



DOI: <https://doi.org/10.29298/rmcf.v11i60.711>

Artículo

## **Crecimiento en diámetro, altura, área basal y volumen para tres especies de pino en Chihuahua, México**

### **Diameter, height, basal area and volume growth of three pine species from *Chihuahua*, Mexico**

Francisco Javier Hernández<sup>1\*</sup>, José Camerino Meraz Aragón<sup>1</sup>, Benedicto Vargas Larreta<sup>1</sup>  
y Juan Abel Nájera Luna<sup>1</sup>

#### **Abstract**

The estimation of the growth and the yield of timber forest species is a decisive activity in the sustainable planning and projection of the forest harvest. The purpose of the present study was to adjust four regression models to estimate the diameter, basimetric area, height and volume growth of *Pinus leiophylla*, *Pinus lumholtzii* and *Pinus strobiformis* in *Guadalupe y Calvo*, *Chihuahua*, Mexico. Through selective sampling, 26 *Pinus lumholtzii* trees, 26 *P. strobiformis* trees, and 30 *P. leiophylla* trees were collected in order to generate 219, 249 and 385 profiles, respectively, of each of these species. The adjusted models utilized were those of Chapman-Richards, Schumacher, Hossfeld I and Weibull. The criteria for selecting the best-adjusted models were the coefficient of determination, the root mean square error, the significance of the estimated parameters, and the growth tendency curves. All the models were well adjusted; however, when the growth and yield projection curves were considered, the models that best represented the biological growth trend of the tree species were those of Chapman-Richards, Hossfeld I and Schumacher. Considering the age of maximum growth and the rotation age, the studied species exhibit a low growth.

**Key words:** Height, basimetric area growth, *Pinus leiophylla* Schiede ex Schlttdl. & Cham., *Pinus lumholtzii* B.L.Rob. & Fernand, *Pinus strobiformis* Engelm., volumen growth.

#### **Resumen**

La estimación del crecimiento y rendimiento de las especies forestales maderables es clave para planear y proyectar la cosecha de manera sustentable. El objetivo de la presente investigación fue ajustar cuatro modelos de crecimiento en diámetro, altura, área basal y volumen para *Pinus leiophylla*, *Pinus lumholtzii* y *Pinus strobiformis* de la región de *Guadalupe y Calvo*, *Chihuahua*. Mediante un muestreo selectivo se recolectaron 26 árboles de *P. lumholtzii*, 26 de *P. strobiformis* y 30 árboles de *P. leiophylla* para generar 219, 249 y 385 perfiles de cada una de las especies, respectivamente. Los modelos de crecimiento evaluados fueron los de *Chapman-Richards*, *Schumacher*, *Hossfeld I* y *Weibull*. Los criterios de selección de los mejores modelos fueron el coeficiente de determinación, la raíz del error medio cuadrático, la significancia de los parámetros estimados y las tendencias del crecimiento. Se determinó que todos los modelos presentaron ajustes significativos; sin embargo, por las tendencias del crecimiento que generan, los que mejor representaron el comportamiento biológico de las variables analizadas fueron los de *Chapman-Richards*, *Hossfeld I* y *Schumacher*. Con base en las edades a las que ocurre el máximo incremento en volumen y el turno, se infiere que las tres especies presentan lento crecimiento.

**Palabras clave:** Altura, crecimiento en área basal, *Pinus leiophylla* Schiede ex Schlttdl. & Cham., *Pinus lumholtzii* B.L.Rob. & Fernand, *Pinus strobiformis* Engelm., volumen.

Fecha de recepción/Reception date: 9 de diciembre de 2019

Fecha de aceptación/Acceptance date: 30 de abril de 2020

<sup>1</sup>Instituto Tecnológico de El Salto. México.

\*Autor por correspondencia; correo-e: fcojhernan@yahoo.com.mx

## Introducción

El manejo forestal sustentable debe apoyarse en información que indique las condiciones actuales del crecimiento de los árboles y su dinámica de desarrollo posterior, para garantizar una producción sostenida (Gyawali *et al.*, 2015). Esta referencia es elemental para fundamentar y apoyar la toma de decisiones sobre las prácticas de manejo que se pretendan aplicar (López y Tamarit, 2005). Para anticipar la respuesta del bosque a las prácticas silvícolas y estimar el volumen generado en el tiempo es necesario generar y aplicar ecuaciones que permitan predecir el crecimiento de los árboles en función de la edad, las cuales deben tener niveles de precisión significativamente confiables (Monárrez y Ramírez, 2003; Quiñonez *et al.*, 2015; González *et al.*, 2016) que garanticen una buena definición de la cantidad de volumen maderable y la edad del arbolado más apropiada para realizar el aprovechamiento comercial (Valdéz y Lynch, 2000). En ese contexto, la estimación del crecimiento es un factor clave para planear y predecir una cosecha sustentable e implementar mejores alternativas silvícolas (Salazar *et al.*, 1999; Corral y Návar, 2005), así como para actualizar la información de los inventarios forestales (Imaña y Encinas, 2008; Quiñonez *et al.*, 2015).

En función del tipo de bosque, regular o irregular que se pretenda manejar o evaluar, el estudio del crecimiento se puede abordar a nivel de rodal, por clases diamétricas o de árboles individuales (Piennar y Rheney, 1995; Gizachew y Brunner 2011). Los modelos de crecimiento de árboles individuales, comúnmente, se han generado a través de análisis troncales para describir la dinámica de crecimiento de las especies maderables que se desarrollan en áreas forestales irregulares (Torres y Magaña, 2001); por lo que en muchos de los casos, al evitar remediciones periódicas se facilita la realización de las estimaciones y el análisis de la dinámica de crecimiento. A su vez, la suma de los crecimientos de los árboles individuales da como resultado el crecimiento a nivel rodal (Diéguez *et al.*, 2009).

