

MODELOS VOLUMÉTRICOS FUSTALES PARA *Acrocarpus fraxinifolius* Wight & Arn. EN PLANTACIONES AGROFORESTALES DE LA SIERRA NORTE DE PUEBLA

STEM TAPER MODELS FOR *Acrocarpus fraxinifolius* Wight & Arn. IN AGROFORESTRY PLANTATIONS OF THE NORTHERN RANGE OF PUEBLA STATE

J. Amador Honorato-Salazar¹

RESUMEN

El cedro rosado (*Acrocarpus fraxinifolius*) fue introducido aproximadamente en 1992 en la región norte del estado de Puebla como árbol de sombra para plantaciones de café. El área que ocupa esta especie es de 1,630 ha, que pronto estarán listas para cosecharse. No obstante, se carece de la información técnica que ayuda a su manejo, en particular aquella que permita predecir el volumen que se extraerá en las cortas de aclareo o al final del turno. Por lo tanto, el objetivo de este trabajo fue desarrollar un modelo fustal para *A. fraxinifolius* de plantaciones agroforestales. Se ajustaron doce de ellos a los datos de diámetro-altura, a partir del muestreo destructivo de 130 árboles; además, se utilizaron seis estadísticos de ajuste fueron para jerarquizar los modelos fustales. De acuerdo con el valor de jerarquización, los mejores seis fueron seleccionados para realizar el análisis adicional para la multicolinealidad, el efecto de la autocorrelación y la heterocedasticidad. El modelo de Thomas y Parresol resultó ser el más adecuado para describir los datos experimentales de cedro rosado, porque no presentó problemas de multicolinealidad, según lo indicado por el valor de índice de condición. El procedimiento estadístico de la regresión ponderada se aplicó a este modelo para considerar la heterocedasticidad, el cual mejoró su capacidad de predicción. Por lo tanto, el modelo ponderado es recomendado para la estimación del diámetro a diferentes alturas, y los volúmenes comercial y total del fuste de cedro rosado en las plantaciones agroforestales de la región de estudio.

Palabras clave: *Acrocarpus fraxinifolius*, ahusamiento, cedro rosado, modelo fustal, plantaciones agroforestales, volumen comercial.

ABSTRACT

Acrocarpus fraxinifolius or pink cedar was introduced in 1992 to the Northern region of Puebla State in small areas as shade tree in coffee plantations. The area with this species is near 1,630 ha, which soon will be ready for harvesting. However, there is not technical information that helps with the forest management of the plantations to predict the individual tree volume and stand volume to be removed during thinning or final cuts. Therefore, the objective of this work was to develop a stem taper model for pink cedar of the agroforestry plantations in the Northern mountain region of Puebla. Twelve stem taper models were fitted to diameter-height data from 130 destructively sampled trees and six fit statistics were used for ranking the taper models. Based on the ranking value, the best six models were selected to carry out further analysis for multicollinearity, effect of autocorrelation and heteroscedasticity. The model of Thomas and Parresol was selected as the most suitable to describe the experimental data of pink cedar, because it did not show problems of multicollinearity, as indicated by the index value condition. In addition, the statistical procedure of weighted regression was applied to this model in order to account for heteroscedasticity, which improved the predictive capacity of the model. The weighted model is therefore recommended for the estimation of diameter at different height, merchantable and total volume of pink cedar stems for agroforestry plantations in the region of study.

Key words: *Acrocarpus fraxinifolius*, tree taper, pink cedar, stem taper model, agroforestry plantations, total volume.

Fecha de recepción: 22 de junio de 2011

Fecha de aceptación: 28 de junio de 2011

¹ Campo Experimental San Martinito, Centro de Investigación Regional Golfo Centro, INIFAP. Correo-e : honorato.amador@inifap.gob.mx

INTRODUCCIÓN

El cedro rosado (*Acrocarpus fraxinifolius* Wight & Arn.) es nativo del sureste asiático, de los bosques de Bangladesh, Birmania, Borneo, China, India, Indonesia, Nepal, Sumatra, Tailandia y Vietnam (Neil, 1990; CAB, 2005). La especie crece desde 10° latitud sur a 27° latitud norte y de los 75° a los 130° de longitud este, en un intervalo altitudinal de 0 a 1,800 m, aunque es posible encontrarla por arriba de los 2,000 m, pero su la altitud óptima de crecimiento es entre 600 y 1,500 m (Ghildyal, 1989; CAB, 2005; FAO, 2007). Sus requerimientos de temperatura son de 18° a 27° C, pero puede soportar temperaturas extremas de 12 °C y 35° C. La precipitación media anual es de 1,100 a 5,000 mm, y en algunas regiones de la India alcanza 8,500 mm (Puri, 1961; Michon *et al.*, 1986; Negi, 2000; CAB, 2005; FAO, 2007).

La introducción del cedro rosado en México data de 1961 en la ciudad de Oaxaca, Oax. y después en Tuxtla Gutiérrez, Chis. (Chavelas, 1985); sin embargo los estudios de evaluación de la especie se iniciaron diez años después en plantaciones experimentales de Bacalar, Q. Roo, Esárcega, Camp. y Huimanguillo, Tab. En estos se observaron incrementos anuales promedio en altura de 2.3 m, en diámetro de 3 cm y en volumen de 44.62 m³ r en siete años (Cedeño, 1985; Chavelas, 1985). No obstante, sus plantaciones no prosperaron, porque los árboles presentaron muerte descendente a partir de los 9 años, por lo que los estudios se suspendieron. A pesar de los resultados obtenidos, se han establecido plantaciones puras, en sistemas agroforestales que lo combinan con café, maíz, chile, frijol (Elorza *et al.*, 2006) o limonaria; así como en sistemas silvo-pastoriles. Campeche, Chiapas, Hidalgo, Michoacán, Morelos, Oaxaca, Puebla, Quintana Roo, San Luis Potosí, Sinaloa, Tabasco y Veracruz son los estados en donde se ubican sus plantaciones y cuya superficie se ha incrementado en los últimos años, por el apoyo de la Comisión Nacional Forestal (CONAFOR, 2006).

En la Sierra Norte de Puebla se empezó a utilizar como sombra en el cultivo de café, en 1992. La superficie plantada con esta especie es de alrededor de 1,630 ha, ubicadas en los municipios de Jopala, Tlacuilotepec, Tlaxco, Venustiano Carranza, Xicotepec y Zihuateutla (Honorato *et al.*, 2005). Los árboles establecidos tienen excelentes crecimientos, con fustes casi cilíndricos y ramificaciones por arriba de los 15 m, lo que favorece su extracción y procesamiento industrial. Sin embargo, se desconocen diversos aspectos técnicos que permitan aplicar un manejo óptimo a las plantaciones de esta especie.

El manejo silvícola requiere de herramientas precisas para realizar la predicción exacta de la cosecha, tanto intermedia como final de las masas arbóreas, además de proporcionar el soporte técnico para la toma de decisiones en

INTRODUCTION

Pink cedar (*Acrocarpus fraxinifolius* Wight & Arn.) is a native species of Southeastern Asia from the forests of Bangladesh, Birmania, Borneo, China, India, Indonesia, Nepal, Sumatra, Tailandia y Vietnam (Neil, 1990; CAB, 2005). The species grows from 10° South latitude to 27° North latitude and from 75° to 130° East long, in an altitude range from 0 to 1,800 m, even though it may be found over 2000 m high, but its optimal growth altitude is between 600 and 1,500 m (Ghildyal, 1989; CAB, 2005; FAO, 2007). Its temperature requirements are from 18° to 27°C, but it can even bear extreme temperatures of 12°C to 35°C. Annual mean precipitation is from 1,100 to 5,000 mm, and in some regions of India, it may reach 8,500 mm (Puri, 1961; Michon *et al.*, 1986; Negi, 2000; CAB, 2005; FAO, 2007).

Pink cedar was brought into Mexico in 1961 and was planted in the cities of Oaxaca, Oaxaca State and in Tuxtla Gutierrez, Chiapas State (Chavelas, 1985); however, 10 years after, the assessment studies of the species were started and later in experimental plantations of Bacalar, Q. Roo State, Escárcega, Camp State and Huimanguillo, Tabasco State.

Average annual increments of 2.3 m in height, of 3 cm in diameter and of 44.62 r m³ in volume were observed after 7 years (Cedeño, 1985; Chavelas, 1985). In spite of this, plantations were not successful as 9 year- old trees showed descending death, which made the studies to come to an end. In spite of these results, pure-species plantations have been established in agroforestry systems that combine it with coffee, maize, chili, and beans (Elorza *et al.*, 2006) or lemon grass, as well as into sylvopastoral systems. In the States of Campeche, Chiapas, Hidalgo, Michoacán, Morelos, Oaxaca, Puebla, Quintana Roo, San Luis Potosí, Sinaloa, Tabasco and Veracruz are plantations of this species which have been extended in the last years with the aid of the National Forest Commission (CONAFOR, 2006)

At first, in 1992, it was used, as a shadow tree for coffee crops, in the Northern Mountain Range of Puebla State. Around 1, 630 ha are planted with this species and it can be found in Jopala, Tlacuilotepec, Tlaxco, Venustiano Carranza, Xicotepec and Zihuateutla (Honorato *et al.*, 2005). The trees that have been established have great growth, with almost cylindrical stems and branches over 15 m high, which favors its extraction and industrial processing. However, several technical elements that would make it possible to apply an optimal management to the plantations of this species are still unknown.

Forestry management demands precise tools to accomplish the exact prediction of harvest, in-between and final of the tree mass, as well as to provide technical support for decision making in regard to its planning. Models are one of the most currently

su planeación. Una de las más utilizadas son los modelos de estimación de los volúmenes total y comercial de los árboles, los cuales también son esenciales en los inventarios y en la construcción de las tablas de producción (Soares y Tomé, 2002; Pérez y Kanninen, 2003; Tewari y Singh, 2006).

La estimación de los volúmenes totales y comerciales se hace mediante la aplicación de diferentes modelos de ahusamiento, que representan el perfil de los árboles (Cluter, 1980; Biging, 1984; Fang y Bailey, 1999; Bi, 2000; Kozak, 2004) y que describen matemáticamente la relación entre una cierta altura del individuo y el diámetro del fuste a la altura considerada; por lo tanto, también es posible calcularlo a cualquier altura seleccionada y viceversa (Rojo *et al.* 2005; Kozak, 2004; Trincado y Burkhart 2006). Así mismo, son importantes porque permiten definir una mejor distribución de productos y saber cómo cortar las trozas, de tal manera que el aprovechamiento maderable sea óptimo, previo a su industrialización (Epstein *et al.*, 1999; Lejeune *et al.*, 2009).

