



Artículo / Article

Factores de proporción y ecuaciones de diámetro normal a partir del tocón para *Pinus greggii* Engelm.

Ratio factors and normal diameter equations from the stump diameter of *Pinus greggii* Engelm.

Jonathan Hernández Ramos¹, Xavier García Cuevas¹, José Jesús García Magaña², Hipólito Jesús Muñoz Flores¹, Juan Cosme Velarde Ramírez³ y Edgar Hugo Olvera Delgadillo⁴

Resumen

Cuando se desconocen las dimensiones del diámetro normal (dn) de los árboles para calcular el volumen, la relación funcional entre dn y diámetro de tocón (dt) es muy útil. El objetivo del presente estudio consistió en generar ecuaciones y factores de proporción de dn - dt para plantaciones de *Pinus greggii* en el estado de Hidalgo, México. Con datos de 621 árboles se ajustaron cuatro modelos para estimar la relación dn - dt con el PROC MODEL del paquete estadístico SAS 9.1 y el procedimiento *gmm*. El mejor modelo fue seleccionado mediante el Coeficiente de Determinación Ajustado (R^2_{aj}), la Raíz del Error Medio Cuadrático (REMC), los criterios de información de Akaike (AIC) y Bayesiano (BIC), el análisis gráfico de los residuales y la prueba de normalidad. La capacidad predictiva se determinó con el Sesgo (E), la Desviación Agregada (DA) y la DA en porcentaje ($DA\%$), además del comportamiento gráfico de los valores predichos contra los observados. La ecuación seleccionada incluyó la altura del tocón (ht) y explicó 94.86 % de la varianza observada, sin violar los supuestos de normalidad de los datos, homocedasticidad de los residuos y la autocorrelación de los errores. El sesgo fue de -0.0352, la DA de -0.0353 y la $DA\%$ de 0.2032 para la muestra. El factor de proporción promedio entre dt y dn fue de 0.7879. Esta ecuación y el factor de proporción son herramientas confiables para la estimación del dn , y es aplicable como base en la estimación de volumen, biomasa o carbono en plantaciones de *P. greggii*.

Palabras clave: Alometría, aprovechamientos, biomasa arbórea, corta clandestina, ecuaciones, volumen.

Abstract

When normal diameter (dn) of trees for volume calculations are unknown, the functional relationship between dn and stump diameter (dt) is very useful. The aim of this study was to generate equations and dn - dt ratio factors for *Pinus greggii* plantations in the state of Hidalgo, Mexico. With the data from 621 trees, four models were fitted to estimate the dn - dt relation to the PROC MODEL SAS 9.1 statistical package and the *gmm* procedure. The best model was selected by the fitted Coefficient of Determination (R^2_{aj}), the Root Mean Square Error (REMC), the Akaike (AIC) and Bayesian (BIC) information criteria, the graphical analysis of the residuals and the normality test. Predictability was determined with the bias (E), Aggregate Deviation (DA) and DA percentage ($DA\%$), in addition to the graphical behavior of the predicted values against the observed ones. The selected equation included stump height (ht) and explained 94.86 % of the observed variance, without violating the assumptions of normality of the data, residual homoscedasticity and the autocorrelation of errors. For the sample, the bias was -0.0352, -0.0353 for DA and 0.2032 for $DA\%$. The average ratio factor between dt and dn was 0.7879. This equation and the ratio factor are reliable tools for estimating dn , and may be applied as the basis for estimating volume, biomass or carbon in *P. greggii* plantations.

Key words: Allometry, logging, tree biomass, illegal cutting, equations, volume.

Fecha de recepción/ Received date: 20 de julio de 2015; Fecha de aceptación/ Accepted date: 10 de marzo de 2016.

¹ Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias (INIFAP). Correo-e: hernandezjonathan@inifap-gob.mx

² Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo (UMSNH). México.

³ Asesoría Técnica Forestal (ATF).

⁴ Comisión Nacional de Áreas Naturales Protegidas (Conanp). México.

Introducción

Las diferentes tasas de crecimiento de los árboles en el bosque son las respuestas fisiológicas, demográficas y filogenéticas a las limitaciones de los factores bióticos y abióticos del entorno en que se desarrolla cada uno de ellos (Chave, 1999). Es indispensable conocer las relaciones estructurales entre componentes para entender las adaptaciones al ambiente que presentan los organismos, el bosque o un ecosistema en particular (King, 1996).

Las funciones alométricas como medio para representar la relación funcional entre dos o más variables de un individuo son útiles en la comprensión de la dinámica del crecimiento total de un árbol, con respecto alguna de sus partes o componentes (Núñez *et al.*, 2010; Gayon, 2000). El uso de esta herramienta en la biología vegetal ha sido para desarrollar las relaciones entre variables de tamaño, para su posterior aplicación al manejo forestal o en la comprensión del ecosistema (Niklas y Enquist, 2002).

Ejemplos de ese tipo de trabajos son las relaciones del diámetro normal (dn) en función al volumen (V), biomasa (B), índice de área foliar (IAF) o carbono (C) (Martín *et al.*, 1998); las relaciones de dn con la altura total (H) (Zeide y Vanderschaaf, 2002); las funciones de $dn-H$ para los estudios de crecimiento (Delgado *et al.*, 2005); o la relación funcional entre el diámetro de tocón (dt) con el dn (Pompa *et al.*, 2011); la H y el V (Quiñonez-Barraza *et al.*, 2012; Martínez y Acosta, 2014); la B (Návar *et al.*, 2013) o el carbono.

Determinar la relación entre dt y dn puede ser referencia de predicciones en variables como la H que, posteriormente, es posible utilizarlas como base para realizar estimaciones de volumen (Aigbe *et al.*, 2012).

Debido a que no siempre se cuenta con las dimensiones del dn para hacer cálculos de volumen; por ejemplo, cuando ocurren aprovechamientos clandestinos; en la cuantificación de los aprovechamientos en grandes extensiones; en la evaluación de las prácticas silvícolas aplicadas en el bosque después del aprovechamiento; o simplemente por extravío de la información del inventario, cobra importancia conocer la relación alométrica y la función proporcional entre dn y el dt , ya que se usa para cuantificar el volumen maderable removido (Benítez *et al.*, 2004).

La relación alométrica y proporcional entre el diámetro del tocón y el diámetro normal son una herramienta cuantitativa de utilidad para los administradores de los recursos forestales y evaluadores de las prácticas de aprovechamientos aplicadas en los bosques; por ello, se planteó generar ecuaciones y factores de proporción que permitan predecir el dn , a partir del dt en plantaciones forestales de *Pinus greggii* Engelm., con fines de restauración, establecidas en Metztlán, Hidalgo.

