximum density and density management diagram for mixed-species forests in Durango, Mexico. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 24(1): 73-90. Doi: 10.5154/r.rchscfa.2017.09.056.

Reineke, L. H. 1933. Perfecting a stand-density index for even-aged forests. *Journal of Agricultural Research* 46: 627-638.

<https://naldc.nal.usda.gov/download/IND43968212/PDF> (7 de enero de 2020).

Salas, E. C. and A. R. Weiskittel. 2018. Evaluation of modeling strategies for assessing self-thinning behavior and carrying capacity. *Ecology and Evolution* 8: 10768-10779. Doi: 10.1002/ece3.4525.

Sánchez G., A. 2008. Una visión actual de la diversidad y distribución de los pinos de México. *Madera y Bosques* 14(1): 107-120.

<http://www.scielo.org.mx/pdf/mb/v14n1/v14n1a8.pdf> (8 de enero de 2020).

Santiago G., W., H. M. De los Santos P., G. Ángeles P., J. R. Valdez L., D. H. Del Valle P. y J. J. Corral R. 2013. Auto-aclareo y guías de densidad para *Pinus patula* mediante el enfoque de regresión de frontera estocástica. *Agrociencia* 47: 75-89.

<http://www.scielo.org.mx/pdf/agro/v47n1/v47n1a7.pdf> (8 de enero de 2020).

Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales (Semarnat). 2019. Producción forestal maderable y no maderable.

https://apps1.semarnat.gob.mx:445/dgeia/indicadores17/conjuntob/indicador/07_forestales/7_2.html (2 de diciembre de 2019).

Shaw, D. J. and J. N. Long. 2007. A density management diagram for longleaf pine stands with application to red-cockaded woodpecker habitat. *Southern Journal of Applied Forestry* 31(1): 28-38.

https://www.fs.fed.us/rm/pubs_other/rmrs_2007_shaw_j001.pdf (6 de enero de 2020).

Smith, D. M., B. C. Larson, M. J. Kelty and P. M. S. Ashton. 1997. The practice of silviculture: Applied forest ecology. Ninth Edition. John Wiley & Sons Inc. New York, NY, USA. 537 p.

Solomon, S. D. and L. Zhang. 2002. Maximum size-density relationships for mixed softwoods in the northeastern USA. *Forest Ecology and Management* 155: 163-170. Doi: 10.1016/S0378-1127(01)00556-4.

Valencia V., J. 1994. Utilización del índice de densidad de Reineke en *Pinus douglasiana* en Atenquique, Jalisco. *Revista Ciencia Forestal en México* 19(76): 51-75.

VanderSchaaf, C. L. and E. H. Burkhart. 2007. Comparison of methods to estimate Reineke's maximum size-density relationship. *Forest Science* 53(3):435-442. Doi: 10.1093/forestscience/53.3.435.

van Laar, A. and A. Akça. 2007. *Forest Mensuration*. Springer. Dordrecht, The Netherlands. 383 p.

Vargas L., B. 1999. Caracterización de la productividad y estructura de *Pinus hartwegii* Lindl. en tres gradientes altitudinales en el cerro Potosí, Galeana, Nuevo León. Tesis maestría. Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ciencias Forestales. Linares, NL., México. 93 p.
<http://eprints.uanl.mx/7905/1/1020125428.PDF> (24 de junio de 2020).

Vospernik, A. and H. Sterba. 2015. Do competition-density rule and self-thinning rule agree? *Annals of Forest Science* 72(3): 379-390. Doi: 10.1007/s13595-014-0433-x.

Weller, D. E. 1987. A reevaluation of the $-3/2$ power rule of plant self-thinning. *Ecological Monographs* 57: 23-43. Doi: 10.1007/s13595-014-0433-x.

Weiskittel, A., P. P. Gould and H. Temesgen. 2009. Sources of variation in the self-thinning boundary line for three species with varying levels of shade tolerance. *Forest Science* 55(1): 84-93. Doi: 10.1093/forestscience/55.1.84.

Weiskittel, A. R., D. W. Hann, J. A. Kershaw and J. K. Vanclay. 2011. Forest growth and yield modeling. First Edition. John Wiley & Sons, Ltd. Chichester, West Sussex, UK. 415 p.

Zeide, B. 1987. Analysis of the 3/2 power law of self-thinning. *Forest Science* 33: 517-537. Doi: 10.1093/forestscience/33.2.517.

Zhang, L., H. Bi, J. Gove and L. Heath. 2005. A comparison of alternative methods for estimating the self-thinning boundary line. *Canadian Journal of Forest Research* 35: 1507-1514. Doi: 10.1139/x05-070.

Zhang, J., W. W. Oliver and F. R. Powers. 2013. Reevaluating the self-thinning boundary line for ponderosa pine. *Canadian Journal of Forest Research* 43: 963-971. Doi: 10.1139/cjfr-2013-0133.

Zhang, X., J. A. Zhang and A. Duan. 2015. A hierarchical bayesian model to predict self-thinning line for chinese fir in southern China. *Plos One* 10(10): e0139788. Doi: 10.1371/journal.pone.0139788.



Todos los textos publicados por la **Revista Mexicana de Ciencias Forestales** –sin excepción– se distribuyen amparados bajo la licencia *Creative Commons 4.0* [Atribución-No Comercial \(CC BY-NC 4.0 Internacional\)](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/), que permite a terceros utilizar lo publicado siempre que mencionen la autoría del trabajo y a la primera publicación en esta revista.