La mayor parte de los modelos de ahusamiento se ha desarrollado y aplicado para especies de coníferas; por ejemplo, 75% de los que evaluaron por Rojo *et al.* (2005) corresponden a aciculares y el resto a latifoliadas. En México, se han utilizado con diferentes especies de *Pinus* del norte del país (Návar y Domínguez, 1997; Corral *et al.*, 1999; Corral-Rivas *et al.*, 2007; Cruz-Cobos *et al.*, 2008; Corral-Rivas y Návar-Cháidez, 2009; Pompa-García *et al.*, 2009a; Pompa-García *et al.*, 2009b). Para latifoliadas, sólo en encinos de Chihuahua (Pompa y Solís, 2008; Pompa-García, *et al.*, 2009c).

Dado que no existen estudios referente al uso de estos modelos en otras latifoliadas en el país y en especial en cedro rosado, el objetivo del presente trabajo es generar modelos volumétricos fustales para las plantaciones agroforestales con dicho taxon en la Sierra Norte de Puebla, con la hipótesis de que los modelos aplicados en otras especies son factibles de aplicarse a ésta, para finalmente seleccionar el que permita proporcionar estimaciones apropiadas del volumen fustal y con ello apoyar al manejo forestal de las plantaciones de *Acrocarpus fraxinifolius*.

MATERIALES Y MÉTODOS

Descripción del área

Como se describió anteriormente, el área de estudio fue la Sierra Norte de Puebla, en las plantaciones agroforestales de cedro rosado ubicadas en los municipios de Venustiano Carranza, Xicotepec, Zihuateutla y Jopala. Geográficamente el área se encuentra entre los paralelos 20°10.2' y 20°31.8' de latitud norte y los meridianos 97°45.6 y 97°58.2 de longitud oeste (Figura 1); se sitúa en el sistema montañoso de la Sierra Madre Oriental, perteneciente a la Subprovincia

used options to estimate total and commercial tree volumes, which also are essential for inventory and production table construction (Soares and Tomé, 2002; Pérez and Kanninen, 2003; Tewari and Singh, 2006).

Total and commercial volume estimation is made by different taper models which represent the trees profile (Clutter, 1980; Biging, 1984; Fang y Bailey, 1999; Bi, 2000; Kozak, 2004) and that mathematically describe the relation between a determined height in the individual and the stem diameter taken at a particular height; thus, it is possible to calculate it at any height and the other way around (Rojo *et al.*, 2005; Kozak, 2004; Trincado and Burkhart, 2006). Also, they are important because they favor to define a better product distribution and to know how to cut the logs, in such a way that wood harvesting would be optimal, before its industrialization (Epstein *et al.*, 1999; Lejeune *et al.*, 2009).

Most taper models have been developed and applied for conifer species; for example, 75% of which Rojo *et al.* (2005) assessed, belong to needle-leaves and the rest to broadleaves. In Mexico, they have been tested in different *Pinus* species of the North (Návar y Domínguez, 1997; Corral *et al.*, 1999; Corral-Rivas *et al.*, 2007; Cruz-Cobos *et al.*, 2008; Corral-Rivas y Návar-Cháidez, 2009; Pompa-García *et al.*, 2009a; Pompa *et al.*, 2009b). For broad-leaved species, just in oaks from Chihuahua State (Pompa and Solís, 2008; Pompa-García, *et al.*, 2009b).

Since there are no studies about the use of these models in other broad-leaves in the country, particularly of pink cedar, the aim of this study was to generate stem taper models for agroforestry plantations with this taxon in the Northern Mountain Range of Puebla State, stating as an hypothesis that the models applied in other species be used for this one, finally to select the model that provides the best estimation of taper volume and thus to support forestry management of *Acrocarpus fraxinifolius* plantations.

MATERIALS AND METHODS

The study area

As formerly described, the study area was the Northern Mountain Chain of Puebla State, in the pink cedar agroforest plantations located at Venustiano Carranza, Xicotepec, Zihuateutla and Jopala municipios. It is located between 20°10.2' and 20°31.8' North and 97°45.6 and 97°58.2 West (Figure 1); it is placed in the Sierra Madre Oriental system which belongs to the Subprovincia Carso Huasteco. Altitude varies from 350 to 1,100 m. The climates that prevail in the region are: (A)C(fm), semi-warm of the C group; A(f), moist and warm with rains all year long; Am(f), moist and warm and

Carso Huasteco. La altitud varía de 350 a 1,100 m. Los climas que predominan en la región son: (A)C(fm), semicálido húmedo del grupo C; A(f), Cálido húmedo con lluvias todo el año; Am(f), cálido húmedo y C(f), templado húmedo con lluvias todo el año, precipitación del mes más seco superior los 40 mm y lluvia invernal superior al 18 %, precipitación media anual de 1,500 a 2,500 mm y temperatura media anual de 18 a 24 °C. Las rocas son ígneas extrusivas y sedimentarias; los suelos son del tipo acrisol húmico, Litosol, litosol distrito y regosol calcárico (INEGI, 2010).

C(f), mild moist, with 1,500 a 2,500 mm as average annual precipitation and 18 a 24 °C as average annual temperature. Rocks are of igneous extrusive and sedimentary. Soils are of the following types: humic acrisol, litosol, district litosol and calcaric regosol (INEGI, 2010).

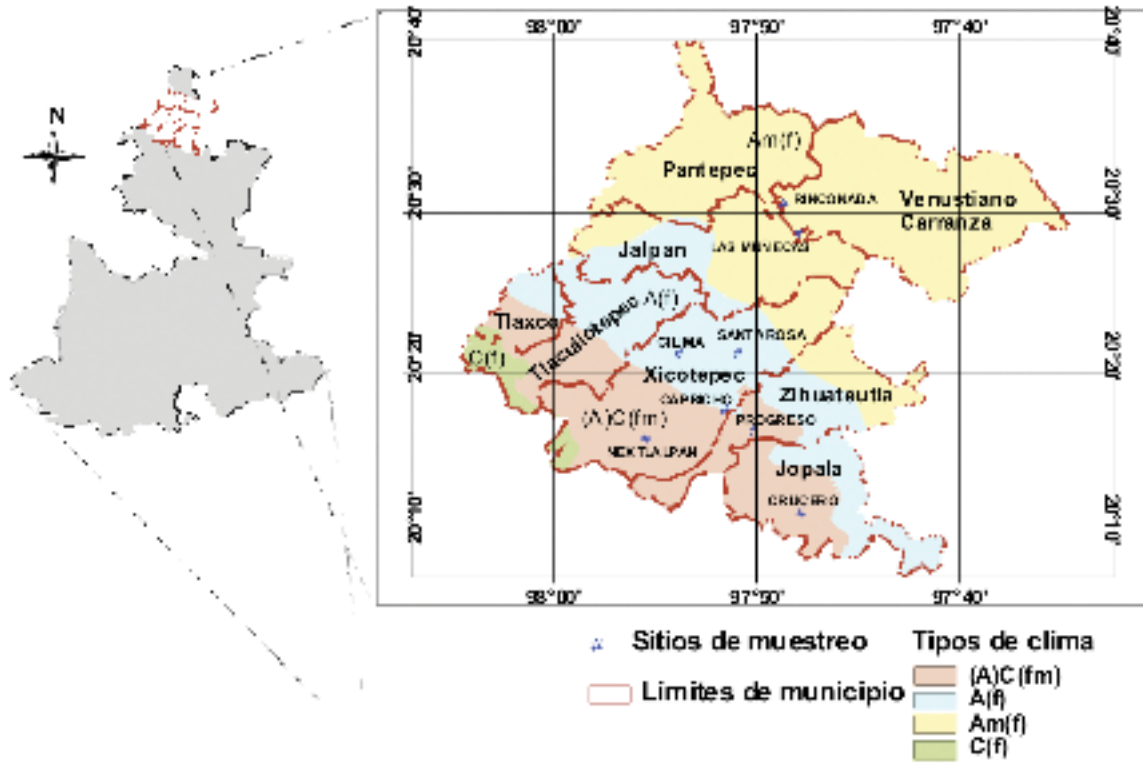


Figura 1. Localización del área de estudio

Figure 1. Study area location

La vocación del uso del suelo de la zona es principalmente agrícola, con algunas áreas de pastizales, bosque mesófilo de montaña, selva alta y mediana perennifolia, en donde son frecuentes especies como *Liquidambar styraciflua* L., *Vatairea lundellii* (Standel.) Record, *Croton draco* Schltdl., *Esenbeckia berlandieri* Baill., *Conostegia xalapensis* (Bonpl.) D. Don, *Ficus* spp. y *Cedrela odorata* L.

Land use vocation in the area is mainly agriculture, with some grasslands, cloud-forest, evergreen tropical rainforest and middle evergreen forest, where *Liquidambar styraciflua* L., *Vatairea lundellii* (Standel.) Record, *Croton draco* Schltdl., *Esenbeckia berlandieri* Baill., *Conostegia xalapensis* (Bonpl.) D. Don, *Ficus* spp. and *Cedrela odorata* L. are common species.

Descripción de los datos

Data description

Los datos se obtuvieron de 130 árboles procedentes de ocho predios; el número de individuos por sitio fue de 8 a 23, en

Data were taken from 130 trees from eight places; there were from 8 to 23 individuals per site, according to the facilities provided by the landowners. Before they were felled, to each

función de la facilidad otorgada por los propietarios. Antes de ser derribados, a cada ejemplar se le midió el diámetro normal (D) a 1.30 m con una cinta diamétrica; después de dicha operación se registró la longitud del fuste desde el tocón hasta el ápice con una cinta métrica de 20 m; se tomaron los diámetros con corteza al ras del suelo, a la altura del tocón y a intervalos de 1.25 m a lo largo del fuste, hasta un diámetro superior de 8 a 10 cm. El número de mediciones por árbol varió de 8 a 21, para un total de 1,465 pares de diámetro (d) y altura (h).

Modelos seleccionados

Se utilizaron 12 modelos fustales generales para árbol individual, con base en que han sido desarrollados y aplicados en especies de latifoliadas y de coníferas (Cuadro 2). Todas las ecuaciones se expresaron en términos del diámetro (d), para evitar los errores multiplicativos que se presentan cuando se usa el diámetro relativo.