Introduction

The different growth rates of trees in the forest are the physiological, demographic and phylogenetic reactions to the limitations of the biotic and abiotic factors of their surroundings in which each one of them develops (Chave, 1999). It is essential to know the structural relationships between their components to understand the adaptations to the environment of organisms, a forest or a particular ecosystem (King, 1996).

Allometric functions as a means to represent the functional relationship between two or more variables of an individual are useful in understanding the dynamics of the overall growth of a tree, in regard to some of its parts or components (Núñez *et al.*, 2010; Gayon, 2000). The use of this tool in plant biology has been used to develop the relationships between variables in size, for subsequent application to forest management or understanding the ecosystem (Niklas and Enquist, 2002).

Examples of this kind of work are the relationships of the normal diameter (dn) depending on the volume (V), biomass (B), leaf area index (LAI) or carbon (C) (Martín *et al.*, 1998); dn relations with the total height (H) (Zeide and Vanderschaaf, 2002); $dn-H$ functions for growth studies (Delgado *et al.*, 2005); or the functional relationship between stump diameter (dt) with dn (Pompa *et al.*, 2011); the H and V (Quiñonez-Barraza *et al.*, 2012; Martínez and Acosta, 2014); B (Návar *et al.*, 2013) or carbon.

To determine the relationship between dt and dn can be a reference to predictions in variables such as H , which then can be used as a basis for estimating volume (Aigbe *et al.*, 2012).

Since there are not always dimensions of dn for volume calculations; for example, when illegal exploitation occurs; in quantifying the uses on large areas; in the evaluation of silvicultural practices in the forest after harvesting; or simply when inventory information is misplaced, it becomes important to know the allometric relationship and proportional function between dn and dt , as it is used to quantify the removed wood volume (Benítez *et al.*, 2004).

The allometric and proportional relationship between the diameter of the stump and dbh are a useful quantitative tool for managers of forest resources and evaluators of the harvesting practices applied in the forests; therefore, interest arose to generate ratio equations and factors to predict the dn , from dt in *Pinus greggii* Engelm forest plantations, for restoration purposes, established in Metztlán, Hidalgo state.



Materiales y Métodos

Las plantaciones consideradas en el análisis se localizan en el ejido Fontezuelas municipio Metztlán, Hidalgo. El clima presente corresponde al templado semi-seco (García, 1988; Inegi, 1992; Hernández et al., 2014), a una altitud que varía entre los 2 000 y 2 500 m y se ubican entre las coordenadas 98°54' W y 20°29' N; están establecidas en suelos de tipo Feozem háplico y Regosol eútrico (Inegi, 1992).

Se procesó información proveniente de 621 árboles con categorías diamétricas en el dt de 5 a 45 cm y en el dn de 5 a 35 cm (Cuadro 1). El dn se midió con una cinta diamétrica (Forestry Suppliers P. O. BOX 8397) de cinco metros, 1.30 m, y el dt a una altura variable, en función de la técnica de corte empleada para árboles derribados (altura de tocón, h_t), (Bava y López, 2006).

Cuadro 1. Estadísticos básicos de la muestra en plantaciones de *Pinus greggii* Engelm. en Metztlán, Hidalgo.

Variable	Mínima	Máxima	Medio	CV
dt	5.0	46.0	19.48	55.342
dn	2.5	37.0	14.18	45.313
ht	9.35	31.0	28.64	9.860

Los modelos evaluados (Cuadro 2) fueron los propuestos por Quiñonez-Barraza et al. (2012) para *Pinus arizonica* Engelm., *P. ayacahuite* Ehrenb. ex Schltdl., *P. durangensis* Martínez, *P. leiophylla* Schiede ex Schltdl. & Cham, *P. teocote* Schiede ex Schltdl. & Cham y *Quercus sideroxyla* Bonpl.; así como los de Pompa et al. (2011) para *P. durangensis* para la estimación del dn a partir del dt , debido a que esta sección tiene una forma de tipo neiloide truncado.

Cuadro 2. Modelos para estimar el diámetro normal a partir del diámetro del tocón en plantaciones de *Pinus greggii* Engelm. en Metztlán, Hidalgo.

Modelo	Expresión matemática
(1)	$d_n = b_0 + b_1(d_t) + \epsilon$
(2)	$d_n = b_0 d_t \left(\frac{1.3}{h_t}\right)^{b_1 + \epsilon}$
(3)	$d_n = b_0 + b_1(b_1 d_t) + \epsilon$
(4)	$d_n = b_0 + b_1(d_t)^2 + \epsilon$

D_n = Diámetro normal; dt = Diámetro de tocón; h_t = Altura de tocón; b_0 y b_1 = Parámetros por estimar.

Materials and Methods

The plantations considered in the analysis are located in the *Fontezuelas ejido* at *Metztlán* municipality, *Hidalgo*. The prevailing climate is temperate to semi-dry (García, 1988; Inegi, 1992; Hernández et al., 2014), at an altitude ranging from 2 000 to 2 500 m; they are located between 98°54' W and 20°29' N and are established on Haplic feozem and Eutric regosol soil types (Inegi, 1992).

Information was processed from 621 trees with diameter categories in dt of 5-45 cm and the dn of 5-35 cm (Table 1). dn was measured with a diameter tape (Forestry Suppliers P. O. BOX 8397) five meters, 1.30 m, and dt at a variable height, depending on the cutting technique used (tall stump, ht) (Bava and López, 2006).

Table 1. Basic statistics of the sample in *Pinus greggii* Engelm. plantations at *Metztlán*, *Hidalgo*.

Variable	Minimum	Maximum	Mean	VC
dt	5.0	46.0	19.48	55.342
dn	2.5	37.0	14.18	45.313
ht	9.35	31.0	28.64	9.860

The assessed models (Table 2) were those proposed by Quiñonez-Barraza et al. (2012) for *Pinus arizonica* Engelm., *P. ayacahuite* Ehrenb. ex Schltdl., *P. durangensis* Martínez, *P. leiophylla* Schiede ex Schltdl. & Cham, *P. teocote* Schiede ex Schltdl. & Cham and *Quercus sideroxyla* Bonpl.; and those of Pompa et al. (2011) for *P. durangensis* to estimate dn from dt , as this section has a truncated neiloide shape type.

Table 2. Models for the estimation of normal diameter from the stump diameter in *Pinus greggii* Engelm. plantations in *Metztlán*, *Hidalgo*.

Model	Mathematical expression
(1)	$d_n = b_0 + b_1(d_t) + \epsilon$
(2)	$d_n = b_0 d_t \left(\frac{1.3}{h_t}\right)^{b_1 + \epsilon}$
(3)	$d_n = b_0 + b_1(b_1 d_t) + \epsilon$
(4)	$d_n = b_0 + b_1(d_t)^2 + \epsilon$

D_n = Normal diameter; dt = Stump diameter; h_t = Stump height; b_0 and b_1 = Parameters for estimation.