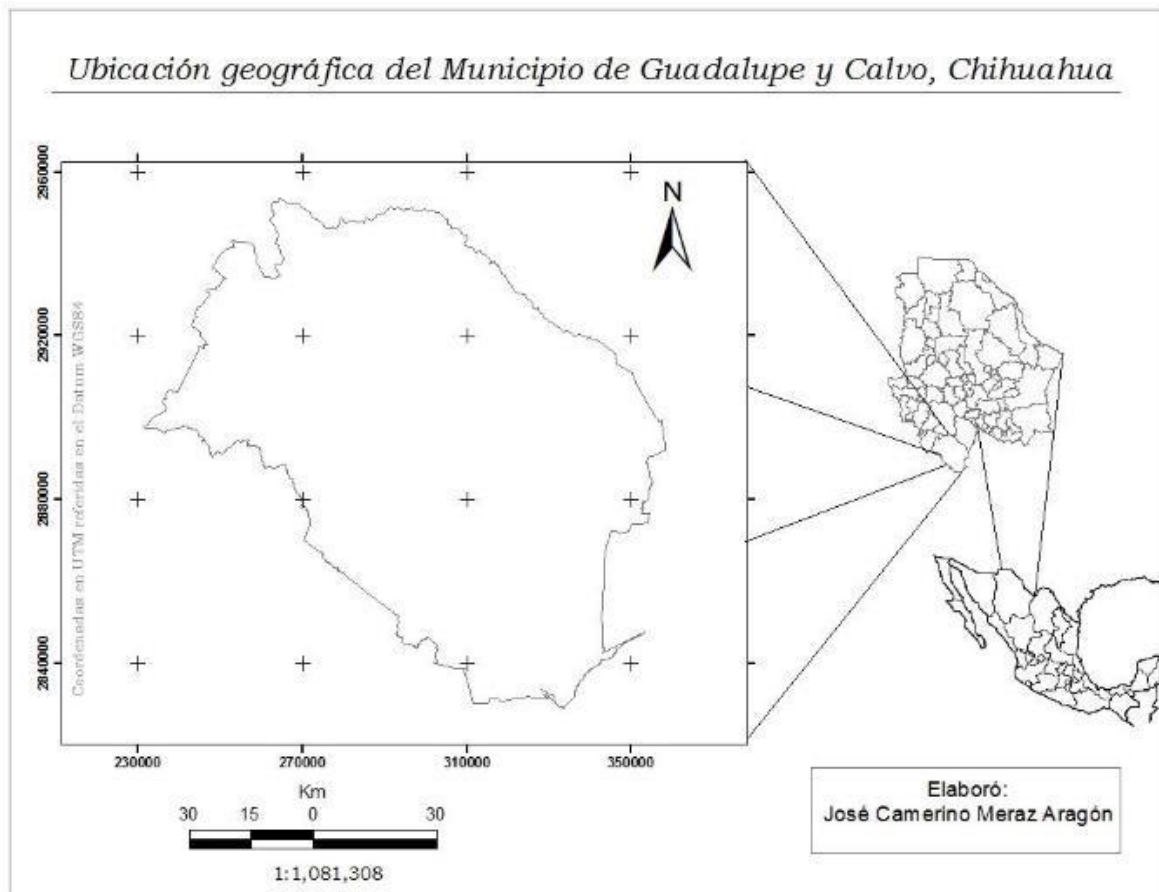
Los estudios sobre la construcción de modelos de crecimiento de árboles individuales para las especies del género *Pinus* con importancia comercial maderable del estado de Chihuahua son limitados, razón por la que se planteó el objetivo de ajustar y evaluar modelos que permitan estimar el crecimiento e incrementos en diámetro, área basal, altura y volumen para *Pinus leiophylla* Schiede ex Schltdl. & Cham., *P. lumholtzii* B.L.Rob. & Fernand, *P. strobiformis* Engelm. de la región de Guadalupe y Calvo, Chihuahua.

## **Materiales y Métodos**

### **Área de estudio**

El estudio se realizó en la Unidad de Manejo Forestal 0808 Guadalupe y Calvo, Chihuahua (Figura 1), cuya superficie cubierta por especies de los géneros *Pinus* y *Quercus* es de 642 551 ha (Chávez *et al.*, 2009); ubicada al norte de la Sierra Madre Occidental y sur del estado de Chihuahua, dentro de la Cuenca Hidrológica R10 Sinaloa. El clima predominante según la clasificación de *Köppen* modificada por García (2004) corresponde al Templado semi-frío, subhúmedo con verano lluvioso y fresco C(e)(w<sub>2</sub>)(x'). Los suelos presentan bajo el horizonte superficial uno B álbico, con textura media a gruesa y moderado contenido de materia orgánica; estos suelos se clasifican como Pheozem, Cambisol, Regosol, Litosol, Planosol y Acrisol. A su vez, el mosaico de comunidades vegetales de clima templado está formado por bosques puros de coníferas y mezclados de coníferas con latifoliadas (Chávez *et al.*, 2009).





**Figura 1.** Ubicación geográfica del área de estudio.

## Muestreo

Mediante un muestreo dirigido para incluir tres niveles de calidad de estación (baja, media y alta) se recolectó una muestra de 26 árboles de *P. lumholtzii* y *P. strobiformis*, respectivamente y 30 de *P. leiophylla*; los individuos seleccionados fueron dominantes y codominantes, sin daños físicos. La edad mínima para *P. lumholtzii* fue de 42 años; mientras que las de *P. strobiformis* y *P. leiophylla* fueron de 52 y 75 años, respectivamente. Los árboles seleccionados permitieron reconstruir 219 perfiles de *P. lumholtzii*, 249 de *P. strobiformis* y 385 de *P. leiophylla* con la técnica de análisis troncales (Klepac, 1983) para estimar el

crecimiento e incremento corriente anual en diámetro, altura, área basal y volumen; para ello, se consideraron periodos de diez años.

La reconstrucción de los perfiles se realizó a partir de la medición y el análisis de diferentes diámetros y el registro de las edades respectivas de las rodajas, las cuales se obtuvieron de cada árbol a 0.30 m y 1.30 m de altura a la base del suelo, y posteriormente cada 2.60 m, hasta llegar a la punta del árbol, para aprovechar comercialmente cada una de las trozas que se extrajeron.

## Variables

Las variables de interés fueron la especie, diámetro normal con corteza, diámetro sin corteza de cada rodaja, medidas con una regla *Lufkin*<sup>®</sup> graduada en mm, iniciando con la del tocón, altura de cada sección y número de anillos de cada rodaja. Para facilitar la estimación del crecimiento del diámetro normal y área basal, los anillos de crecimiento anual se agruparon en clases de edades de 10 años. La predicción de la altura verdadera por sección de las rodajas, se estimó utilizando la fórmula de Carmean (1972), con la modificación posterior de Newberry (1991), como se expresa en la ecuación 1.

$$H_{ij} = h_i + \frac{(h_{i+1}-h_i)}{[2(r_i-0.5)]} + (j - 1) \frac{(h_{i+1}-h_i)}{(r_i-0.5)} \quad (1)$$

Donde:

$H_{ij}$  = Altura estimada a la rodaja  $i$  – ésima, correspondiente al anillo de crecimiento  $j$

$h_i$  = Altura acumulada al corte superior de la rodaja  $i$  – ésima

$h_{i+1}$  = Altura acumulada al corte superior de la rodaja anterior  $i$  – ésima

$r_i$  = Número de anillos de crecimiento de cada rodaja

$j$  = Anillos de crecimiento a partir de la médula en cada rodaja

Para estimar el volumen de cada sección por ejemplar (del tocón, de las trozas y de la punta de cada árbol) se utilizaron las ecuaciones del cilindro (2), *Smalian* (3) y del cono (4), respectivamente.

$$V_i = \frac{\pi}{4} D_t^2 l \quad (2)$$

$$V_i = \frac{\pi(D_M^2 + D_m^2)}{2} l \quad (3)$$

$$V_i = \frac{(\frac{\pi}{4} D_b^2) l}{3} \quad (4)$$

Donde:

$V_i$  = Volumen de la troza

$D_t$  = Diámetro superior del tocón

$D_M$  = Diámetro mayor de cada troza

$D_m$  = Diámetro menor de cada troza

$D_b$  = Diámetro o de la base de la punta (m)

$l$  = Longitud de la troza (m)

## Análisis

Para estimar el crecimiento en diámetro, área basal, altura y volumen sin corteza se evaluó la calidad del ajuste estadístico por regresión de cuatro modelos de crecimiento (Cuadro 1), así como sus respectivas expresiones para estimar el incremento corriente anual (*ICA*) e incremento medio anual (*IMA*) de árboles individuales (*Kiviste et al.*, 2002), que se obtienen de aplicar la primera derivada a la función de crecimiento, y de dividir la función de crecimiento entre la edad, respectivamente.