Ajuste y evaluación de los modelos

Los modelos se ajustaron por medio del método generalizado de mínimos cuadrados, mediante el procedimiento NLIN del paquete estadístico SAS/STAT® (SAS Institute Inc., 2004).

Existen diversos criterios que pueden utilizarse para evaluar y comparar los diferentes modelos seleccionados. Los más usados se basan en los valores del coeficiente de determinación (R^2) o del coeficiente de determinación ajustado (R_{aj}^2), el error cuadrático medio (ECM), el estadístico de Mallows (C_p), los criterios de información de Akaike (AIC) y bayesiano de Schwarz (SBC), así como en la suma de cuadrados del error de predicción (PRESS) (Montgomery y Runger, 2003; Kutner *et al.*, 2005; Walpole *et al.*, 2006). En la evaluación de modelos volumétricos, también se incluyen los criterios del sesgo promedio, el sesgo absoluto promedio, el error estándar del estimado y el índice de condición (Kozak y Kozak, 2003; Rodríguez y Molina; 2003; Rojo *et al.*, 2005; Barrio Anta *et al.*, 2007; Pompa-García *et al.*, 2009b). Los inconvenientes más importantes que se relacionan con el ajuste de modelos volumétricos son la colinealidad, la heterocedasticidad y la autocorrelación (Kozak, 1997), por lo cual se debe incluir su análisis en la evaluación de los modelos.

individual was measured normal diameter (D) at 1.30 m with a diametric tape; afterwards, the stem length from the stump to the apex with a 20 m metric tape was put into record; later the unbarked diameters to the ground up to the stump and at 1.25 m intervals along the stem were taken up to a superior diameter of 8 to 10 cm. The number of measurements per tree varied from 8 to 21, for a total of 1,465 pairs of diameter (d) and height (h).

Selected models

Twelve taper general models were used per individual tree, based upon their having been developed and applied in broadleaved and conifers species (Table 2). All the equations were expressed in terms of diameter (d) to avoid multiplying errors that appear when the relative diameter is used.

Fitness and models assessment

Models were fitted through the generalized least squares method by the NLIN procedure of the SAS/STAT® (SAS Institute Inc., 2004).

There are several criteria that may be used to assess and compare the different selected methods. The most common are based in the values of the determination coefficient (R^2) or of the adjusted coefficient of determination (R_{aj}^2), the mean squared error (MSE), Mallows C_p statistic, Akaike information criterion (AIC) and Schwarz Bayesian criterion (SBC) as well as the sum of squares of the prediction error (PRESS) (Montgomery and Runger, 2003; Kutner *et al.*, 2005; Walpole *et al.*, 2006). In the assessment of taper models, are also included the criteria of average bias, the average absolute bias, the estimated standard deviation and the condition index (Kozak and Kozak, 2003; Rodríguez and Molina; 2003; Rojo *et al.*, 2005; Barrio Anta *et al.*, 2007; Pompa-García *et al.*, 2009b). The most important inconvenient facts that are related with the fitness of taper models are collineality, heterocedasticity and auto correlation (Kozak, 1997), which makes it necessary to include the analysis in the assessment of the models.

In this study, the assessment of the goodness of fit of the models was accomplished by comparing the most frequently used criteria for taper models, which are: standard error of the estimate, fitted coefficient of determination, average bias, Akaike information criterion and sum of squares of the prediction (Table 2). For the collineality, heterocedasticity and auto correlation analysis were used the condition index values (Rawlings *et al.*, 1998), the White test (White, 1980) and the Durbin and Watson statistic (DW) (Durbin and Watson, 1951). Also a graphic analysis of residual values was carried out to detect abnormal behaviours.

Cuadro 1. Modelos volumétricos seleccionados.
Table 1. Selected taper models.

No.	Autor	Modelo
1	Bruce <i>et al.</i> (1968)	$d = D \left(\frac{\beta_0 X^{1.5}}{10} + \frac{\beta_1 (X^{1.5} - X^3) D}{10^2} + \frac{\beta_2 (X^{1.5} - X^3) H}{10^3} + \frac{\beta_3 (X^{1.5} - X^{3.2}) H D}{10^5} + \frac{\beta_4 (X^{1.5} - X^{3.2}) \sqrt{H}}{10^3} + \frac{\beta_5 (X^{1.5} - X^{4.0}) H^2}{10^6} \right)^{0.5}$ <p>X = [H - h]/[H - 1.3]</p>
2	Bennet y Swindel (1972)	$d = D \left(\beta_0 \frac{(H-h)}{(H-1.3)} + \frac{\beta_1 (H-h)(H-1.3)}{D} + \frac{\beta_2 (H-h)(H-1.3)H}{D} + \frac{\beta_3 (H-h)(H-1.3)(H+h+1.3)}{D} \right)$
3	Demaerschalk (1973)	$d = D \left(\beta_0 \left(\frac{1}{D^2 H} \right) \left(\frac{H-h}{H} \right)^{\beta_1} + \beta_2 \left(\frac{H-h}{H} \right)^{\beta_3} \right)^{0.5}$
4	Reed and Green (1984)	$d = D (\beta_1 (1 - q)^{\beta_2})^{0.5}$
5	Biging (1984)	$d = D \left[\beta_0 + \beta_1 \ln \left[1 - q^{1/3} \left(1 - \exp \left(- \frac{\beta_0}{\beta_1} \right) \right) \right] \right]$ <p>$d = \beta_0 D^{\beta_1} \beta_2^{\beta_1} X^{\beta_3 q + \beta_4 \ln(q + 0.001) + \beta_5 q^{0.5} + \beta_6 \exp(q) + \beta_7 (D/H)}$</p>
6	Kozak (1988)	<p>X = [1 - q^{1/2}]/[1 - 0.25^{1/2}]</p>
7	Thomas y Parresol (1991)	$d = D \left[\beta_0 (q - 1) + \beta_1 \sin(\beta_2 \pi q) + \beta_3 \cotan \left(\frac{\pi q}{2} \right) \right]^{0.5}$
8	Renteria (1995)	$d = D \left[\beta_0 \left(\frac{H-h}{H} \right) + \beta_1 \left(\frac{H-h}{H} \right)^2 + \beta_2 \left(\frac{H-h}{H} \right)^3 \right]^{0.5}$
9	Muhairwe (1999)	$d = \beta_0 D^{\beta_1} \left[1 - \sqrt{q} \right] \left(\beta_2 q + \beta_3 q^2 + \frac{\beta_4}{q} + \beta_5 q^3 + \beta_6 D + \beta_7 D/H \right)$
10	Bi (2000)	$d = D \left[\frac{\ln \sin \left(\frac{\pi q}{2} \right)}{\ln \sin \left(\frac{\pi 1.3}{2 H} \right)} \right]^{\beta_0 + \beta_1 \sin \left(\frac{\pi}{2} q \right) + \beta_2 \cos \left(\frac{3\pi}{2} q \right) + \beta_3 \left(\frac{\sin \left(\frac{\pi}{2} q \right)}{q} \right) + \beta_4 D + \beta_5 q \sqrt{D} + \beta_6 \sqrt{H}}$
11	Kozak (2004)	<p>Donde: X = [1 - q^{1/3}]/[1 - (1.3/H)^{1/3}] Q = 1 - q^{1/3}</p> $d = \beta_0 D^{\beta_1} H^{\beta_2} X^{\beta_3 q^4 + \beta_4 \left[\frac{1}{e^{D/H}} \right] + \beta_5 X^{0.1} + \beta_6 [1/\rho] + \beta_7 H^Q + \beta_8 X}$
12	Silva <i>et al.</i> (2006)	<p>z = [H - h]/[H - 1.3]</p> $d = D [\beta_0 z^2 + \beta_1 z^3 + \beta_2 z^4]^{0.5}$

D=diámetro normal con corteza (cm); d=diámetro con corteza a la altura h (cm); H=altura total del árbol (m); h=altura desde la base hasta el diámetro d (m); α_i, β_i = coeficientes a ser determinados; q = (h/H).

D= normal diameter with bark (cm); d=diameter with bark at h height (cm); H= total height of the tree (m); h=height from the base to the d diameter (m); α_i, β_i = coefficients to be determined; q =(h/H).

En este trabajo, la evaluación de la bondad de ajuste de los modelos se realizó comparando los criterios estadísticos más frecuentemente utilizados para modelos volumétricos, los cuáles son: error estándar del estimado, coeficiente de determinación ajustado, sesgo promedio, sesgo absoluto promedio, criterio de información de Akaike y suma de cuadrados el error de predicción (Cuadro 2). Para el análisis de colinealidad, heterocedasticidad y autocorrelación se usaron los valores del índice de condición (Rawlings *et al.*, 1998), la prueba de White (White, 1980) y el estadístico de Durbin y Watson (DW) (Durbin y Watson, 1951), respectivamente. Así mismo se llevó a cabo el análisis de gráfico de los valores residuales para detectar comportamientos anormales.

RESULTS AND DISCUSSION

The summary of the descriptive statistics of the trees is shown in Table 3 and the dispersion diagram of the relative heights (h/H) in regard to the relative diameters is illustrated in Figure 2.

The values of the estimated parameters for each one of the fitted models, its standard error and its probability are gathered in Table 4, where it is observed that, for most of the models, the estimations of the parameters were significant at 99% of confidence. However, some show non significant estimators, as happens with those of Bennet and Swindel (1972), Muhairwe (1999), Bi (2000) and Kozak (2004).

Cuadro 2. Criterios para evaluar la bondad de ajuste de los modelos.
Table 2. Criteria to assess the goodness of fit of the models.