El ajuste de los modelos se realizó con el paquete estadístico SAS, mediante el procedimiento MODEL y la técnica *gmm*; este ajuste mejora la eficiencia de la estimación de parámetros en la presencia de heterocedasticidad, debido a que emplea el método generalizado de momentos a través de la matriz de covarianza (SAS, 2015). Se usó el método de ajuste de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), tal como lo emplearon Diéguez *et al.* (2003) y Pompa *et al.* (2011).

La calidad de ajuste y la exactitud en la predicción de las ecuaciones se hizo con los estadísticos comúnmente utilizados en los estudios de modelación y biometría forestal (Castedo y Álvarez, 2000; Corral *et al.*, 2007): Coeficiente de Determinación Ajustado (R^2_{aj}), la Raíz del Error Medio Cuadrático (REMC), el Sesgo (E), la Desviación Agregada (DA) y la DA en porcentaje (DA %) (Prodan *et al.*, 1997). También se empleó el criterio de información de Akaike (AIC) y el criterio de información Bayesiano (BIC), que toman en cuenta la máxima verosimilitud y penalizan según el principio de parsimonia de acuerdo al número de parámetros del modelo (Posada y Rosero, 2007; Gómez *et al.*, 2013) con las siguientes ecuaciones:

$$AIC = 2 \log Lik + 2K \quad (5)$$

$$BIC = 2 \log Lik + \log(N)K \quad (6)$$

Donde:

log Lik = Logaritmo de máxima verosimilitud

K = Término proporcional al número de parámetros del modelo

N = Número total de datos

Se llevó a cabo un análisis gráfico de los valores estimados por cada modelo para verificar si se cumple la tendencia hacia una línea recta con respecto a los valores observados (Posada y Rosero, 2007; Augusto *et al.*, 2009), así como el de estos para identificar y corregir problemas de heterocedasticidad (Huang, 2002).

Para evaluar estadísticamente la normalidad de los datos procesados, se aplicó la prueba de *Shapiro-Wilk*, que verifica la estimación lineal insesgada de la desviación estándar dividida por la varianza de los errores con respecto a la muestra (Moliner, 2003).

Se calcularon los intervalos de confianza de los parámetros para conocer la variación de los valores esperados de cada uno de ellos (Cepeda *et al.*, 2008); así, se tomó el valor estimado del parámetro (b_j), + o - el valor de *t* considerando los grados de libertad del modelo a 95 % de confiabilidad, multiplicado por el Error Estándar de Aproximación (Eea) en la siguiente forma:

The fitting of the models was made with the statistical SAS package through the MODEL procedure and the *gmm* technique; this fit improves the efficiency in the estimation of parameters in the presence of heterocedasticity, since it uses the Generalized Moments Method through the matrix of covariance (SAS, 2015). Ordinary Squared Minimums method (MCO) [for its acronym in Spanish] was used as Diéguez *et al.* (2003) and Pompa *et al.* (2011) did.

The quality of fitness and the accuracy in the prediction of the equations was achieved with the regular statistics used in forest modeling and biometry (Castedo and Álvarez, 2000; Corral *et al.*, 2007): the fitted Coefficient of Determination (R^2_{aj}), the Root Mean Square Error (REMC), the Bias (E), Aggregate Deviation (DA) and DA percentage (DA %) (Prodan *et al.*, 1997). Also the Akaike (AIC) as well as the Bayesian (BIC) information criteria were used, which take into account the greatest verisimilitude and penalize according to the parsimony principle, according to the number of parameters of the model (Posada and Rosero, 2007; Gómez *et al.*, 2013) with the following equations:

$$AIC = 2 \log Lik + 2K \quad (5)$$

$$BIC = 2 \log Lik + \log(N)K \quad (6)$$

Where:

log Lik = Logarithm of greatest verisimilitude

K = Proportional term to the number of parameters of the model

N = Total data number

A graphic analysis was made with the estimated values by each model in order to confirm if the tendency towards a straight line in regard to the observed values is accomplished (Posada and Rosero, 2007; Augusto *et al.*, 2009), as well as their own graphic analysis to identify and correct heterocedasticity problems (Huang, 2002).

To statistically assess the normality of the processed data, a Shapiro-Wilk test was applied, since it verifies the unbiased linear estimation of the standard deviation divided into the variance of the errors in regard to the sample (Moliner, 2003).

A calculation of the confidence intervals of the parameters was made in order to know the variation of the expected values if each one of them (Cepeda *et al.*, 2008); thus, the estimated value of the parameter (b_j), + or - the *t* value considering the degrees of freedom of the model at 95 % of confidence multiplied by the Approach Standard Error (Eea) as follows:

$$IC^+ = b_j + (t_{valor})(Eea) \quad (7)$$

$$IC^- = b_j - (t_{valor})(Eea) \quad (8)$$

$$IC^* = b_i + (t_{valor})(Eea) \quad (7)$$

$$IC = b_i - (t_{valor})(Eea) \quad (8)$$

Se graficaron las tendencias de los valores predichos, con respecto a los observados para mostrar la fidelidad o la desviación y el ajuste de ellos a la información utilizada. Igualmente, se determinó el factor de proporción promedio (*fp*) entre el *dt* y el *dn* de la población, así como de las estimaciones realizadas con el modelo de mejor ajuste.

Resultados y Discusión

En el Cuadro 3 se presentan los parámetros y los estadísticos de bondad de ajuste de los modelos evaluados para la estimación del *dn* a través del *dt* en árboles de *P. greggii*.

The tendencies of the predicted values were put in a graphic, in regard to those observed to show the fidelity or the deviation and the fit of them to the used information. Also, the average ratio factor (*fp*) between *dt* and *dn* of the population was determined, as well as the estimations made with the model of less fit.

Results and Discussion

In Table 3 are gathered the parameters and the statistics of the goodness of fit of the assessed models for the estimation of *dn* through *dt* in *P. greggii* trees.



Cuadro 3. Valores de los estadísticos de bondad de ajuste y de los parámetros obtenidos en los modelos evaluados en plantaciones de *Pinus greggii* Engelm. en Metztlán, Hidalgo.

Modelo	RMSE	R ² _{aj}	AIC	BIC	Parámetro	Estimador	Eea	Valor t	Pr> t
(1)	1.5304	0.9484	507.8513	512.2382	b ₀	-2.3176	0.1921	-12.07	< 0.0001
					b ₁	0.8812	0.0092	95.4	< 0.0001
(2)	1.5273	0.9486	505.4427	509.8296	b ₀	0.1236	0.0033	37.48	< 0.0001
					b ₁	1.1469	0.0114	100.17	< 0.0001
(3)	1.5304	0.9484	507.8513	512.2382	b ₀	-2.3176	0.1921	-12.07	< 0.0001
					b ₁	0.9387	0.0049	190.8	< 0.0001
(4)	1.95	0.9162	794.7229	799.1098	b ₀	7.2433	0.2924	24.77	< 0.0001
					b ₁	0.0182	0.0005	34.51	< 0.0001

Eea = Error estándar aproximado.