**Cuadro 1.** Modelos de crecimiento evaluados y expresiones para determinar el *ICA* e *IMA*.

Nombre	Modelos	<i>ICA</i>	<i>IMA</i>
<i>Chapman-Richards</i>	$y = a(1 - e^{-bt})^c + e$	$ICA = abc(1 - e^{-bt})^{c-1}e^{-bt}$	$IMA = \frac{y}{t}$
<i>Hossfeld I</i>	$y = \frac{t^2}{(a + bt)^2} + e$	$ICA = \frac{2at}{(a + bt)^3}$	$IMA = \frac{y}{t}$
<i>Schumacher</i>	$y = ae^{-b(\frac{1}{t})} + e$	$ICA = \frac{ab}{t^2}e^{-\frac{b}{t}}$	$IMA = \frac{y}{t}$
<i>Weibull</i>	$y = a(1 - e^{-bt^c}) + e$	$ICA = abct^{c-1}e^{-bt^c}$	$IMA = \frac{y}{t}$

$y$  = Crecimiento en diámetro (cm), área basal (m<sup>2</sup>), altura (m) y volumen (m<sup>3</sup>);  
 $t$  = Edad (años);  $a$   $b$  y  $c$  = Parámetros del modelo; *ICA* = Incremento corriente anual en diámetro (cm), área basal (m<sup>2</sup>), altura (m) y volumen (m<sup>3</sup>); *IMA* = Incremento medio anual en diámetro (cm), área basal (m<sup>2</sup>), altura (m) y volumen (m<sup>3</sup>).

El ajuste se realizó aplicando el procedimiento *PROC MODEL* del programa estadístico SAS (SAS, 2002). La bondad de ajuste de cada modelo se determinó considerando a los estadísticos coeficiente de determinación ajustado ( $R^2_{adj}$ ), raíz del error medio cuadrático (*REMC*) y significancia de los parámetros para seleccionar al modelo más eficiente, además se consideró el análisis gráfico de las curvas de las tendencias del crecimiento, *ICA* e *IMA*.

Los datos observados del crecimiento de las variables analizadas mantuvieron una relación serial a través del tiempo, por lo que las observaciones están correlacionadas, lo que provoca que los errores de las funciones de regresión ajustadas también estén correlacionados; por ello, a cada modelo ajustado se le evaluó la significancia de esta dependencia mediante la prueba de autocorrelación de *Durbin-Watson* ( $d$ ) (Sharma *et al.*, 2011; Quiñonez *et al.*, 2018), cuya expresión se presenta a continuación (5):

$$d = \frac{\sum(e_t - e_{t-1})^2}{\sum e_t^2} \quad (5)$$

Donde:

$e_t$  = Residual  $t$  de cada observación

$e_{t-1}$  = Residual de cada observación anterior al residual  $e_t$

La autocorrelación entre los errores de los mejores modelos se corrigió aplicando el modelo autorregresivo CAR(X) desarrollado por Zimmerman *et al.* (2001). Este modelo permite ajustar los parámetros de cada uno de los modelos de crecimiento con los del modelo autorregresivo de manera conjunta. La estructura del modelo autorregresivo es:

$$e_{ij} = \sum(d_i \rho_i^{h_{ij} - h_{ij-1}} e_{ij-i}) + \epsilon_{ij} \quad (6)$$

Donde:

$e_{ij}$  = Es el  $j$  –ésimo residual ordinario en la observación  $i$

$d_i = 1$  para  $j > 1$

$d_i = 0$  para  $j = 1$

$h_{ij} - h_{ij-1}$  y  $h_{ij} - h_{ij-2}$  = Son las distancias de separación de la  $j$  –ésima a la  $j - 1$ ésima, y de la  $j$  –ésima a  $j - 2$ ésima observaciones

$\epsilon_{ij}$  = Error independiente que sigue una distribución normal con media cero y varianza constante



Después de seleccionar al mejor modelo para cada especie y variable analizada, se procedió a estimar el incremento corriente anual máximo ( $ICA_{max}$ ), incremento medio anual máximo ( $IMA_{max}$ ) y punto de intersección  $ICA-IMA$  (turno).

## Resultados

### Modelos de crecimiento

Los estadísticos de bondad de ajuste de las funciones de crecimiento evaluadas por especie se presentan en el Cuadro 2, los coeficientes de determinación superiores a 0.95 y errores estándar menores a 2.4 cm para *P. leiophylla* y *P. lumholtzii* indicaron que los ajustes de los cuatro modelos probados para el crecimiento en diámetro fueron buenos. En el caso de *P. strobiformis*, esos mismos indicadores sugirieron que solo los modelos de *Chapman-Richards*, *Hossfeld I* y *Schumacher* presentaron un buen ajuste.

**Cuadro 2.** Estadísticos de ajuste de los modelos de crecimiento evaluados por variable y especie.

Modelo	<i>P. leiophylla</i>		<i>P. lumholtzii</i>		<i>P. strobiformis</i>	
	$R^2_{adj}$	RCME	$R^2$	RCME	$R^2$	RCME
Diámetro normal						
<i>Chapman-Richards</i>	0.9852	1.2960	0.9594	2.1824	0.9666	1.9555
<i>Hossfeld I</i>	0.9807	1.4805	0.9508	2.4031	0.9628	2.0618
<i>Schumacher</i>	0.9840	1.3463	0.9570	2.2463	0.9643	2.0199
<i>Weibull</i>	0.9850	1.3069	0.9597	2.1742	0.8413	4.2602
Área basal						
<i>Chapman-Richards</i>	0.9853	0.0041	0.9696	0.0057	0.9792	0.0051
<i>Hossfeld I</i>	0.9812	0.0046	0.9610	0.0065	0.9734	0.0058
<i>Schumacher</i>	0.9845	0.0042	0.9682	0.0059	0.9787	0.0052
<i>Weibull</i>	0.9848	0.0041	0.9696	0.0057	0.9794	0.0051
Altura total						
<i>Chapman-Richards</i>	0.9172	2.0734	0.9422	1.8089	0.9187	1.9792
<i>Hossfeld I</i>	0.9172	2.0710	0.9380	1.8717	0.8209	2.9365
<i>Schumacher</i>	0.9179	2.0613	0.9428	1.7992	0.9167	2.0027
<i>Weibull</i>	0.9167	2.0796	0.9408	1.8308	0.9275	1.8741
Volumen						
<i>Chapman-Richards</i>	0.9820	0.0476	0.9766	0.0531	0.9805	0.0601
<i>Hossfeld I</i>	0.9768	0.0539	0.9673	0.0628	0.9739	0.0690
<i>Schumacher</i>	0.9820	0.0475	0.9753	0.0546	0.9809	0.0594
<i>Weibull</i>	0.9818	0.0477	0.9760	0.0538	0.9787	0.0627

De manera similar a lo anterior, el ajuste de todos los modelos de crecimiento en área basal fue bueno. En general, el  $R^2$  varió de 0.9614 a 0.9854; mientras que, la  $RCME$  de 0.00407 a 0.00651  $m^2$ ; los mejores ajustes correspondieron a *P. leiophylla*, seguido por *P. strobiformis* y *P. lumholtzii*.