Criterio	Expresión
Error estándar del estimado (ESE)	$ESE = \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n - p)}$
Coeficiente de determinación ajustado (R_{aj}^2)	$R_{aj}^2 = 1 - \frac{(n-1) \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{(n-p) \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}$
Sesgo promedio (\bar{e})	$\bar{e} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) / n$
Sesgo absoluto promedio ($ \bar{e} $)	$ \bar{e} = \sum_{i=1}^n y_i - \hat{y}_i / n$
Criterio de información de Akaike (AIC)	$AIC = n \ln \hat{\sigma}^2 + 2p - n \ln n$
Suma de cuadrados del error de predicción (PRESS)	<p>Donde: $\hat{\sigma}^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 / n$</p> $PRESS = \sum_{i=1}^n \left(\frac{y_i - \hat{y}_i}{1 - h_{ii}} \right)^2$
Índice de condición (IC)	<p>Donde: $h_{ii} = x_i' (X'X)^{-1} x_i$</p> $IC = (\lambda_{max} / \lambda_{min})^{1/2}$

y=valor observado; \hat{y} = valor estimado; \bar{y} = valor promedio; n = número total de observaciones usadas para el ajuste de los modelos; p = número de parámetros del modelo; h_{ii} = varianza del valor ajustado; λ_{max} , λ_{min} = valores propios máximo y mínimo de la matriz de covarianza.
y=observed value; \hat{y} = estimated value; \bar{y} = average value; n = total number of observations used for the fitness of the models; p = number of parameters of the model ; h_{ii} = variance of the fitted value; λ_{max} , λ_{min} = maximum and minimum values of the covariance matrix.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

El resumen de las estadísticas descriptivas de los árboles se muestra en el Cuadro 3 y el diagrama dispersión de las alturas relativas (h/H) con respecto a los diámetros relativos se ilustran en la Figura 2.

The values of the comparison statistics for each one of the models are in Table 5. It can be appreciated that, with the exception of Rentería's model (1995), all have a good average tendency for the tapering of the tree, since they explain over 90% of the variance of the diameter. Nevertheless, when contrasting the models with their

Cuadro 3. Resumen de las estadísticas descriptivas de los árboles evaluados.
Table 3. Summary of the descriptive statistics of the assessed trees.

Variable	N	Media	Desviación estándar	Mínimo	Máximo
D (cm)	130	26.37	7.62	8.60	52.40
d (cm)	1465	17.18	9.49	0.00	60.00
H (m)	130	18.78	3.85	7.20	27.20
h (m)	1465	8.18	5.70	0.10	27.20

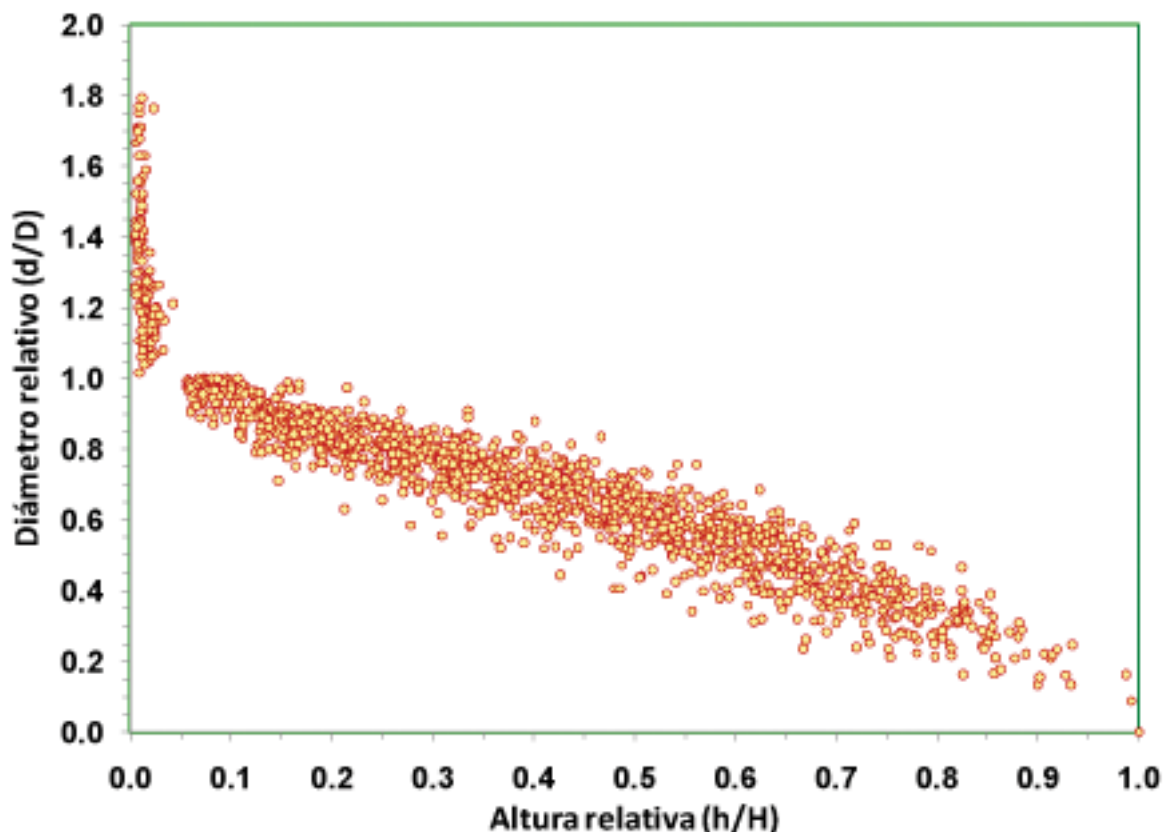


Figura 2. Dispersión de la altura relativa y el diámetro relativo.
 Figure 2. Relative height and relative diameter dispersion.

Los valores de los parámetros estimados para cada uno de los modelos ajustados, su error estándar y su probabilidad se resumen en el Cuadro 4, en él se observa que, para la mayoría de los modelos, las estimaciones de los parámetros fueron significativas al 99% de confianza. Sin embargo, algunos presentan estimadores no significativos, tal es el caso de los de Bennet y Swindel (1972), Muhairwe (1999), Bi (2000) y Kozak (2004).

Los valores de los estadísticos de comparación para cada uno de los modelos se presentan en el Cuadro 5. Se observa que, con excepción del modelo de Rentería (1995), todos representan una buena tendencia promedio del ahusamiento del árbol, ya que explican por arriba del 90% de la varianza del diámetro. No obstante, al contrastar los modelos con sus estadísticos de ajuste, el modelo (6) tuvo los mejores registros para seis de los siete criterios de comparación (ESE, R^2_{adj} , AIC, y PRESS) y para el (IC) resultaron ser los modelos (9) y (11).

adjustment statistics, model (6) had the best records for six out of the seven comparison criteria (ESE, R^2_{adj} , AIC and PRESS) and for CI, were models (9) and (11).

When considering the hierarchization of models, the best value for each criterion was selected, to which number one was given, and following a progressive order to the rest of the data. This favored the give a total grade to hierarchization of each one of the models, thus, based upon the statistical criteria that were used, the six modes with the most outstanding grades were (1), (6), (7), (9), (10) y (11), which are corresponding to the models of Bruce *et al.* (1968), Kozak (1988), Thomas and Parresol (1991), Muhairwe (1999), Bi (2000) and Kozak (2004), respectively. Even when the Kozak model (1988) had the highest number, the final discrimination of these models was done from the graphic residual analysis and the absolute average bias, as well as from the colineality, heterocedasticity and autocorrelation tests.

The presence of multicolineality in the models may have serious effects upon the general applicability of the model.

Cuadro 4. Valores de los parámetros estimados, errores estándar (entre paréntesis) y probabilidad (entre corchetes, $Pr > |t|$).Table 4. Values of the estimated parameters, standard errors (between brackets) and probability (between square brackets, $Pr > |t|$).

Modelo	β_0	β_1	β_2	β_3	b_4	b_5	b_6	b_7	b_8
(1) Bruce <i>et al.</i> (1968)	9.2426 (0.1182) [<.0001]	-0.5990 (0.1258) [<.0001]	-7.973 (2.767) [0.004]	23.796 (6.6042) [0.0003]	58.230 (9.1446) [<.0001]	-282.97 (57.090) [<.0001]			
(2) Bennet y Swindel (1972)	1.046 (0.0046) [<.0001]	0.016 (0.0070) [0.0265]	-0.665 (0.2841) [0.0194]	0.407 (0.1862) [0.0288]					
(3) Demaerschalk (1973)	29985.20 (2050.4) [<.0001]	111.42 (5.728) [<.0001]	0.990 (0.0096) [<.0001]	1.507 (0.0192) [<.0001]					
(4) Reed and Green (1984)	1.6998 (0.0411) [<.0001]	0.1699 (0.0098) [<.0001]							
(5) Biging (1984)	1.2798 (0.0078) [<.0001]	0.5630 (0.0119) [<.0001]							
(6) Kozak (1988)	0.912 (0.0928) [<.0001]	1.020 (0.0427) [<.0001]	0.993 (0.0014) [<.0001]	1.277 (0.1408) [<.0001]	-0.373 (0.0328) [<.0001]	2.735 (0.3663) [<.0001]	-1.357 (0.1905) [<.0001]	0.179 (0.0163) [<.0001]	
(7) Thomas y Parresol (1991)	-0.8295 (0.011) [<.0001]	0.1226 (0.0046) [<.0001]	0.7678 (0.0431) [<.0001]	0.0583 (0.0019) [<.0001]					
(8) Renteria (1995)	0.823 (0.0462) [<.0001]	-1.307 (0.1546) [<.0001]	1.805 (0.1209) [<.0001]						
(9) Muhairwe (1999)	1.146 (0.053) [<.0001]	0.924 (0.0147) [<.0001]	0.546 (0.1443) [0.0002]	-0.338 (0.3655) [0.3558]	-0.037 (0.0013) [<.0001]	0.167 (0.2638) [0.5277]	0.004 (0.0008) [<.0001]	0.063 (0.0149) [<.0001]	
(10) Bi (2000)	1.804 (0.1196) [<.0001]	-0.734 (0.0679) [<.0001]	-0.126 (0.0144) [<.0001]	-0.806 (0.0744) [<.0001]	0.001 (0.0006) [0.0893]	0.101 (0.0148) [<.0001]	-0.115 (0.0121) [<.0001]		
(11) Kozak (2004)	1.304 (0.0683) [<.0001]	0.884 (0.0145) [<.0001]	0.042 (0.024) [0.0801]	0.593 (0.0412) [<.0001]	-0.774 (0.1095) [<.0001]	-1.627 (0.2106) [<.0001]	-2.771 (0.7081) [<.0001]	-0.110 (0.014) [<.0001]	1.267 (0.1464) [<.0001]
(12) Silva <i>et al.</i> (2006)	3.581 (0.0986) [<.0001]	-6.809 (0.2623) [<.0001]	4.344 (0.1691) [<.0001]						

Cuadro 5. Valores de los estadísticos para evaluar la bondad de ajuste.
Table 5. Statistic values to assess the goodness of fit.