Table 3. Values of the statistics for the goodness of fit and of the parameters obtained in the assessed models in *Pinus greggii* Engelm. plantations in Metztlán, Hidalgo.

Model	RMSE	R ² _{aj}	AIC	BIC	Parameter	Estimator	Eea	t value	Pr> t
(1)	1.5304	0.9484	507.8513	512.2382	b ₀	-2.3176	0.1921	-12.07	< 0.0001
					b ₁	0.8812	0.0092	95.4	< 0.0001
(2)	1.5273	0.9486	505.4427	509.8296	b ₀	0.1236	0.0033	37.48	< 0.0001
					b ₁	1.1469	0.0114	100.17	< 0.0001
(3)	1.5304	0.9484	507.8513	512.2382	b ₀	-2.3176	0.1921	-12.07	< 0.0001
					b ₁	0.9387	0.0049	190.8	< 0.0001
(4)	1.95	0.9162	794.7229	799.1098	b ₀	7.2433	0.2924	24.77	< 0.0001
					b ₁	0.0182	0.0005	34.51	< 0.0001

Eea = Approximate standard error.

Se observa que en los modelos (1) y (3), el parámetro b_0 y sus estimadores de ajuste son idénticos, debido a la estructura matemática de las ecuaciones; el b_0 indica el intercepto entre el dt y el dn . Además, se evidencia que los valores de los errores estándar aproximados del parámetro b_0 en esos dos modelos son superiores en comparación con el valor del mismo parámetro del modelo (2), que tiene una interpretación diferente, por considerar la altura a la cual fue tomada la medición del dt .

Al comparar el valor del coeficiente de determinación ajustado, el modelo (2) tiene el mayor ajuste, ya que alcanza un valor de 0.9486; al respecto, Alder (1980) y Gujarati (2010) argumentan que son aceptables valores superiores a 0.7 y 0.8, respectivamente. En este contexto, se asume que todos los modelos son satisfactorios en sus estimaciones. Para este mismo modelo, la condición del R^2_{aj} coincide con el valor más bajo del REMC que evalúa la precisión de las estimaciones, como lo describen Pompa *et al.* (2011) al utilizar un modelo dendrométrico para la estimación del diámetro normal a partir de las dimensiones del tocón, en los que los mejores modelos son los que presentan valores más bajos.

Adicionalmente, con base en los valores de la máxima verosimilitud de información y el peso por el número de parámetros utilizados (AIC y BIC) se deduce y ratifica que el modelo con la mejor calidad de ajuste estadístico es el (2) por tener los valores más bajos en estos criterios, con respecto de los cuatro modelos utilizados; dicho criterio también lo siguieron Tamarit *et al.* (2013) y Quiñonez-Barraza *et al.* (2014) para la elección de las mejores ecuaciones en la estimación de volumen y ahusamiento.

El uso de esos criterios tiende a seleccionar los modelos más sencillos, debido a que penalizan el valor de acuerdo al principio de parsimonia (Gómez *et al.*, 2013). Sin embargo, si la diferencia numérica entre los modelos en los valores de AIC y BIC es muy estrecha, el complemento con los valores del RMSE y la R^2_{aj} será el criterio de decisión para la elección de alguno de ellos (Wintle *et al.* 2003; Gómez *et al.*, 2013).

En el Cuadro 4 se resumen los valores de los estadísticos que evalúan la capacidad predictiva del modelo (2), la desviación de sus estimaciones y los resultados de la prueba de Shapiro-Wilk de normalidad de los errores.

It can be observed that in models (1) and (3) the b_0 parameter and its estimators of fit are identical, from the mathematical structure of the equations, b_0 points out to the interception between dt and dn . Also, it is evident that the values of the approximate standard errors of the b_0 parameter in these two models are higher compared to the value of the same parameter of model (2), which has a different interpretation, as it considers the height at which the measurement of dt was taken.

When comparing the value of the adjusted coefficient of determination, model (2) has the highest setting, as it reaches a value of 0.9486; in this regard, Alder (1980) and Gujarati (2010) indicate that it is acceptable when exceeding 0.7 and 0.8, respectively. In this context, it is assumed that all models are satisfactory in their estimates. For this same model, the R^2_{aj} condition coincides with the lowest value of REMC which evaluates the accuracy of the estimates as described by Pompa *et al.* (2011) by using a dendrometric model for the estimation of the normal diameter, from the size of the stump, which the best models are those with lower values.

In addition, based on the values of the maximum verisimilitude information and weight by the number of parameters used (AIC and BIC) it can be deducted and confirmed that the model with the best quality of statistical fit is (2) for having the lower values on these criteria, in regard to the four models used; this criterion was also applied by Tamarit *et al.* (2013) and Quiñonez-Barraza *et al.* (2014) for the election of the best equations in estimating volume and taper.

The use of these criteria tends to select the simplest models, as they penalize the value according to the principle of parsimony (Gómez *et al.*, 2013). However, if the numerical difference between the models in the values of AIC and BIC is very narrow, the complement to the values of RMSE and R^2_{aj} will be the decision criteria for choosing any of them (Wintle *et al.* 2003; Gómez *et al.*, 2013).



Cuadro 4. Estadísticos de evaluación de la capacidad predictiva del modelo (2) en plantaciones de *Pinus greggii* Engelm. en Metztlán, Hidalgo.

Modelo	Sesgo (E)	Diferencia Agregada	Diferencia Agregada %	Shapiro-Wilk (W)
(2)	0.0353	-0.0353	-0.2032	0.9977

Table 4. Statistics for the evaluation of the predictive ability of model (2) in *Pinus greggii* Engelm. plantations in *Metztlán, Hidalgo*.

Model	Bias (E)	Aggregated Difference	Aggregated Difference %	Shapiro-Wilk (W)
(2)	0.0353	-0.0353	-0.2032	0.9977

La desviación del modelo (2), respecto a los valores observados contra los predichos (E) es baja, al igual que los valores de la media de los residuales (DA). Esta situación es semejante a la descrita por Benítez *et al.* (2004) en un estudio de índice de sitio para *P. caribaea* Morelet, y a la experiencia de Barreto *et al.* (2011) quienes, al estimar el diámetro normal con base en las dimensiones del tocón en plantaciones de *Casuarina equisetifolia* L., utilizaron la DA como indicador de las desviaciones de los modelos empleados. El valor negativo de la DA y de la DA %, se debe a que se tiene una ligera sobrestimación en los valores del *dn* predichos en función del *dt* para plantaciones de *P. greggii*.