El ajuste de los modelos para estimar el crecimiento en altura también fue aceptable para todas las especies ( $0.8223 < R^2 < 0.9433$  y  $2.9375 \text{ m} < REMC < 1.7992 \text{ m}$ ). La diferencia observada de los estadísticos  $R^2$  y  $RCME$  indicaron que ningún modelo fue superior en *P. leiophylla* y *P. lumholtzii*, y para *P. strobiformis* resultaron los de *Chapman-Richards*, *Schumacher* y *Weibull*. La bondad de ajuste de los modelos indicó que todos se ajustaron mejor a *P. lumholtzii*, seguido de *P. leiophylla* y *P. strobiformis*.

En relación al ajuste de los modelos para estimar el crecimiento en volumen, los estadísticos  $R^2$  y  $REMC$  evidenciaron que todos los modelos presentaron buen ajuste en cada una de las especies ( $0.9676 < R^2 < 0.9821$  y  $0.0475 < RCME < 0.0690$ ), lo cual sugiere que cualquiera de ellos puede aplicarse.

En el Cuadro 3 se muestran los valores de los estimadores de cada uno de los parámetros de los modelos evaluados y seleccionados para el crecimiento en diámetro, área basal, altura total y volumen; así como el error estándar ( $EE$ ) asociado a cada uno de ellos.



**Cuadro 3.** Estimadores y error estándar de los parámetros de los modelos de crecimiento en diámetro, área basal, altura y volumen por especie.

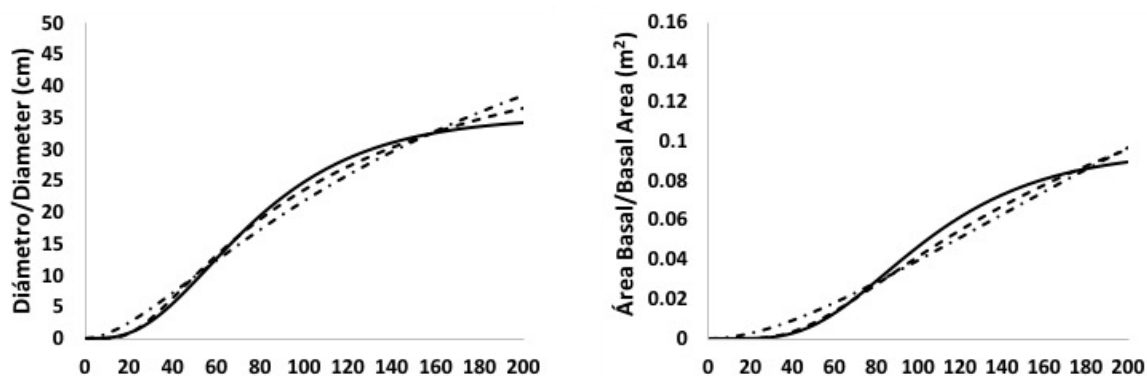
Var	Sp	Modelo	Parámetro y error estándar					
			<i>a</i>	<i>EE</i>	<i>B</i>	<i>EE</i>	<i>c</i>	<i>EE</i>
D	<i>P. le</i>	M1	35.2754	1.0392	0.02487	0.0017	4.0365	0.3685
		M2	10.6226	0.4634	0.1079	0.0036		
		M3	56.7817	1.7595	87.8365	3.1368		
	<i>P. lu</i>	M1	36.2857	1.7320	0.0364	0.0039	4.2240	0.6091
		M2	6.3774	0.4640	0.1139	0.0056		
		M3	60.6040	2.9927	63.5601	3.3490		
	<i>P. st</i>	M1	37.3437	2.3223	0.0267	0.0032	3.2782	0.3989
		M2	8.8415	0.5269	0.1015	0.0057		
		M3	58.7729	3.0045	71.5771	3.0708		
AB	<i>P. le</i>	M1	0.0953	0.0047	0.0236	0.0019	7.2289	0.9384
		M2	360.6967	20.1078	1.4092	0.1344		
		M3	0.2228	0.0123	167.4279	6.7774		
	<i>P. lu</i>	M1	0.1048	0.0081	0.0346	0.0041	8.0210	1.5057
		M2	274.1521	22.8557	1.0242	0.2128		
		M3	0.2695	0.0248	126.0044	7.8757		
	<i>P. st</i>	M1	0.0942	0.0088	0.0285	0.0034	6.7282	1.0969
		M2	365.2532	29.0127	0.7814	0.2275		
		M3	0.2273	0.0208	134.6815	8.1525		
H	<i>P. le</i>	M1	22.2187	1.4817	0.0167	0.0031	1.7248	0.2734
		M2	8.7840	0.6838	0.1698	0.0063		

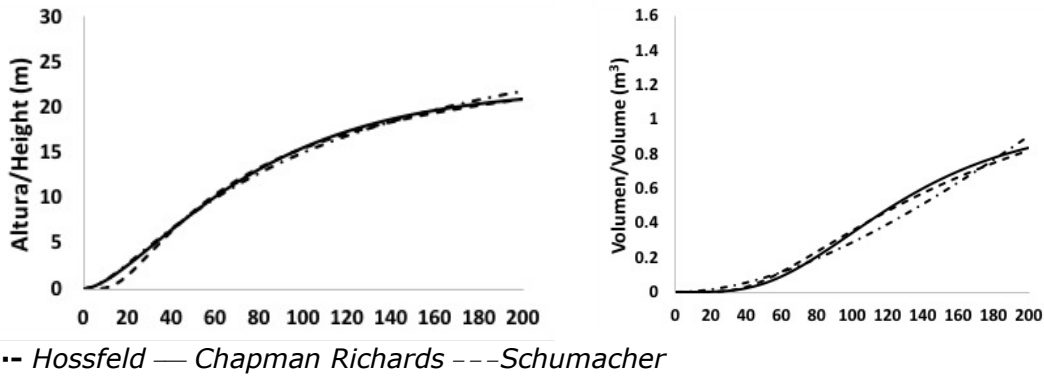
	M3	28.2632	1.2812	60.3691	3.9339			
	M4	22.1510	1.7086	0.0060	0.0013	1.1329	0.1259	
	M1	21.7975	1.1381	0.03425	0.0044	3.1616	0.4970	
<i>P. lu</i>	M2	7.6159	0.5993	0.1483	0.0066			
	M3	33.7714	1.6191	54.1693	3.0924			
	M4	20.6293	0.9681	0.0005	0.0002	1.9043	0.1451	
	M1	21.8326	2.1485	0.0186	0.0047	1.5102	0.2703	
<i>P. st</i>	M2	7.0481	0.4862	0.1736	0.0066			
	M3	26.5185	1.3526	46.6345	3.2564			
	M4	22.4653	2.7619	0.0037	0.0017	1.2826	0.1314	
	M1	0.9928	0.0930	0.01757	0.0023	5.6134	0.9373	
<i>P. le</i>	M2	163.3303	11.4685	0.23562	0.0678			
	M3	1.9126	0.1334	168.1143	8.2019			
	M1	1.0261	0.0860	0.03497	0.0035	9.4204	1.4908	
V	<i>P. lu</i>	M2	109.9372	9.4145	0.16841	0.0825		
		M3	3.1270	0.3217	146.3211	8.9529		
		M1	0.6804	0.0661	0.03502	0.0039	6.7662	0.9915
	<i>P. st</i>	M2	122.3973	12.1693	0.21111	0.0975		
		M3	1.6990	0.1525	115.3624	6.5714		