MODELO	NP	ESE	R ² _{adj}			AIC	PRESS	IC	Cal.
(1) Bruce <i>et al.</i> (1968)	6	2.0896 (5)	0.9371 (5)	0.2287 (8)	1.4649 (5)	2165.34 (5)	6528.71 (5)	66.49 (6)	39
(2) Bennet y Swindel (1972)	4	2.5179 (11)	0.9087 (11)	0.1490 (5)	1.7379 (10)	2709.57 (11)	9338.82 (11)	220.95 (12)	71
(3) Demaerschalk (1973)	4	2.2052 (7)	0.9300 (7)	0.2112 (7)	1.5486 (7)	2321.05 (7)	7238.98 (7)	4.51 (1)	43
(4) Reed and Green (1984)	2	2.2736 (8)	0.9256 (8)	0.3126 (11)	1.6445 (8)	2408.57 (8)	7614.47 (8)	16.51 (4)	55
(5) Biging (1984)	2	2.5153 (10)	0.9089 (10)	0.3525 (12)	1.7398 (11)	2704.57 (10)	9303.79 (10)	4.81 (2)	65
(6) Kozak (1988)	8	1.8144 (1)	0.9526 (1)	-0.0021 (1)	1.2361 (1)	1753.57 (1)	4904.95 (1)	167.97 (10)	16
(7) Thomas y Parresol (1991)	4	2.1517 (6)	0.9333 (6)	0.2692 (10)	1.5152 (6)	2249.12 (6)	6849.72 (6)	7.33 (3)	43
(8) Renteria (1995)	3	2.6634 (12)	0.8979 (12)	0.2426 (9)	1.8592 (12)	2873.18 (12)	10440.21 (12)	38.28 (5)	74
(9) Muhairwe (1999)	8	1.8738 (2)	0.9494 (2)	-0.0076 (3)	1.2698 (2)	1847.87 (2)	5239.90 (2)	134.09 (9)	22
(10) Bi (2000)	7	1.8826 (3)	0.9490 (3)	-0.0428 (4)	1.2841 (3)	1860.68 (3)	5263.25 (3)	205.96 (11)	30
(11) Kozak (2004)	9	1.9150 (4)	0.9472 (4)	0.0059 (2)	1.3295 (4)	1912.62 (4)	5467.54 (4)	110.67 (8)	30
(12) Silva <i>et al.</i> (2006)	3	2.4104 (9)	0.916 (9)	0.1715 (6)	1.7181 (9)	2580.73 (9)	8554.97 (9)	70.86 (7)	58

NP = número de parámetros; Cal.= Calificación total de jerarquización. Los números entre paréntesis indican la jerarquización del modelo para cada uno de los criterios.
NP = number of parameters; Cal.= Total hierarchization evaluation. The numbers in brackets mean the hierarchization of the model for each one of the criteria.

Al considerar la jerarquización de los modelos, se tomó el mejor valor para cada criterio, asignándole el número uno y después en orden progresivo al resto de los datos. Esto permitió darle una calificación total de jerarquización a cada uno de los modelos, por lo que, con base en los criterios estadísticos usados, los seis modelos con las calificaciones más destacadas fueron el (1), (6), (7), (9), (10) y (11) que corresponden a los modelos de Bruce *et al.* (1968), Kozak (1988), Thomas y Parresol (1991), Muhairwe (1999), Bi (2000) y Kozak (2004), respectivamente. Aun cuando al modelo de Kozak (1988) le correspondió la nota más alta, la discriminación final de estos

The values of the condition index between 30 and 100 mean that there is a moderate colineality, while numbers above 100 make evident that there is an almost linear dependency among the regression variables (Rawlings *et al.*, 1998); thus, the colineality of the models is strong. According to the obtained values of the condition index (Table 5), the Thomas and Parresol model (1991) does not have colineality, while for the Bruce *et al.* (1968) model it is moderate. For the rest of the models, the condition index is over 100, which means that there is a very strong colineality among the variables that were used to fit the regression equations.

modelos se hizo a partir del análisis gráfico de residuales y el sesgo absoluto promedio, así como de las pruebas de colinealidad, heterocedasticidad y autocorrelación.

La presencia de multicolinealidad en los modelos puede tener efectos serios sobre la aplicabilidad general del modelo. Los valores del índice de condición entre 30 y 100 indican que existe una colinealidad moderada, mientras que las cifras por arriba de 100 evidencian que existe una dependencia casi lineal entre las variables de regresión (Rawlings *et al.*, 1998), por lo cual la colinealidad de los modelos es fuerte. De acuerdo con los valores de índice de condición obtenidos (Cuadro 5), el modelo de Thomas y Parresol (1991) no presenta colinealidad; mientras que para el modelo de Bruce *et al.* (1968) es moderada. En el resto de los modelos, el índice de condición es mayor a 100 lo que indica una colinealidad muy fuerte entre las variables usadas para ajustar las ecuaciones de regresión.

La dispersión de los residuos estandarizados, respecto a los valores estimados de diámetro con corteza (d) de los mejores seis modelos (Figura 3) muestran que la presencia de heterocedasticidad debido a que la varianza de los errores es variable en las diferentes observaciones, pues aumentan conforme se incrementa el diámetro (d). La prueba de White (1980) confirma la heterocedasticidad de los residuos (Cuadro 6).

Con base en el estadístico de Durbin Watson, la autocorrelación serial de los residuos de los seis modelos fue baja (DW de 0.9779 a 1.3335). Sin embargo, la normalidad de los residuos no es satisfactoria, dado que la prueba de Kolmogorov-Smirnov señala que la probabilidad de la diferencia máxima (D), entre los valores de la distribución normal de la muestra y la distribución normal hipotética, es menor a 0.010 (Cuadro 6).

Cuadro 6. Estadísticos de las pruebas de White para heterocedasticidad, de Durbin Watson para autocorrelación y de Kolmogorov-Smirnov para normalidad de los residuos de seis modelos.

Table 6. Statistics of the White test for heterocedasticity, of Durbin Watson for autocorrelation and of Kolmogorov-Smirnov for the normality of residuals of the six models.

Modelo	Prueba de White			Prueba de Durbin Watson (DW)	Prueba de Kolmogorov-Smirnov	
	nR ²	GL	Pr > χ^2		D	Pr > D
(6) Kozak (1988)	395.1	40	<.0001	1.2007	0.07909	<.010
(9) Muhairwe (1999)	434.5	41	<.0001	1.3335	0.08358	<.010
(10) Bi (2000)	392.4	33	<.0001	1.1174	0.07568	<.010
(11) Kozak (2004)	414.5	54	<.0001	1.1788	0.07168	<.010
(1) Bruce <i>et al.</i> (1968)	465.7	27	<.0001	0.9779	0.07933	<.010
(7) Thomas y Parresol (1991)	445.1	14	<.0001	1.3179	0.09091	<.010

n= número de observaciones; GL = grados de libertad; nR² = estadístico para la prueba de White; D = estadístico para la prueba de Kolmogorov-Smirnov.

n= number of observations; GL = degrees of freedom; nR² = statistic for the White test; D = statistic for the Kolmogorov-Smirnov test.

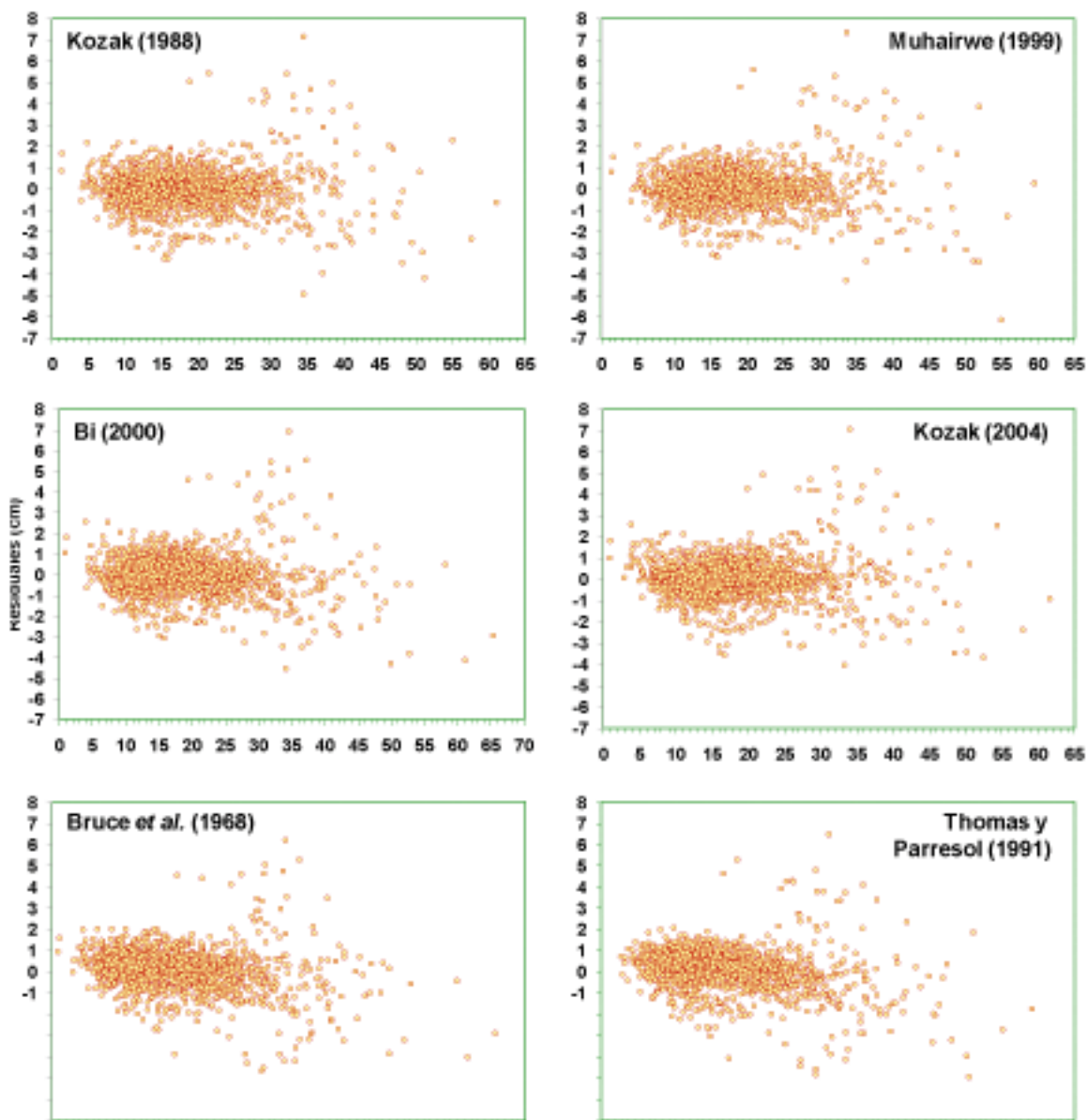


Figura 3. Dispersión de residuos con respecto a los valores estimados de diámetro (d) de seis modelos fustales.
 Figure 3. Dispersion of residuals compared to the estimated values of diameter (d) of six taper models.