La prueba de Shapiro-Wilk mostró normalidad de los errores, por presentar un valor de $W=0.9977$ ($p=0.0001$) cercano a 1, mientras que al analizar la dispersión de los residuales no evidenciaron problemas de heterocedasticidad, ya que al ajustar el modelo se corrigió con el procedimiento *gmm* de SAS (SAS, 2015).

En el Cuadro 5 se muestran los intervalos de confianza (IC) de los parámetros que se utilizarán para estimar el ancho de aplicabilidad de las estimaciones del modelo dentro del intervalo de la información usada y verificar los valores que se pueden esperar en los parámetros, como lo señalan Cepeda *et al.* (2008).

In Table 4 are summarized the values that assess the predictive ability of model (2), the deviation of their estimations and the results of the Shapiro-Wilk tests of normality of errors.

The deviation of model (2), in regard to the observed values against the predicted ones (E) is low, as well as the numbers of the mean of the residuals (DA). This situation is similar to that described by Benítez *et al.* (2004) in a study of site index for *P. caribaea* Morelet, and to the experience of Barreto *et al.* (2011) who, when estimating the normal diameter from the dimensions of the stump in *Casuarina equisetifolia* L. plantations, used the DA as an indicator of deviations from the models used. The negative value of DA and DA %, is because it has a slight overestimation in the predicted values of *dn* depending on *dt* for the *P. greggii* plantations.

The Shapiro-Wilk test showed normal errors, as it revealed a value of $W = 0.9977$ ($p = 0.0001$) close to 1, while analyzing the dispersion of the residuals showed no heteroscedasticity problems, as when the model was fit, it was corrected with the *gmm* of SAS procedure (SAS, 2015).

Table 5 shows the confidence intervals (CI) of the parameters to be used to estimate the width of applicability of the model estimates within the range of the information used and verify the values that can be expected in the parameters, as stated by Cepeda *et al.* (2008).

Cuadro 5. Intervalos de Confianza de los parámetros en el modelo (2) para plantaciones de *Pinus greggii* Engelm. en *Metztlán, Hidalgo*.

Modelo	Parámetro	Estimación	Error estándar aproximado	IC +	IC -
(2)	b_0	0.1236	0.0033	0.133285	0.114013
	b_1	1.1469	0.0114	1.180243	1.113667

Table 5. Confidence Intervals of the parameters in model (2) in *Pinus greggii* Engelm. plantations in *Metztlán, Hidalgo*.

Model	Parameter	Estimation	Approximate standard error	IC +	IC -
(2)	b_0	0.1236	0.0033	0.133285	0.114013
	b_1	1.1469	0.0114	1.180243	1.113667

En la Figura 1, se observa la línea de tendencia de los valores estimados con el modelo (2) y los datos observados. La tendencia de las estimaciones hacia una línea recta (Diéguez *et al.*, 2003; Benítez *et al.*, 2004) y los valores de los estadísticos de bondad de ajuste del modelo, además de los resultados en las pruebas de exactitud del modelo (2) hacen confiable su aplicación dentro del intervalo de los datos utilizados para predecir el *dn*, a través

In Figure 1, the line of the tendency of the estimated values with model (2) and the observed data can be appreciated. The trend estimates to a straight line (Diéguez *et al.*, 2003; Benítez *et al.*, 2004) and the values of statistical goodness of fit of the model, in addition to the results of the accuracy test of model (2) make reliable its application within the range of the data used to predict *dn*, through the *dt* of *P. greggii* trees from

del dt en árboles de *P. greggii* provenientes de plantaciones con fines de restauración en Metztlán, Hidalgo. Sin embargo, como lo registran Benítez *et al.* (2004), los resultados obtenidos, y de acuerdo a la tendencia de la función, así como de la geometría del modelo, esta ecuación puede ser aplicable como referencia fuera del intervalo de datos usados en el ajuste, sin ser específicos a la muestra empleada.

plantations for restoration in Metztlán, Hidalgo. However, as recorded by Benítez *et al.* (2004), the results obtained, and according to the function trend as well as of the geometry of the model, this equation may be applicable as a reference outside the range of the data used in the fit, without being specific to the sample used.

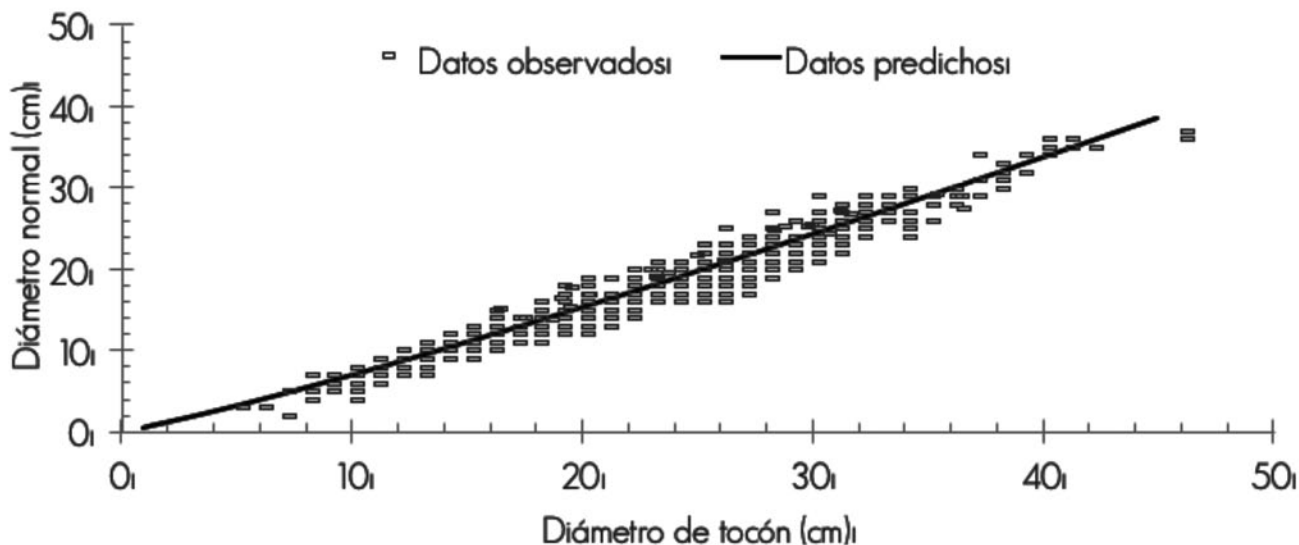


Figura 1. Comparativo gráfico de las estimaciones del dn en función del dt con el modelo (2) versus los observados para árboles provenientes de plantaciones de *Pinus greggii* Engelm. en Metztlán, Hidalgo.