Var = Variable de respuesta; *D* = Diámetro normal; *AB* = Área basal; *H* = Altura; *V* = Volumen; *P. le* = *Pinus leiophylla*; *P. lu* = *Pinus lumholtzii*; *P. st* = *Pinus strobiformis*; M1 = Modelo de *Chapman-Richards*; M2 = Modelo de *Hossfeld I*; M3 = Modelo de *Schumacher*; M4 = Modelo de *Weibull*; *a*, *b* y *c* = Estimadores de los parámetros; *EE* = Error estándar de los estimadores de los parámetros.

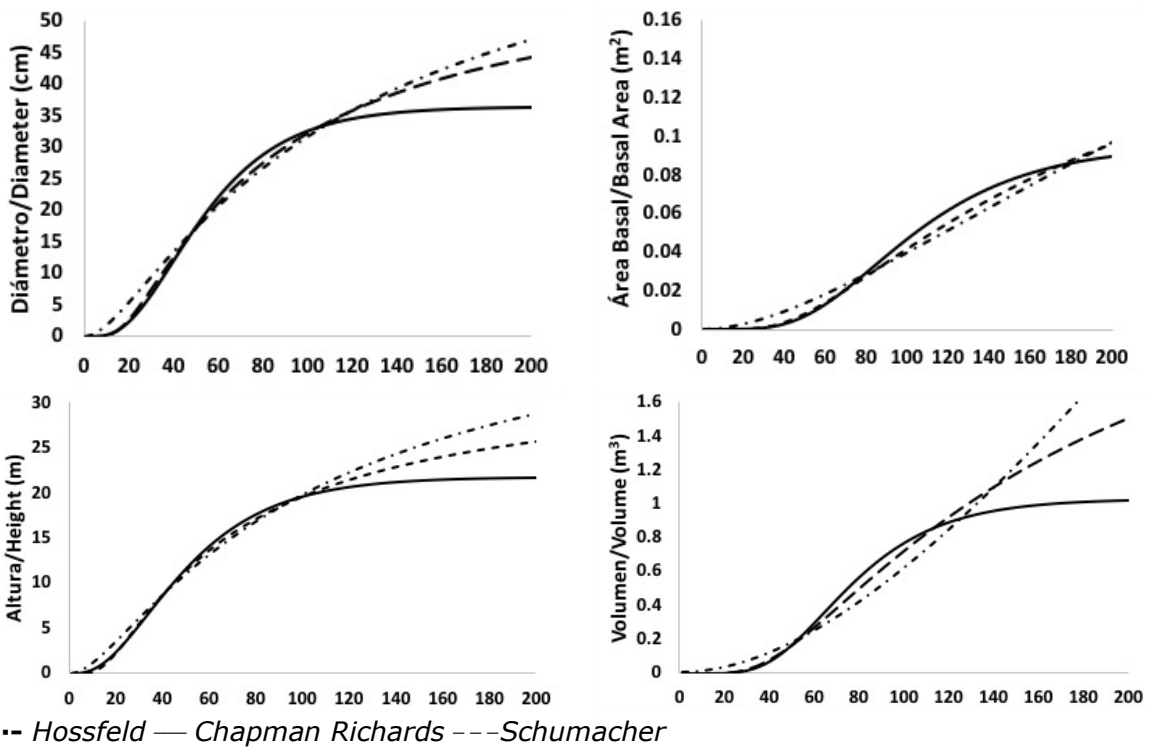
Los estimadores de los parámetros de los modelos de crecimiento en diámetro, área basal, altura y volumen de *Chapman-Richards*, *Hossfeld I* y *Schumacher* fueron significativamente diferentes a cero ( $Pr < 0.0001$ ) en las tres especies estudiadas. En el caso del modelo de crecimiento en altura de *Weibull*, los parámetros fueron significativamente diferentes solo para *P. leiophylla* y *P. strobiformis*; en *P. lumholtzii* fueron significativos solo en los parámetros de la asíntota  $a$  y de forma  $c$ . Con base en los valores del  $R^2$  y la *REMC* para seleccionar al mejor modelo de crecimiento en diámetro normal, área basal, altura total y volumen, todos los modelos presentaron buenos ajustes en cada una de las especies evaluadas; sin embargo, al considerar la significancia de los parámetros, se discriminó el modelo de *Weibull*.

Como complemento del análisis de los resultados, las tendencias de las curvas de crecimiento de los tres modelos previamente seleccionados permitieron determinar que los de *Schumacher* y *Chapman-Richards* fueron los que mejor representaron el crecimiento biológico en diámetro normal, área basal y volumen de *P. leiophylla*; mientras que, a los de *Hossfeld I* y *Chapman-Richards* les correspondieron las mejores tendencias sobre el crecimiento en altura. A su vez, el modelo de *Schumacher* fue el que mejor caracterizó el crecimiento del diámetro normal, área basal, altura y volumen tanto de *P. lumholtzii*, como de *P. strobiformis*. En estas últimas especies, el modelo de *Chapman-Richards* también registró buena tendencia de crecimiento en altura (figuras 2, 3 y 4).