La multicolinealidad, heterocedasticidad y autocorrelación son de los problemas más importantes que se presentan en la aplicación de modelos a diferentes datos forestales (Kozak, 1997). El cedro rosado no es la excepción, situación que también ha sido observada en otras especies (Rojo *et al.*, 2005; Diéguez-Aranda *et al.*, 2006; Barrio Anta *et al.*, 2007). Esto ocasiona que los modelos usados no sean eficientes, aún cuando los coeficientes de los estimadores de regresión sean insesgados y consistentes.

El uso de modelos complicados y con variables cruzadas es parte del origen de la multicolinealidad debido a que causan

estimation of these parameters by any alternative method from the ordinary least squares, such as the ridge regression (Kutner *et al.*, 2005).

The description of tree tapering demands getting diameter measurements at different heights of one same individual, which means that the diameter observations are spatially correlated. The simulation technique of the expansion of the end of error by autoregressive models has been used in several works to correct autocorrelation (Rodríguez and Molina, 2003; Rojo *et al.*, 2005; Barrio Anta *et al.*, 2007; Younger *et al.*, 2008; Pompa-García *et al.*, 2009b). However, this

una dependencia alta entre las variables independientes en la regresión múltiple, y algunas de ellas representan o miden un evento similar (Montgomery y Runger, 2003). Por esta razón, se recomienda seleccionar modelos con multicolinealidad baja o menos severa, en la medida de lo posible (Kozak, 1997; Diéguez-Aranda *et al.*, 2006). Aunque, dado que la multicolinealidad afecta principalmente a la estabilidad de los coeficientes de regresión, también es recomendable realizar la estimación de estos parámetros por algún método alternativo al de mínimos cuadrados ordinarios, como el de la regresión contraída (Kutner *et al.*, 2005).

La descripción de ahusamiento de los árboles requiere de la obtención de mediciones de los diámetros a diferentes alturas en un mismo individuo, por lo que las observaciones del diámetro están espacialmente correlacionadas. La técnica de simulación de expansión del término del error mediante modelos autoregresivos ha sido empleada en diversos trabajos para corregir la autocorrelación (Rodríguez y Molina, 2003; Rojo *et al.*, 2005; Barrio Anta *et al.*, 2007; Younger *et al.*, 2008; Pompa-García *et al.*, 2009b). Sin embargo, esta técnica sólo se usa para mejorar la interpretación de las propiedades estadísticas de los modelos, pero no tiene aplicación práctica (Rojo *et al.*, 2005; Pompa-García *et al.*, 2009b). El problema de autocorrelación serial de los residuos puede solucionarse a través de la transformación de las variables por medio de los procedimientos de Cochrane-Orcutt, Hildreth-Lu o la diferencia primaria (Kutner *et al.*, 2005), recomendándose utilizar los tres métodos y seleccionar el más efectivo para solucionar la autocorrelación.

Cuando los errores no son consistentes, es factible usar la regresión ponderada para corregir este problema, la cual consiste en ponderar cada observación por el valor inverso de su varianza (σ^2) en el proceso de ajuste de los modelos (Kutner *et al.*, 2005). Si no se conoce la varianza, el valor de ponderación adecuado de cada observación se estima mediante un proceso de regresión basado en la aserción de que $s_i^2 = e_i^2$. Primero se realiza la regresión de los datos y después una regresión separada con todos los valores en el modelo con $e_i^2 = y_i$. Los valores de ponderación serán $w_i = 1/s_i^2 = 1/e_i^2$. Esta técnica ha sido aplicada por Diéguez-Aranda (2006) y Barrio Anta *et al.* (2007) para solucionar el problema de heterocedasticidad de los modelos fustales.

Para los datos de cedro rosado, se aplicó una regresión ponderada, en la que se consideró $w_i = 1/e_i^2$, para hacer menos variables los errores de predicción. Los resultados los valores se consignan en el Cuadro 7.

A partir de los factores analizados, sólo el modelo Thomas y Parresol (1991) no presenta multicolinealidad y los seis modelos muestran heterocedasticidad y autocorrelación. El modelo de Kozak (1988) explica más del 95% de la varianza total del diámetro (d), presenta el menor sesgo absoluto promedio, pero

technique is only used to improve the interpretation of the statistical abilities of models, but does not have a practical application (Rojo *et al.*, 2005; Pompa-García *et al.*, 2009b). The residual autocorrelation serial problem may be solved through the transformation of the variables by means of the Cochrane-Orcutt estimation, the Hildreth-Lu procedure or by primary difference (Kutner *et al.*, 2005), but the use of the three methods is advisable in order to select the best that can solve the autocorrelation.

When errors are not consistent, it is possible to use pondered regression to correct this problem, which consists in weighting each observation for the inverse value of the variance (σ^2) in the fitting process of the models (Kutner *et al.*, 2005). If the variance is unknown the right weighting value for each observation is estimated by a regression process based on the assertion that $s_i^2 = e_i^2$. First the data regression is accomplished and afterwards, a separate regression with all the values in the model with $e_i^2 = y_i$. The weighting values will be $w_i = 1/s_i^2 = 1/e_i^2$. This technique has been used by Diéguez-Aranda (2006) and by Barrio Anta *et al.* (2007) to solve the heterocedasticity problems of taper models

A pondered regression was applied to the pink cedar data in which it was considered $w_i = 1/e_i^2$, to lessen the variability of the prediction errors. Results are gathered in Table 7.

From the analyzed factors, only the Thomas y Parresol (1991) model does not show multicolineality and the six show heterocedasticity and autocorrelation. The Kozak model (1988) explains more than 95% of the total variance of the diameter (d), has a lower average absolute bias, but has the problem of showing a very strong colineality that can affect the estimation efficiency. In contrast, the Thomas and Parresol model (1991) did not exhibit colineality, but the explanation of the total variance of the diameter diminishes to 1.93% in regard to the Kozak model (1988).

The accuracy of the estimation of the diameter (d) of the Kozak (1988) and the Thomas and Parresol (1991) models, both with their outlined limitations, is different for each model (Figure 4). The fist one tends to underestimate the diameter of the lower, middle and high part of the stem, particularly the relative height of 0.9l, while the Thomas and Parresol model (1991), underestimates the diameter all along the stem. When the weighted fit of the Thomas and Parresol model (1991) is made, the underestimation of the diameter is reduced in 0.5, 0.3, 0.4, 0.5 and 0.6 relative heights, being more pronounced from 0.7 to 0.9. The average bias is reduced from 0.2692 cm to 0.0072 cm and the determination (R^2) index increases from 93.33 to 95.80, being better to that of the Kozak model (1988) of 95.26.

Considering the discussed results and the advice of Kozak (1997) and Diéguez-Aranda *et al.*, (2006) of selecting the

tiene el inconveniente de mostrar una colinealidad muy fuerte que puede afectar la eficiencia de estimación. En contraste, el modelo Thomas y Parresol (1991) no mostró el problema de colinealidad, pero la explicación de la varianza total del diámetro disminuye 1.93% con respecto al modelo de Kozak (1988).

La precisión de la estimación de diámetro (d) de los modelos Kozak (1988) y Thomas y Parresol (1991), ambos con sus limitaciones señaladas, es diferente para cada modelo (Figura 4). El primero tiende a subestimar el diámetro en la parte baja, media y alta del fuste, sobre todo a la altura relativa de 0.9; mientras que el modelo de Thomas y Parresol (1991) subestima el diámetro a todo lo largo del fuste. Al realizar el ajuste ponderado del modelo de Thomas y Parresol (1991), la subestimación del diámetro se reduce en las altura relativas de 0.5, 0.3, 0.4, 0.5 y 0.6, pero tiende a sobreestimar los valores en el resto de las alturas relativas, siendo mayor de 0.7 a 0.9. El sesgo promedio se reduce de 0.2692 cm a 0.0072 cm y se aumenta el coeficiente de determinación (R²) de 93.33 a 95.80, siendo un poco mejor al que presenta el modelo de Kozak (1988) de 95.26.

Cuadro 7. Valores para la evaluación de bondad de ajuste del modelo de Thomas y Parresol (1991) ponderado.
Table 7. Values for the goodness of fit of the pondered Thomas and Parresol (1991) model.

β_0	β_1	β_2	β_3	ESE	0.9378
-0.8243	0.1351	0.7365	0.0616	R ² _{adj}	0.9580
(0.0107)	(0.0038)	(0.0256)	(0.0031)	*	0.0072
[<.0001]	[<.0001]	[<.0001]	[<.0001]	IC	9.83

A partir de los factores analizados, sólo el modelo Thomas y Parresol (1991) no presenta multicolinealidad y los seis modelos muestran heterocedasticidad y autocorrelación. El modelo de Kozak (1988) explica más del 95% de la varianza total del diámetro (d), presenta el menor sesgo absoluto promedio, pero tiene el inconveniente de mostrar una colinealidad muy fuerte que puede afectar la eficiencia de estimación. En contraste, el modelo Thomas y Parresol (1991) no mostró el problema de colinealidad, pero la explicación de la varianza total del diámetro disminuye 1.93% con respecto al modelo de Kozak (1988).