Figure 1. Comparative graphic of the estimations of dn depending on dt with model (2) against those observed for trees from *Pinus greggii* Engelm. plantations in Metztlán, Hidalgo.

Al analizar los resultados por categoría diamétrica y determinar el factor de proporción (fp) entre el dt y dn , se tiene que el fp promedio con las estimaciones del modelo es de 0.6822, valor conservador con respecto al obtenido para los datos observados, que fue de 0.7879. Las diferencias entre el empleo del modelo (2) y los factores de proporcionalidad al estimar el dn , mediante las dimensiones del tocón fueron inferiores a 1.4 cm del total de la muestra, situación que hace confiable a las estimaciones (Cuadro 6).

When analyzing the results by diametric class and determine the ratio factor (fp) between dt and dn , the average fp with the model estimates is 0.6822, that is a conservative value compared to that obtained for the observed data, which was 0.7879. The differences between the use of the model (2) and the proportionality factors when estimating the dn by the dimensions of the stump were less than 1.4 cm of the total sample, a situation that makes reliable estimates (Table 6).



Cuadro 6. Estimación del dn , factores de proporción (dt/dn) y diferencias entre los métodos para estimar el dn mediante las dimensiones del dt para árboles en plantaciones de *Pinus greggii* Engelm. en Metztlán, Hidalgo.

dt - Observado	dn estimado con el modelo (2)	fp - Datos estimados	dn estimado con el fp del modelo (2)	Diferencias entre estimaciones del dn con el modelos (2) y fp	Estimación del dn con el fp promedio de 0.7879	Diferencias entre la estimación del dn con el modelo (2) y el fp promedio de la muestra
5	3.10	0.3853	1.93	1.17	3.94	0.84
10	6.86	0.5417	5.42	1.44	7.88	1.02
15	10.92	0.6260	9.39	1.53	11.82	0.90
20	15.18	0.6829	13.66	1.53	15.76	0.57
25	19.61	0.7254	18.13	1.48	19.70	0.08
30	24.18	0.7591	22.77	1.40	23.64	0.54
35	28.85	0.7869	27.54	1.31	27.58	1.27
40	33.63	0.8105	32.42	1.21	31.52	2.11
45	38.49	0.8309	37.39	1.10	35.46	3.03
Promedio	20.09	0.6832	18.74	1.35	19.70	1.15

Table 6. Estimation of dn , ratio factors (dt/dn) and differences between the methods to estimate dn by means of the dimensions of dt for trees from *Pinus greggii* Engelm. plantations in Metztlán, Hidalgo.

Observed dt	Estimated dn by model (2)	fp - Estimated data	Estimated dn with fp by model (2)	Differences between estimations of dn with models (2) and fp	Estimation of dn with average fp of 0.7879	Differences between the estimation of dn with model (2) and the average fp of the simple
5	3.10	0.3853	1.93	1.17	3.94	0.84
10	6.86	0.5417	5.42	1.44	7.88	1.02
15	10.92	0.6260	9.39	1.53	11.82	0.90
20	15.18	0.6829	13.66	1.53	15.76	0.57
25	19.61	0.7254	18.13	1.48	19.70	0.08
30	24.18	0.7591	22.77	1.40	23.64	0.54
35	28.85	0.7869	27.54	1.31	27.58	1.27
40	33.63	0.8105	32.42	1.21	31.52	2.11
45	38.49	0.8309	37.39	1.10	35.46	3.03
Average	20.09	0.6832	18.74	1.35	19.70	1.15

El uso del modelo (2) para la predicción del dn a partir del dt incluye como variable independiente la altura del tocón, como lo recomiendan Diéguez *et al.* (2003) al estimar el diámetro normal y del volumen del tronco con base en las dimensiones del tocón para seis especies forestales comerciales de Galicia, España, debido a que el fuste distorsiona su forma circular a medida que la altura aumenta. Corral *et al.* (2007) sugieren tomar en cuenta esta variable en el desarrollo de modelos cuando se conozca la altura del tocón, al utilizarlo para estimar el diámetro y volumen en las principales especies de pinos en Durango, México.

The use of model (2) for the prediction of dn from dt includes stump height as the independent variable, a situation recommend by Diéguez *et al.* (2003) to estimate the normal diameter and volume of the trunk based on the size of the stump for six commercial forest species in Galicia, Spain, because the bole distorts the circular shape as height increases. Corral *et al.* (2007) suggest to consider this variable in the development of models when the stump height is known, when used to estimate the diameter and volume in the main species of pine in Durango, Mexico.

Para ejemplificar la aplicación de este modelo, de manera práctica se plantea el supuesto de una tala clandestina en una plantación con características homogéneas, y coetánea de una superficie de 0.5 hectáreas y 300 árboles derribados, en la cual, de acuerdo a la altura de los árboles aledaños, se clasifica en un índice de sitio (*IS*) de 16 m (Hernández *et al.*, 2014) y el promedio de los diámetros de los tocones residuales es de 25 cm, con una altura del tocón aproximada de 0.31 m.

Por lo tanto, al aplicar la ecuación propuesta (2), se tiene:

$$d_n = 0.123649(25)\left(\frac{1.3}{0.31}\right)^{1.146955} = 18.89 \text{ cm}$$

El diámetro normal promedio estimado es de 18.89 cm. Con este valor de d_n estimado, y al aplicar la ecuación de volumen total para *P. greggii* propuesta por Muñoz *et al.* (2012) en esta región:

$$(V = 0.382849697 (d_n^2 H)^{0.866278861}) = 0.2356 \text{ m}^3$$

El volumen total promedio sería de 0.2356 m³ por árbol, lo que arrojaría un aproximado del volumen extraído ilegalmente de 70.6776 m³. Con ese resultado, combinado con una distribución de productos maderables se podrán realizar valoraciones económicas para la cantidad de madera extraída.

Cabe resaltar que el procedimiento ideal sería aplicar el modelo a cada individuo, estimar el d_n , considerar la altura promedio y aplicar la ecuación de volumen total, todo ello para que finalmente se sumen todos los resultados y se obtenga una estimación con mayor precisión.

Conclusiones

El ajuste del modelo (2) muestra una tendencia lineal entre las variables diámetro del tocón y diámetro normal, un buen ajuste estadístico, una predicción confiable de la variable dependiente y un bajo sesgo en las estimaciones. La inclusión de la altura de tocón (ht) como variable independiente en los modelos de estimación del d_n a través del dt , mejora significativamente las predicciones realizadas.

Debido a las diferentes técnicas de derribo aplicadas en México y la topografía accidentada en las áreas de aprovechamiento y frentes de corta, se justifica la medición e inclusión de la altura del tocón en trabajos de inventarios forestales maderables.