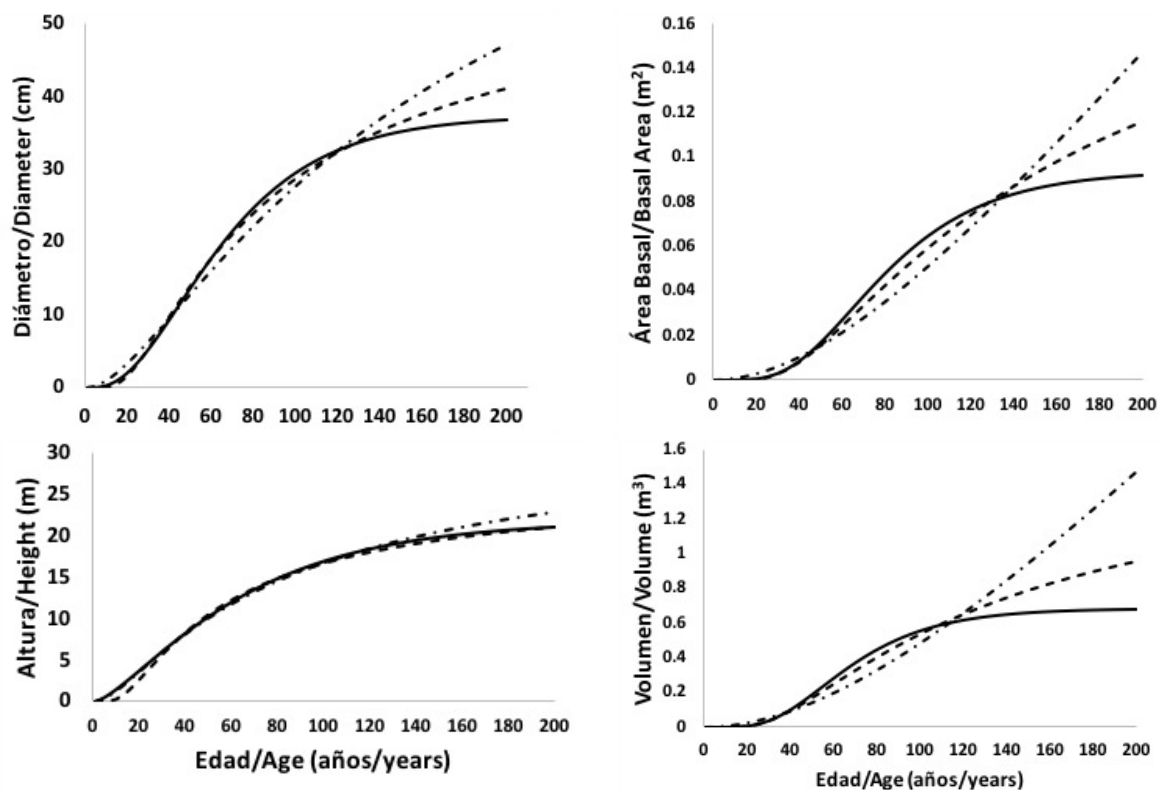




**Figura 2.** Tendencias del crecimiento promedio del diámetro normal, área basal, altura y volumen de los modelos de *Chapman-Richards*, *Hossfeld I* y *Schumacher* de *Pinus leiophylla* Schiede ex Schtdl. & Cham.



**Figura 3.** Tendencias del crecimiento promedio del diámetro normal, área basal, altura y volumen de los modelos de *Chapman-Richards*, *Hossfeld I* y *Schumacher* de *Pinus lumholtzii* B.L.Rob. & Fernand.



--- Hossfeld — Chapman Richards --- Schumacher

**Figura 4.** Tendencias del crecimiento promedio del diámetro normal, área basal, altura y volumen de los modelos de *Chapman-Richards*; *Hossfeld I* y *Schumacher* de *Pinus strobiformis* Engelm.

### Incremento corriente y medio anual

*Pinus lumholtzii* fue la especie que presentó el mayor  $ICA_{max}$  en cada una de las variables estudiadas, seguida de *P. strobiformis* y *P. leiophylla*. En *P. lumholtzii*, el  $ICA_{max}$  en diámetro se presentó a la edad de 30 años, edad, muy inferior a las que se estimaron para los  $ICA_{max}$  en diámetro de *P. leiophylla* ( $E=55$ ) y *P. strobiformis* ( $E=35$ ). La edad en que se registró el  $ICA_{max}$  en área basal de *P. leiophylla* fue superior ( $E=85$  años) a la que se obtuvo en *P. lumholtzii* ( $E=25$  años) y *P. strobiformis* ( $E=25$  años) (Cuadro 4).

**Cuadro 4.** Máximo incremento corriente anual ( $ICA_{max}$ ) y medio anual ( $IMA_{max}$ ) estimado para cada una de las variables por especie.

Variable	Especie	Modelo	$ICA_{max}$	Edad del	$IMA_{max}$	Intersección
				$ICA_{MAX}$ (años)		$ICA-IMA$ (años)
Diámetro (cm)	<i>P. le</i>	M1	0.369	55	0.249	95
		M3	0.349	45	0.238	90
	<i>P. lu</i>	M3	0.514	30	0.351	65
	<i>P. st</i>	M3	0.444	35	0.302	75
Área basal (m <sup>2</sup> )	<i>P. le</i>	M1	0.00089	85	0.00049	170
		M3	0.00072	85	0.00049	135
	<i>P. lu</i>	M3	0.00116	65	0.00078	125
	<i>P. st</i>	M3	0.00091	65	0.00062	135
Altura (m)	<i>P. le</i>	M1	0.1978	35	0.16841	60
		M2	0.1985	25	0.16751	50
	<i>P. lu</i>	M3	0.3352	25	0.22932	55
	<i>P. str</i>	M1	0.2327	25	0.20636	40
		M3	0.3063	25	0.20905	45
Volumen (m <sup>3</sup> )	<i>P. le</i>	M1	0.00705	100	0.00438	160
		M3	0.00616	85	0.00418	170
	<i>P. lu</i>	M3	0.01156	75	0.00786	145
	<i>P. st</i>	M3	0.00796	60	0.00541	115

*P. le* = *Pinus leiophylla*; *P. lu* = *Pinus lumholtzii*; *P. st* = *Pinus strobiformis*; M1 = Modelo de *Chapman-Richards*; M2 = Modelo de *Hossfeld I*; M3 = Modelo de *Schumacher*;  $ICA_{max}$  = Máximo incremento corriente anual;  $IMA_{max}$  = Máximo incremento medio anual.



En relación a la estimación del  $ICA_{max}$  en altura, la edad a la que se calculó el  $ICA_{max}$  con los modelos de *Hossfeld*, *Schumacher* y *Chapman-Richards* en las tres especies fue igual a 25 años. A su vez, la edad estimada para el  $ICA_{max}$  en volumen fue mayor en *P. leiophylla*, seguida de *P. lumholtzii* y *P. strobiformis*. Si se considera que la edad óptima para definir el turno físico de las especies forestales sucede cuando el  $ICA$  y el  $IMA$  del volumen son iguales (Mendoza, 1983); la edad del turno para *P. leiophylla* estimada con la ecuación de *Schumacher* fue de 170 años, en *P. lumholtzii* de 145 años y en *P. strobiformis* de 115 años.

## **Discusión**

### **Modelos de crecimiento**

En estudios similares al presente se ha documentado que los modelos de *Chapman-Richards* y *Schumacher* presentan buen ajuste para estimar el crecimiento de los árboles individuales. Como ejemplos, se cita que Arteaga (2000) al evaluar diversos modelos de crecimiento en altura para estimar el índice de sitio para *P. radiata* D. Don, *P. oaxacana* Mirov. y *P. pseudostrobus* Lindl., al igual que Monárrez y Ramírez (2003) en *P. durangensis* Martínez consignan que el de *Chapman-Richards* fue el que presentó la mejor bondad de ajuste.

Asimismo, Corral y Návar (2005) indican que ese modelo es el mejor para estimar el crecimiento e incremento en diámetro, área basal, altura y volumen en cinco especies de pino del estado de Durango; mientras que Quiñonez *et al.* (2015) registran que este mismo modelo, en forma de ecuaciones en diferencias algebraicas, es el mejor para estimar el crecimiento en diámetro normal de *P. lumholtzii*. Hernández *et al.* (2014), al ajustar diversos modelos de regresión para estimar el crecimiento en altura y determinar el índice de sitio para *P. gregii* Engelm. ex Parl., señalan al modelo de *Schumacher* como el que presentó el mejor

ajuste, y buena bondad de ajuste para estimar el crecimiento en diámetro normal de *P. durangensis* (Monárrez y Ramírez, 2003).