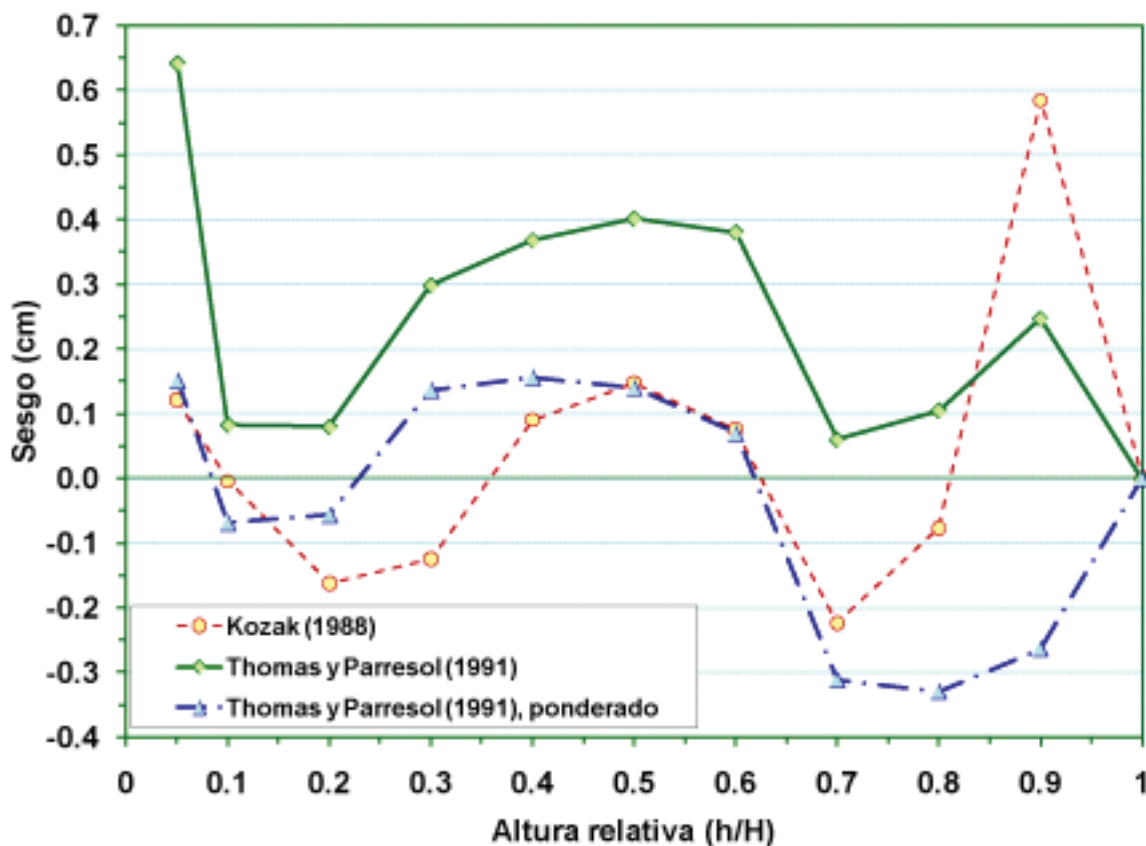


Figura 4. Sesgo para la altura relativa de los modelos de Kozak (1988) y Thomas y Parresol (1991).
Figure 4. Bias for the relative height of the Kozak (1988) and the Thomas and Parresol (1991) models.

Considerando los resultados discutidos y la recomendación señalada por Kozak (1997) y Diéguez-Aranda *et al.*, (2006) de seleccionar el modelo con baja colinealidad, el modelo de Thomas y Parresol (1991) es el más adecuado para describir el ahusamiento del fuste de los árboles de cedro rosado, que aplicando una regresión ponderada, mejora la explicación de la varianza del diámetro (d). Por lo tanto, el modelo ajustado ponderado es:

$$d = D \left[-0.8243(q - 1) + 0.1351 \operatorname{sen}((0.7365)\pi q) + 0.0616 \operatorname{colum} \left(\frac{\pi q}{2} \right) \right]^{0.5}$$

Para el desarrollo de la ecuación de volumen es necesario integrar el modelo para obtener una altura inversa generalizada. De acuerdo con Thomas y Parresol (1991), la integración del modelo es:

$$\hat{v} = k D^2 H \left\{ \frac{-0.8243}{2} (q_u^2 - q_l^2) - (-0.8243)(q_u - q_l) - \frac{0.1351}{0.7365\pi} [\cos((0.7365)\pi q_u) - \cos((0.7365)\pi q_l)] + \frac{2(0.0616)}{\pi} \left(\frac{\operatorname{sen}(\pi q_u/2)}{\operatorname{sen}(\pi q_l/2)} \right) \right\}$$

Donde:

$$k = \pi/40000$$

$$q_l = h_l/H$$

$$q_u = h_u/H$$

H_l = límite de altura inferior

H_u = límite de altura superior

H = altura total

D = diámetro normal

Por lo tanto, la ecuación anterior se puede usar para estimar el volumen fustal total y comercial de cedro rosado de las plantaciones agroforestales de la Sierra Norte de Puebla.

CONCLUSIONES

Entre los 12 modelos fustales evaluados para describir el ahusamiento de árboles de las plantaciones agroforestales de la Sierra Norte de Puebla, seis de ellos presentaron la mejor calificación en términos de los estadísticos utilizados para valorar su bondad de ajuste. De los seis, la mejor calificación fue para el modelo de Kozak (1988), pero presentó problemas de multicolinealidad, heterocedasticidad y autocorrelación, mientras que el de Thomas y Parresol (1991) solo de heterocedasticidad y autocorrelación.

Para solucionar la heterocedasticidad del modelo de Thomas y Parresol (1991), se ajustó el modelo nuevamente mediante la técnica de regresión ponderada, la cual disminuyó el sesgo promedio y aumentó la capacidad de predicción del diámetro (d) a lo largo del fuste; por ello, fue seleccionado

model with a low colineality, the Thomas and Parresol (1991) is the most convenient to describe the stem taper of the pink cedar trees, rather than applying a pondered regression, since it improves the explanation of the variance of the diameter (d). Thus, the weighted fitted model is:

$$d = D \left[-0.8243(q - 1) + 0.1351 \operatorname{sen}((0.7365)\pi q) + 0.0616 \operatorname{colum} \left(\frac{\pi q}{2} \right) \right]^{0.5}$$

For the development of the volume equation, it is necessary to integrate the model to obtain a generalized inverse height. According to Thomas and Parresol (1991), the integration of the model is:

$$\hat{v} = k D^2 H \left\{ \frac{-0.8243}{2} (q_u^2 - q_l^2) - (-0.8243)(q_u - q_l) - \frac{0.1351}{0.7365\pi} [\cos((0.7365)\pi q_u) - \cos((0.7365)\pi q_l)] + \frac{2(0.0616)}{\pi} \left(\frac{\operatorname{sen}(\pi q_u/2)}{\operatorname{sen}(\pi q_l/2)} \right) \right\}$$

Where:

$$k = \pi/40000$$

$$q_l = h_l/H$$

$$q_u = h_u/H$$

H_l = low height limit

H_u = upper height limit

H = total height

D = normal diameter

Thus, the previous equation may be used to estimate the total stem and the commercial volume of pink cedar of the agroforestry plantations of the Northern Mountain Range of Puebla State.

CONCLUSIONS

Among the 12 stem models that were assessed to describe the taper of the trees from the agroforestry plantations of the Northern Mountain Chain of Puebla State, six of them showed the best grade in terms of the statistics used to evaluate the goodness of fit. Of the six, the best grade was for the Kozak (1988) model, which showed multicolineality, heterocedasticity and autocorrelation problems, while the Thomas and Parresol (1991), only of heterocedasticity and autocorrelation.

To solve the heterocedasticity of the Thomas and Parresol (1991) model, the model was fitted once more through the pondered regression technique, which diminishes the average bias and increases the diameter (d) along the stem prediction ability; so, it was selected to estimate the diameter at any height of the stem of pink cedar.

para estimar el diámetro a cualquier altura del fuste de los árboles de cedro rosado.

El modelo Thomas y Parresol (1991) ponderado se integró para estimar el volumen total y comercial a partir del diámetro normal (D), la altura total (H) y las alturas inferior (h_1) y superior (h_2).

El modelo fustal determinado en el presente estudio es esencial como herramienta para la aplicación en los estudios de manejo de las plantaciones agroforestales de cedro rosado de la región.

AGRADECIMIENTOS

El presente trabajo fue financiado por el Fondo Sectorial CONAFOR-CONACYT a través del proyecto CO1-6077 "Estimación de la productividad y potencial tecnológico del cedro rosado (*Acrocarpus fraxinifolius*), en el estado de Puebla". También se agradece el apoyo brindado por los productores de la Sociedad "Agroforestales Teponaxtle S.P.R. de RL" Asociación Regional de Silvicultores "Maderas Tropicales" A. C. de Xicotepéc, Puebla, para el derribo de árboles y la toma de datos.

REFERENCIAS

Barrio Anta, M., U. Diéguez-Aranda, F. Castedo-Dorado, J. G. Álvarez González and K. Von Gadow. 2007. Merchantable volume system for pedunculate oak in Northwestern Spain. *Ann. For. Sci.* 64: 511-520.

Bennett, F. A. and B. F. Swindel. 1972. Taper curves for planted slash pine. Res. Note SE-179. Department of Agriculture, Forest Service, Southeastern Forest Experiment Station, Asheville, NC. USA. 4 p.

Bi, H. 2000. Trigonometric variable-form taper equations for Australian eucalyptus. *For. Sci.* 46(3): 397-409.

Biging, G. 1984. Taper equations for second-growth mixed conifers of Northern California. *For. Sci.* 30(4): 1103-1117.

Bruce, R., L. Curtiss and C. Vancoevering. 1968. Development of a system of taper and volume tables for red alder. *For. Sci.* 14(3): 339 - 350.

Cedeño S., O. 1985. *Acrocarpus fraxinifolius* Wight & Arn., especie promisor para plantaciones forestales en el trópico húmedo. Instituto Nacional de Investigaciones Forestales. Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos. Publ. Esp. No. 48. México, D. F. México. pp. 561-566.

Centre for Agricultural Bioscience (CAB). 2005. *Acrocarpus fraxinifolius* Wight & Arn. Forestry compendium. <http://www.cabicompendium.org> (17 de enero de 2005).

Chavelas P., J. 1985. Estudios preliminares con *Acrocarpus fraxinifolius* Wight & Arn. Instituto Nacional de Investigaciones Forestales. Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos. Publ. Esp. No. 48. México, D. F. México. pp. 204-218.

Clutter, J. L. 1980. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. *For. Sci.* 26(1): 117-120.

Comisión Nacional Forestal. CONAFOR (Comisión Nacional Forestal). 2006. Programa de plantaciones comerciales, superficies establecidas. PRODEFOR. http://www.conafor.gob.mx/programas_nacionales_forestales/prodeplan. (4 de diciembre de 2006).