Con la estimación confiable del diámetro normal en función del diámetro de tocón, es posible realizar la cuantificación y evaluación confiable por cortas o talas clandestinas, desastres naturales, la reconstrucción de la estructura del bosque antes

To illustrate the application of this model, in a practical manner, the assumption of illegal logging on a plantation with homogeneous characteristics and even-aged is proposed in an area of 0.5 hectares and 300 felled trees, in which, according to the height of the surrounding trees, is classified in a site index (*SI*) of 16 m (Hernández *et al.*, 2014) and the average of the diameters of the residual stumps is 25 cm, with a stump height around 0.31 m.

Therefore, by applying the proposed equation (2), there is:

$$d_n = 0.123649(25)\left(\frac{1.3}{0.31}\right)^{1.146955} = 18.89 \text{ cm}$$

The estimated average normal diameter is 18.89 cm. With this value of estimated d_n and when applying the total volume equation for *P. greggii* proposed by Muñoz *et al.* (2012):

$$(V = 0.382849697 (d_n^2 H)^{0.866278861}) = 0.2356 \text{ m}^3$$

The average total volume would be 0.2356 m³ per tree, which would mean an approximate illegally extracted volume of 70.6776 m³. With this result, combined with a wood products distribution, economic assessments for the extracted amount of timber can be accomplished.


It is worth mentioning that the ideal procedure would be to apply the model to each individual, to estimate d_n , to consider the average height and to apply the equations of the total volume, all of which is done so that finally all the results are summed and a more accurate estimation is achieved.

Conclusions

The fit of the model (2) shows a linear trend between stump diameter and normal diameter, a good statistical fit, a reliable prediction of the dependent variable and low bias in the estimates. The inclusion of stump height (ht) as an independent variable in the estimation models of d_n through dt , significantly improves the predictions achieved.

Due to the different felling techniques applied in Mexico and the rugged terrain in the harvesting areas of development and cutting fronts, the measurement and inclusion of stump height in works of timber forest inventory is justified.

With the reliable estimate of the normal diameter from the diameter of the stump, it is possible to quantify and a good assessment for cuttings or illegal logging, natural disasters, reconstruction of forest structure before an intervention or evaluation of harvesting practices implemented when there is a loss of information. In addition, it can help to make estimates of the total height, volume, biomass and carbon in a more accurate way.

de una intervención o la evaluación de las prácticas de aprovechamiento aplicadas cuando ocurre una pérdida de información. Además, puede contribuir a realizar estimaciones de la altura total, volumen, biomasa o carbono de manera precisa. 

Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener conflicto de intereses.

Contribuciones por autor

Jonathan Hernández Ramos: apoyo de la investigación, análisis de los datos de campo, redacción, estructura y presentación de los resultados dentro del documento; Xavier García Cuevas: análisis de la información de campo, evaluador del análisis estadístico y ajuste de los modelos probados, y revisión del documento; José Jesús García Magaña: planeación, diseño y supervisor de trabajo de campo, revisor del documento y análisis de la aplicación de los resultados; Hipólito Jesús Muñoz Flores: planeación, diseño y supervisión de trabajo de campo, análisis de la aplicación de los resultados y revisión del documento; Juan Cosme Velarde Ramírez: evaluación de la aplicabilidad de la información obtenida en campo, evaluación y apoyo en el ajuste de las ecuaciones; y Edgar Hugo Olvera Delgadillo: diseño de la investigación, levantamiento de la información de campo, análisis de la aplicación de los resultados y revisión del documento.

Referencias

- Aigbe, H. I., W. W. Modogu and B. A. Oyebade. 2012. Modeling volume from stump diameter of *Terminalia ivorensis* (A. CHEV) in Sokponba Forest Reserve, Edo State, Nigeria. *ARPN Journal of Agricultural and Biological Science* 7(3):146-151.
- Alder, D. 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial en los trópicos. In: FAO (ed.). *Predicción del Rendimiento*. Montes Estudio 22/2. Vol. 2. Roma Italia. 118 p.
- Augusto, C. T., J. O. Vargas M. y M. Escalier H., 2009. Ajuste y selección de modelos de regresión para estimar el volumen total de árboles. Escuela de Ciencia Forestales de la Universidad Mayor de San Simón. Cochabamba, Bolivia. Documento Técnico Núm. 5. 27 p.
- Barreto-Medel, H., M. Frederic, G. Nepveu y C. D. Álvarez-Lazo. 2011. Curvas anamórficas de índice de sitio para plantaciones de *Pinus caribea* Morelet var. *Caribea* Barret y Golfari de la empresa forestal integral MACURIJE (IFI) en la provincia de Pinar del Río, Cuba. *Revista Chapingo: Serie de Ciencias Forestales* 17(2): 245-252.
- Bava, J. O. y P. M. López B. 2006. Predicción del diámetro a la altura de pecho en función de las dimensiones del tocón de árboles de lenga (*Nothofagus pumilio*) en Tierra del Fuego, Argentina. *Quebracho* 15:87-92.
- Benítez-Naranjo, J. Y., M. Rivero-Vega, A. Vidal-Corona, J. Rodríguez-Rodríguez y R. C. Álvarez-Rivera. 2004. Estimación del diámetro normal a partir del diámetro del tocón en plantaciones de *Casuarina equisetifolia* Forst. en la provincia Camagüey, Cuba. *Revista Chapingo Serie de Ciencias Forestales y del Ambiente* 10(1):25-30.
- Castedo, F. y J. G. Álvarez. 2000. Construcción de una tarifa de cubicación con clasificación de productos para *Pinus radiata* D. Don en Galicia basado en una función de perfil del tronco. *Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales* 9 (2): 253-268.
- Cepeda-Cuervo, E., W. Aguilar, V. Cervantes, M. Corrales, I. Díaz y D. Rodríguez. 2008. Intervalos de confianza e intervalos de credibilidad para una proporción. *Revista Colombiana de Estadística* 31(2): 211-228.
- Chave, J. 1999. Study of structural, successional and spatial patterns in tropical rain forests using TROLL, a spatially explicit forest model. *Ecological Modelling* 124: 233-254.

Conflict of interests

The authors declare no conflict of interest.

Contribution by author

Jonathan Hernandez Ramos: support research, analysis of field data, writing, structure and presentation of the results within the document; Xavier García Cuevas: analysis of field data, statistical analysis and evaluation of fit of the tested models, and document review; José Jesús García Magaña: planning, design and field work supervisor, analysis of the application of results and review of the document; Hipólito Jesús Flores Muñoz: planning, design and supervision of fieldwork, analysis of the application of the results and document review; Juan Cosme Velarde Ramírez: assessment of the applicability of the information obtained in the field, evaluation and support in the fit of equations; Edgar Hugo Olvera Delgadillo: research design, field information survey, analysis of the application of the results and document review.