### **Incremento corriente y medio anual**

Las estimaciones del  $ICA_{max}$ ,  $IMA_{max}$ , edad a la que se logra el máximo incremento corriente anual y el turno físico estimado de cada variable permitieron deducir que las especies analizadas, al compararlas contra otras del mismo género logran menor  $ICA_{max}$  o bien requieren mayor tiempo para alcanzar los máximos incrementos y el turno. Como evidencia de lo anterior se citan los  $ICA_{max}$  del diámetro normal (0.75 cm), área basal (0.009 m<sup>2</sup>), altura (0.74 m) y volumen (0.048 m<sup>3</sup>) de *P. herrerae* Martínez (Calvillo *et al.*, 2005); y los de altura de *P. cooperi* C.E. Blanco (0.39 m), *P. durangensis* (0.35 m), *P. engelmannii* Carr. (0.40 m) *P. herrerae* (0.43 m) (Corral y Návar, 2005) fueron superiores a *P. leiophylla*, *P. lumholtzii* y *P. strobiformis*, especies evaluadas en este estudio.

Al comparar los  $ICA_{max}$  de *P. leiophylla* registrados por Corral y Návar (2005) contra los observados en la presente investigación, se concluye que los  $ICA_{max}$  en altura (0.32 m vs. 0.197 m) y volumen fueron superiores (0.008 m<sup>3</sup> vs. 0.007 m<sup>3</sup>); mientras que, el del diámetro (0.32 m) fue menor (0.32 cm vs. 0.35 cm).

Al considerar la edad a la cual ocurre el  $ICA_{max}$ , Corral y Návar (2005) para evaluar el crecimiento de *P. cooperi*, *P. durangensis*, *P. engelmannii*, *P. herrerae* y *P. leiophylla* del estado de Durango, determinaron que el  $ICA_{max}$  en diámetro ocurrió entre uno y 16 años, en altura entre los 19 y 24 años; edades menores a las estimadas para esas variables en las tres especies evaluadas en este estudio. Sin embargo, la edad a la que se presentó el  $ICA_{max}$  en volumen (70 a 105 años) fue similar al estimado por Corral y Návar (2005) para *P. leiophylla*, *P. lumholtzii* y *P. strobiformis* (100, 75 y 60 años).

El punto de intersección  $ICA-IMA$  del volumen estimado por Corral y Návar (2005) para *P. leiophylla* es inferior al aquí documentado para la misma especie (155 años

contra 160-170 años). Monárrez y Ramírez (2003) indican que las edades a las cuales ocurren el  $ICA_{max}$  y el turno físico del diámetro ( $E=17$  años y  $T=35$  años) y altura ( $E=15$  años y  $T=28$  años) de *P. durangensis* también fueron edades inferiores a las determinadas para las especies valoradas en este estudio. A su vez, Quiñonez *et al.* (2015) consignan que entre seis especies *Pinus*, *P. lumholtzii* y *P. leiophylla* presentan el crecimiento más lento en diámetro normal y área basal; los autores argumentan que el lento crecimiento que caracteriza a ambos taxones explica la falta de interés para aprovecharlas económicamente.

## Conclusiones

Los modelos de *Chapman-Richards* y *Schumacher* tienen el mejor ajuste para predecir el crecimiento en diámetro normal, área basal y volumen de *P. leiophylla*; mientras que los de *Hossfeld I* y *Chapman-Richards* para el crecimiento en altura. A su vez, el modelo de *Schumacher* es el mejor para predecir el crecimiento en diámetro normal, área basal, altura total y volumen de *P. lumholtzii* y *P. strobiformis*. Las edades del turno físico del volumen para *P. leiophylla*, *P. lumholtzii* y *P. strobiformis* corresponden a 170, 145 y 115 años, respectivamente. Estas especies, dentro del área de estudio presentan un crecimiento lento. Es importante sugerir que las ecuaciones de crecimiento que se estén aplicando en la región de la Unidad de Manejo Forestal 0808 Guadalupe y Calvo, Chihuahua se comparen con los que se proponen en este estudio para validar y valorar su aplicación práctica.

## Conflicto de intereses

Los autores declaran que no tienen conflicto de intereses con ninguna institución.

## Contribución por autor

Francisco Javier Hernández: organización, validación y análisis de la información, así como redacción de la presente contribución; José Camerino Meraz Aragón: organización, validación y análisis de la información; Benedicto Vargas Larreta: análisis de la información y corrección de la contribución; Juan Abel Nájera Luna: análisis de la información, redacción y corrección de la contribución.

## Referencias

Arteaga M., B. 2000. Evaluación dasométrica de plantaciones de cuatro especies de pinos en Ayotoxtla, Guerrero. Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente 6(2): 151-157.

<https://chapingo.mx/revistas/revistas/articulos/doc/rchscfaVI335.pdf>  
(14 de diciembre de 2019).

Calvillo G., J. C., E. H. Cornejo O., S Valencia M. y C. Flores L. 2005. Estudio epidométrico para *Pinus herrerae* Martínez en la región de Cd. Hidalgo, Michoacán México. Foresta Veracruzana 7(1): 5-10.

<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=49770102> (14 de diciembre de 2019).

Carmean, W. H. 1972. Site index curves for upland oaks in the Central States. Forest Science 18(2): 109-120. Doi:10.1093/forestscience/18.2.109.

Chávez R., N. 2009. Estudio regional forestal de la Unidad de Manejo Forestal No. 0808 "Guadalupe y Calvo, Chihuahua". Asociación Regional de Silvicultores de Guadalupe y Calvo A. C. de

[http://www.conafor.gob.mx:8080/documentos/docs/9/1147ERF\\_UMAFOR0808.pdf](http://www.conafor.gob.mx:8080/documentos/docs/9/1147ERF_UMAFOR0808.pdf)  
(14 de diciembre de 2009)

Corral R., S. y J. de J. Nívar C. 2005. Análisis de crecimiento e incremento de cinco pináceas de los bosques de Durango, México. Madera y Bosques 11(1): 29-47.

Doi:10.21829/myb.2005.1111260.

García, E. 2004. Modificación al sistema de clasificación climática de Köppen. Serie Libros 6. 5ª edición. Instituto de Geografía, Universidad Autónoma de México.

<http://www.publicaciones.igg.unam.mx/index.php/ig/catalog/view/83/82/251-1>  
(14 de diciembre de 2019).

González M., M., F. Cruz C., G. Quiñonez B., B. Vargas L. y J. A. Nájera L. 2016. Modelos de crecimiento en altura dominante para *Pinus pseudostrobus* Lindl. en el estado de Guerrero. Revista Mexicana de Ciencias Forestales 7(37): 7-20.

Doi:10.29298/rmcf.v7i37.48.