Corral R., S. J. de, J. Nívar C. y F. Fernández S. 1999. Ajuste de funciones de ahusamiento a los perfiles fustales de cinco Pináceas de la región de El Salto, Durango. *Madera y Bosques* 5(2): 53-65.

Corral-Rivas, J. J., U. Diéguez-Aranda, S. Corral R. and F. Castedo D. 2007. A merchantable volume system for major pine species in El Salto, Durango (Mexico). *Forest Ecology Manage.* 238(1-3): 118 - 129.

Corral-Rivas, S. y J. de J. Nívar-Cháidez. 2009. Comparación de técnicas de estimación de volumen fustal total para cinco especies de pino de

The weighted Thomas and Parresol (1991) model was integrated to estimate the total and the commercial volume from the normal diameter (D), total height (H) and the lower (h_1) and upper heights (h_2).

The stem model that was determined in the actual study is basic as a useful tool for further studies concerning the management of regional pink cedar forestry plantations.

ACKNOWLEDGEMENTS

The actual work was sponsored by the Fondo Sectorial CONAFOR-CONACYT

Durango, México. *Revista Chapingo Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 15(1): 5-13.

Cruz-Cobos, F., H. M. De los Santos-Posadas y J. R. Valdez-Lazalde. 2008. Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México. *Agrociencia* 42(4): 473-485.

Demaerschalk, J. 1973. Integrated systems for the estimation of tree taper and volume. *Can. J. For. Res.* 3(1): 90-94.

Diéguez-Aranda, U., F. Castedo-Dorado, J. G. Álvarez- González and A. Rojo. 2006. Compatible taper function for Scots pine (*Pinus sylvestris* L.) plantations in northwestern Spain. *Can. J. For. Res.* 36(5): 1190-1205.

Durbin, J. and G. S. Watson. 1951. Testing for serial correlation in least squares regression. *Biometrika* 38(3-4): 159-177.

Elorza, M. P., J. M. Maruri G., Ma. L. Hernández S. y G. Olmedo P. 2006. Cultivo intercalado de cedro rosado (*Acrocarpus fraxinifolius* Wight) y su efecto sobre el contenido de materia orgánica en el suelo. *Revista Científica UDO Agrícola* 6(1): 109-113.

Epstein, R., E. Nieto, A. Weintraub, P. Chevalier and J. Gabarró. 1999. A system for the design of short term harvesting strategy. *Eur. J. Oper. Res.* 119(2): 427-439.

Fang, Z. and R. L. Bailey. 1999. Compatible volume and taper models with coefficients for tropical species on Hainan Island in Southern China. *For. Sci.* 45(1): 85-100.

Food and Agriculture Organization (FAO). 2007. *Ecocrop. Acrocarpus fraxinifolius*, view crop and data sheet. <http://ecocrop.fao.org/ecocrop/srv/en/dataSheet?id=2780> (4 de diciembre de 2007).

Ghildyal, B. N. 1989. Introduction of *Acrocarpus fraxinifolius* - a fast growing species for social forestry in Himachal Pradesh. *Indian Forester* 115(7): 455-458.

Honorato S., J. A., J. Quintanar O., J. F. C. Parraguirre L. y H. Rodríguez C. 2005. Cedro rosado (*Acrocarpus fraxinifolius*): una opción agroforestal en el estado de Puebla. Folleto Técnico No. 1. Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Centro de Investigación Regional Centro. Campo Experimental San Martinito. Tlahuapan, Pue. México. 33 p.

Instituto Nacional de Estadística y Geografía (INEGI). 2010. Anuario estadístico de Puebla. Gobierno del estado de Puebla e Instituto Nacional de Estadística y Geografía. http://www.puebla.gob.mx/index.php?option=com_content&view=article&id=601. (22 de noviembre de 2010).

Kozak, A. 1988. A variable-exponent taper equation. *Can. J. For. Res.* 18(1): 1363 - 1368.

Kozak, A. 1997. Effects of multicollinearity and autocorrelation on the variable-exponent taper functions. *Can. J. For. Res.* 27(5): 619-629.

Kozak, A. 2004. My last words on taper equations. *For. Chron.* 80(4): 507-515.

Kozak, A. and R. Kozak. 2003. Does cross validation provide additional information in the evaluation of regression models? *Can. J. For. Res.* 33: 976-987.

Kutner, M. H., C. J. Nachtsheim, J. Neter and W. Li. 2005. *Applied linear statistical models*. 5th ed. McGraw-Hill/Irwin. New York, NY. U S A. 1396 p.

- Lejeune, G., C.-H. Ung, M. Fortin, X. J. Guo, M.-C. Lambert and J.-C. Ruel. 2009. A simple stem taper model with mixed effects for boreal black spruce. *Eur. J. Forest. Res.* 128(5):505-513.
- Michon, G., F. M. and J. Bompard. 1986. Multistoried agroforestry garden system in West Sumatra, Indonesia. *Agroforestry Syst.* 4:315-338.
- Montgomery, D. C. and G. C. Runger. 2003. *Applied statistics and probability for engineers*. 3rd. Ed. John Wiley & Sons, Inc. New York, NY. USA. 706 p.
- Muhairwe, C. K. 1999. Taper equations for *Eucalyptus pilularis* and *Eucalyptus grandis* for the North coast in New South Wales, Australia. *Forest Ecology and Management* 113(2-3): 251-269.
- Návar Ch., J. J. y P. A. Domínguez. 1997. Ajuste de modelos de volumen y funciones que describen el perfil diamétrico de cuatro especies de pino plantadas en el noroeste de México. *Invest. Agrar. Sist. Recur. For.* 6(1-2): 147-163.
- Negi, S. S. 2000. Indian trees and their silviculture. Vol-I. Legumes. Bishen Singh Mahendra Pal Singh, Dehra Dun. India. 192 p.
- Neil, P. E. 1990. Notes on *Acrocarpus fraxinifolius*. *Banko Janakari* 2(4): 391-394.
- Pérez C., L. D. and M. Kanninen. 2003. Provisional equations for estimating total and merchantable volume for *Tectona grandis* trees in Costa Rica. *Forests. Trees and Livelihoods* 13(4):345-359.
- Pompa G., M. y R. Solís M. 2008. Ecuación de volumen para el género *Quercus* en la región noroeste de Chihuahua, México. *Quebracho. Revista de Ciencias Forestales* 16: 84-93.
- Pompa G., M., J. J. Corral R., M. A. Díaz V. y M. Martínez S. 2009a. Función de ahusamiento y volumen compatible para *Pinus arizonica* Engelm. en el suroeste de Chihuahua. *Cien. For. en México* 34(105): 119-136.
- Pompa-García, M., C. Hernández, J. A. Prieto-Ruiz and R. Dávalos S. 2009b. Modelación del volumen fustal de *Pinus durangensis* en Guachochi, Chihuahua, México. *Madera y Bosques* 15(1): 61-73.
- Pompa-García, M., J. J. Corral-Rivas, J. C. Hernández-Díaz and J. G. Álvarez-González. 2009c. A system for calculating the merchantable volume of oak trees in the northwest of the state of Chihuahua, Mexico. *Journal of Forestry Research* 20(4): 293-300.
- Puri, G. S. 1961. Vegetation and soil in tropical and subtropical India. In: *Proceedings of the Abidjan Symposium*. United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization. Paris, France. pp. 93-102.
- Rawlings, J. O., S. G. Pantula and D. A. Dickey. 1998. *Applied regression analysis: a research tool*. 2nd ed. Springer-Verlag, New York, NY. USA. 658 p.
- Reed, D. and E. Green. 1984. Compatible stem taper and volume ratio equations. *For. Sci.* 30(4): 977-990.
- Rentería A., J. B. 1995. Sistema de cubicación para *Pinus cooperi* Blanco mediante ecuaciones de ahusamiento en Durango. Tesis de Maestría en Ciencias. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, Edo. de Méx. México. 77 p.
- Rodríguez, F. y C. Molina. 2003. Análisis de modelos de perfil del fuste y estudio de la cilindricidad para tres clones de chopo (*Populus x euroamericana*) en Navarra. *Invest. Agrar.: Sist. Recur. For.* 12(3): 73-85.
- Rojo, A., X. Perales, F. Sánchez-Rodríguez, J. G. Álvarez-González and K. von Gadow. 2005. Stem taper functions for maritime pine (*Pinus pinaster* Ait.) in Galicia (Northwestern Spain). *Eur. J. Forest. Res.* 124(3): 177-186.
- Silva S., L. M.; L. C. Estraviz R., J. V. Caixeta F. and S. C. Bauch. 2006. Fitting a taper function to minimize the sum of absolute deviations. *Sci. Agric. (Piracicaba, Braz.)* 63(5): 460-470.
- Soares, P. and M. Tomé. 2002. Height-diameter equation for first rotation eucalypt plantations in Portugal. *Forest Ecology and Management* 166 (1-3): 99-109.
- Statistical Analysis System Institute Inc. (SAS). 2004. *SAS/ETS® 9.1 User's Guide*. SAS Institute Inc. Cary, NC. USA. 2170 p.
- Tewari, V. P. and B. Singh. 2006. Total and merchantable wood volume equations for Eucalyptus hybrid trees in Gujarat State, India. *Arid Land Research and Management*, 20: 147-159.
- Thomas, C. E. and B. R. Parresol. 1991. Simple, flexible, trigonometric taper equations. *Can. J. For. Res.* 21(7): 1132-1137.
- Trincado, G. and H. E. Burkhart. 2006. A generalized approach for modeling and localizing stem profile curves. *For. Sci.* 52(6): 670-682.
- Walpole, R. E., R. H. Myers, S. L. Myers and K. Ye. 2006. *Probability and statistics for engineers and scientists*. 8th edition. Pearson Prentice Hall. Upper Saddle River, NJ. USA. 848 p.
- White, H. 1980. A heteroskedasticity-consistent covariance matrix estimator and a direct test for heteroskedasticity. *Econometrica* 48 (4): 817-838.
- Younger, N. L., H. Temesgen and S. M. Garber. 2008. Taper and volume responses of Douglas-fir to sulfur treatments for control of Swiss needle cast in the Coast Range of Oregon. *West. J. Appl. For.* 23(3): 142-148.



José Villanueva Díaz (2007). Vista de paraje de *Pinus hartwegii*. Algunos árboles en este paraje superan los 400 años de edad.