End of the English version



- Corral-Rivas, J. J., M. Barrio-Anta, O. A. Aguirre-Calderón and U. Diéguez-Aranda. 2007. Use of stump diameter to estimate diameter at breast height and tree volume for major pine species in El Salto, Durango (México). *Forestry* 80 (1): 29 - 40.
- Delgado, L. A., M. F. Acevedo, H. Castellanos, H. Ramírez y J. Serrano. 2005. Relaciones alométricas y patrones de crecimiento para especies de árboles de la Reserva Forestal Imataca, Venezuela. *Interciencia* 30(5):275-283.
- Diéguez, A. U., M. Barrio A., F. Castedo D. y M. Balboa M. 2003. Estimación del diámetro normal y del volumen del tronco a partir de las dimensiones del tocón para seis especies forestales comerciales de Galicia. *Investigación Agraria: Sistemas y Recursos Forestales* 12(2):131-139.
- García, E. 1988. Modificaciones al sistema de clasificación climática de Köppen (para adaptarlo a las condiciones de la República Mexicana). Offset Larios S.A. México, D.F., México. pp. 46-52.
- Gayon, J. 2000. History of the concept of allometry. *American Journal of Science* 40: 748-758.
- Gómez-Aparicio, L., J. M. Ávila y L. Cayuela. 2013. Métodos de máxima verosimilitud en ecología y su aplicación en modelos de vecindad. *Ecosistemas* 22(3):12-20.
- Gujarati, D. N. 2010. *Econometría*. 5ª edición. Editorial Mc Graw-Hill/ Interamericana. México, D.F., México 921 p.
- Hernández-Ramos, J., J. J. García-Magaña, E. H. Olvera-Delgadillo, J. C. Velarde-Ramírez, X. García-Cuevas y H. J. Muñoz-Flores. 2014. Índice de sitio para plantaciones de *Pinus greggii* Engelm., en Metztlán, Hidalgo, México. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 29(2):167-176.
- Huang, S. 2002. Validating and localizing growth and yield models: procedures, problems and prospects. In: Amaro A., D. Y. Reed and P. Soares. (ed.). *Proceedings of IUFRO Workshop on Reality, Models and Parameter Estimation: the Forestry Scenario*. Sesimbra, Portugal. http://r4d.dfid.gov.uk/PDF/Outputs/Forestry/R6915BTOR_Sesimbra.pdf (1 de septiembre de 2015).

- Instituto Nacional de Estadística Geográfica e Informática (Inegi). 1992. Síntesis geográfica del estado de Hidalgo. INEGI. Aguascalientes, Ags., México. 140 p.
- King, D. A. 1996. Allometry and life history of tropical trees. *Journal Tropical Ecology* 12: 25-44.
- Martin, J. G., D. Kloeppel B., L. Schaefer T., L. Kimbler D. and G. McNulty S. 1998. Aboveground biomass and nitrogen allocation of ten deciduous southern Appalachian tree species. *Canadian Journal of Forest Research* 28: 1648-1659.
- Martínez-López, L. y A. Acosta-Ramos. 2014. Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del diámetro del tocón para *Quercus laurina* en Ixtlán, Oaxaca, México. *Madera y Bosques* 20 (1):59-70.
- Moliner, M. L. 2003. ¿Y si los datos no siguen una distribución normal? Asociación de la Sociedad Española de Hipertensión. <http://www.seh-lilha.org/staf1.htm> (11 de septiembre de 2016).
- Muñoz, F. H. J., J. C. Velarde R., J. J. García M., J. T. Sáenz R., E. H. Olvera D. y J. Hernández R. 2012. Predicción de volúmenes de fuste total para plantaciones de *Pinus greggii* Engelm. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 3(14): 11-22.
- Návar-Cháidez, J., F. J. Rodríguez-Flores y P. A. Domínguez-Caballero. 2013. Ecuaciones alométricas para árboles tropicales: Aplicación al inventario forestal de Sinaloa, México. *Agronomía Mesoamericana* 24(2): 347-356.
- Niklas, K. J. and J. Enquist B. 2002. On the vegetative biomass partitioning of seed plant leaves, stems, and roots. *The American Naturalist* 159: 482-497.
- Núñez, P., S. E. Calderón y S. Gil. 2010. Búsqueda de orden y armonía en la naturaleza, descubriendo leyes de escala en el aula. 2010. *Latin American Journal of Physics Education* 4(1):118-126.
- Pompa-García, M., H. M. De los Santos-Posadas, M. E. Zepeda-Bautista y J. J. Corral-Rivas. 2011. Un modelo dendrométrico para estimación del diámetro normal a partir de las dimensiones del tocón. *Agrociencia* 45(3):379-387.
- Prodan, M., R. Peters, R., F. Cox y P. Real. 1997. Mensura forestal, Serie investigación y educación en desarrollo sostenible. Instituto Internacional de Cooperación para la Agricultura (IICA)- Deutsche Gesellschaft für Technische Zusammenarbeit (GTZ). San José, Costa Rica. 561 p.
- Posada, S. L. y R. Rosero N. 2007. Comparación de modelos matemáticos: una aplicación en la evaluación de alimentos para animales. *Revista Colombiana de Ciencias Pecuarias* 20:141-148.
- Quiñonez-Barraza, G., F. Cruz. C., B. Vargas L. y F. J. Hernández. 2012. Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del tocón para especies forestales de Durango. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 3(9): 23-39.
- Quiñonez-Barraza, G., H. M. De los Santos-Posadas, J. G. Álvarez-González y A. Velázquez-Martínez. 2014. Sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial para las principales especies de *Pinus* en Durango, México. *Agrociencia* 48(5):553-567.
- Tamarit U., J. C., H. M. De los Santos P., A. Aldrete, J. R. Valdez-Lazalde, H. Ramírez M. y V. Guerra C. 2013. Sistema de cubicación para árboles individuales de *Tectona grandis* L. f. mediante funciones compatibles de ahusamiento - volumen. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 5(21):58-74.
- Statistical Analysis Software (SAS). 2015. SAS/STATM User's guide, Release 9.2 SAS, Institute Inc. http://support.sas.com/documentation/cdl/en/etsug/60372/HTML/default/viewer.htm#etsug_model_sect043.htm (11 de septiembre de 2016).
- Wintle, B. A., M. A. McCarthy, C. T. Volinsky and R. P. Kavanagh. 2003. The use of Bayesian model averaging to better represent uncertainty in ecological models. *Conservation Biology* 17:1579-1590.
- Zeide, B. and C. Vanderschaaf. 2002. The effect of density on the height-diameter relationship. In: Outcalt, K. W. (ed). Proceedings of the eleventh biennial southern silvicultural research conference. USDA. Ashville, NC, USA. Gen. Tech. Rep. SRS-48, pp. 463-466.