Diéguez A., U. A., A. F. Rojo, J. G. Castedo D., G. M. Álvarez, F. Barrio A., J. M. Crecente C., G. C. González, R. Pérez C., C. A. Rodríguez, M. A. López S., J. J. Balboa M., V. F. Gorgoso y R. Sánchez. 2009. Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia. Dirección Xeral de Montes, Consellería do Medio Rural, Xunta de Galicia. Galicia, España. 259 p

[http://mediorural.xunta.gal/fileadmin/arquivos/publicacions/herramientas\\_selvicolas.pdf](http://mediorural.xunta.gal/fileadmin/arquivos/publicacions/herramientas_selvicolas.pdf) (14 de diciembre de 2019).

Gizachew, B. and A. Brunner A. 2011. Density-growth relationship in thinned and unthinned Norway spruce and Scots pine stands in Norway. Scandinavian Journal of Forest Research 26(6): 543-554. Doi:10.1080/02827581.2011.611477.

Gyawali, A., R. P. Sharma and S. K. Bhandari. 2015. Individual tree basal area growth models pot chip pine (*Pinus roxbergii* Sarg) in western Nepal. Journal of Forest Science 61(12): 535-543. Doi:10.17221/51/2015-JFS.

Hernández R., J., J. J. García M., E. H. Olvera D., J. C. Velarde R., X. García C. y H. J. Muñoz F. 2014. Índice de sitio para plantaciones de *Pinus Greggii* Engelm. en Metztitlán, Hidalgo, México. Revista Chapingo Serie de Ciencias Forestales y del Ambiente 20(2): 167-176. Doi:10.5154/r.rchscfa.2013.04.016.

Imaña E., J. y O. Encinas B. 2008. Epidometría Forestal. Facultad de Ciencias Forestales y Ambientales de la Universidad de Brasilia, Brasil.  
[https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/9740/1/LIVRO\\_EpidometriaForestal.pdf](https://repositorio.unb.br/bitstream/10482/9740/1/LIVRO_EpidometriaForestal.pdf) (14 de diciembre de 2019).

Kiviste, A., J. G. Álvarez, G., A. Rojo A., A. D. Ruíz G. 2002. Funciones de crecimiento de aplicación en el ámbito forestal. Monografía INIA Forestal Núm. 4. Ministerio de Ciencia y Tecnología. Instituto Nacional de Investigación y Tecnología Agraria y Alimentaria (INIA). Madrid, España. 190 p.  
[http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_nlinks&ref=453319&pid=S1405-3195201500040000700019&lng=es](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_nlinks&ref=453319&pid=S1405-3195201500040000700019&lng=es) (14 de diciembre de 2019).

Klepac, D. 1983. Crecimiento e incremento de árboles y masas forestales. Universidad Autónoma de Chapingo. Chapingo, Edo de Méx., México. 365p.  
[http://dicifo.chapingo.mx/pdf/publicaciones/crecimiento\\_e\\_incremento\\_klepac\\_dusan.pdf](http://dicifo.chapingo.mx/pdf/publicaciones/crecimiento_e_incremento_klepac_dusan.pdf) (14 de diciembre de 2019).

López T., J. L. y J. C. Tamarit U. 2005. Crecimiento e incremento en diámetro del *Lysiloma latisiliquum* (L.) Benth en bosques secundarios en Escárcega, Campeche, México. Revista Chapingo Serie de Ciencias Forestales y del Ambiente 11(2): 117-123.  
[https://chapingo.mx/revistas/forestales/contenido.php?section=article&id\\_articulo=438&doi](https://chapingo.mx/revistas/forestales/contenido.php?section=article&id_articulo=438&doi) (14 de diciembre de 2019).

Mendoza B., M. A. 1983. Conceptos básicos de manejo forestal. Ed. Limusa. México, D.F., México. 164p

Monárrez G., J. C. y H. Ramírez M. 2003. Predicción del rendimiento en masas de densidad excesiva de *Pinus durangensis* Mtz. Revista Chapingo Serie de Ciencias Forestales y del Ambiente 9(1): 45-56.  
[https://chapingo.mx/revistas/forestales/contenido.php?section=article&id\\_articulo=387&doi=1111](https://chapingo.mx/revistas/forestales/contenido.php?section=article&id_articulo=387&doi=1111) (14 de diciembre de 2019).

Newberry, J. D. 1991. A note on Carmean's estimate of height from stem analysis data. *Forest Science* 37(1): 368-369. Doi:10.1093/forestscience/37.1.368.

Piennar, L. V. and J. W. Rheney. 1995. Modeling stand level growth and yield response to silvicultural treatments. *Forest Science* 41(3): 629-638. Doi:10.1093/forestscience/41.3.629.

Quiñonez B., G., H. M. De los Santos P. y J. G. Álvarez G. 2015. Crecimiento en diámetro para *Pinus* en Durango. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 6(29): 108-125. Doi:10.29298/rmcf.v6i29.220.

Quiñonez B., G., G. G. García E. y O. A. Aguirre C. 2018. ¿Cómo corregir heterocedasticidad y autocorrelación de residuales en modelos de ahusamiento y crecimiento en altura? *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 9(49): 28-59. Doi:10.29298/rmcf.v9i49.151.

Torres R., J. M. y O. S. Magaña T. 2001. Evaluación de plantaciones forestales. CIDE, Limusa, Noriega Editores. México, D.F., México. 472p.

Salazar G., J. G., J. J. Vargas H., J. Jasso M., J. D. Molina G., C. Ramírez H. y J. López U. 1999. Variación en el patrón de crecimiento en altura de cuatro especies de *Pinus* en edades tempranas. *Madera y Bosques* 5(2): 19-34. Doi:10.21829/myb.1999.521345.

Sharma, R. P., A. Brunner, T. Eid and B. H. Øyen. 2011. Modelling dominant height growth from national forest inventory individual tree data with short time series and large age errors. *Forest Ecology and Management* 262(12): 2162–2175. Doi:10.1016/j.foreco.2011.07.037.

Statistical Analysis System (SAS). 2002. SAS Version 8. SAS Institute Inc. Cary, NC. USA. n/p.

Valdéz L., R. J. y T. B. Lynch. 2000. Ecuaciones para estimar volumen comercial y total en rodales aclareados de *Pinus patula* en Puebla, México. *Agrociencia* 34(6): 747-758. <https://www.colpos.mx/agrocien/Bimestral/2000/nov-dic/art10.pdf> (14 de diciembre de 2019).

Zimmerman, D. L., V. Nuñez A., T. G. Gregoire, O. Schabenberger, J. D. Hart, M. G. Kenward, G. Molenberghs, G. Verbeke, M. Pourahmadi and P. Vieu. 2001. Parametric modelling of growth curve data: An overview. *Sociedad de Estadística e Investigación Operativa Test* 10(1): 1-73. Doi:10.1007/BF02595823.



Todos los textos publicados por la **Revista Mexicana de Ciencias Forestales** –sin excepción– se distribuyen amparados bajo la licencia *Creative Commons 4.0 Atribución-No Comercial (CC BY-NC 4.0 Internacional)*, que permite a terceros utilizar lo publicado siempre que mencionen la autoría del trabajo y a la primera publicación en esta revista.