



ARTÍCULO / ARTICLE

ECUACIONES Y TABLAS DE VOLUMEN PARA DOS ESPECIES DE *Pinus* DE LA SIERRA PURHÉPECHA, MICHOACÁN

EQUATIONS AND VOLUME TABLES FOR TWO *Pinus* SPECIES OF LA SIERRA PURHÉPECHA, MICHOACÁN

José A. Ramos-Uvilla¹, J. Jesús García-Magaña¹, Jonathan Hernández-Ramos², Xavier García-Cuevas², Juan C. Velarde-Ramírez¹, H. Jesús Muñoz-Flores³ y Guadalupe Geraldine García Espinoza¹

RESUMEN

Uno de los principales problemas que enfrentan los productores forestales es la incógnita de saber cómo estimar el volumen de madera que tienen en su área boscosa, a partir de datos obtenidos de un inventario forestal. Las ecuaciones de volumen y sus expresiones tabuladas son una de las principales herramientas para conocer, de manera confiable, las existencias reales y realizar un manejo sostenible, así como para la gestión forestal. En este contexto, se realizó un estudio para elaborar ecuaciones y tablas de volúmenes para *Pinus lawsonii* y *P. oocarpa* en la zona sur de la Sierra Purhépecha. La toma de datos de campo se llevó a cabo mediante el derribo y cubicación de 152 árboles de *P. lawsonii* y 83 para *P. oocarpa*. Se ajustaron y compararon los modelos de Schumacher-Hall, Thornber, Spurr con variable combinada aritmética, Spurr con variable combinada logarítmica y Korsun, los cuales presentaron valores de R^2 ajustada entre 0.97 a 0.99 estadísticos de Durbin Watson cercanos a 2; la prueba de Shapiro-Wilk muestra una buena distribución de los residuales. Un análisis ponderado concluyó que para la estimación del volumen de árboles en pie, el modelo de Schumacher-Hall fue el de mejor ajuste. La prueba de homogeneidad de varianzas indica que se puede emplear de manera indistinta este modelo para ambas especies.

Palabras clave: Ecuaciones de volumen, inventario forestal, modelo Schumacher-Hall, *Pinus lawsonii* Roezl, *Pinus oocarpa* Schiede, Sierra Purhépecha.

ABSTRACT

One of the main problems faced by forest managers is the need to know how to estimate the volume of wood they have in their forest area, obtained from forest inventory data. Volume equations and weighted expressions are one of the main tools to know, reliably, the actual stocks and achieve sustainable management, as well as forest management. In this context, a study was conducted to develop equations and volume tables for *Pinus oocarpa* and *P. lawsonii* in the southern part of the Sierra Purhépecha. The field data collection was carried out by using the scaling and felling of 152 *P. lawsonii* trees and 83 for *P. oocarpa*. The Schumacher-Hall, Thornber, Spurr with combined arithmetic variable, Spurr with combined logarithmic variable and Korsun models were fitted and compared, which presented R^2 fitted values between 0.97 and 0.99, Durbin Watson statistics close to 2; the Shapiro-Wilk test shows a good distribution of the residuals. A weighted analysis concluded that to estimate the volume of standing timber, the Schumacher-Hall model was the best fit. The test of homogeneity of variance indicated that this model can be used interchangeably for both species.

Key words: Volume equations, forest inventory, Schumacher-Hall model, *Pinus lawsonii* Roezl, *Pinus oocarpa* Schiede, Sierra Purhépecha.

Fecha de recepción/date of receipt: 12 de junio de 2012; Fecha de aceptación/date of acceptance: 9 de abril de 2014.

¹ Facultad de Agrobiología Presidente Juárez, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo

² C.E. Chetumal, CIR-Sureste INIFAP

³ C. E. Uruapan, CIR-Pacífico INIFAP. Correo-e: jesusmuflores@yahoo.com.mx

INTRODUCCIÓN

La estimación del volumen maderable de un bosque a través de la información del inventario forestal siempre ha causado inseguridad en su exactitud. La falta de certeza se debe a las diversas condiciones ambientales en que las especies interactúan y que, como consecuencia, generan variadas formas del tronco y registran diferentes volúmenes, aun cuando tengan el mismo diámetro (Muñoz *et al.*, 2003; Velasco *et al.*, 2006).

Las ecuaciones de volumen y sus expresiones tabuladas son una de las principales herramientas para conocer, de manera confiable, las existencias reales y realizar un manejo sostenible; así como para la gestión forestal, la comercialización de productos leñosos y la investigación, principalmente, en lo que concierne al estudio de la calidad de estación (Muñoz *et al.*, 2003; Velasco *et al.*, 2006; Rondeux, 2010). Se elaboran con variables dasométricas fáciles de medir (diámetro a la altura de 1.3 m (*D*), la altura total del árbol (*A*) y el factor de forma (*f*); los modelos pueden representar el volumen medio de madera por árbol, a partir de las variables independientes mencionadas (Salas *et al.*, 2005; Rondeux, 2010; Muñoz *et al.*, 2012).

Una tabla de volúmenes se define como la expresión tabular de los valores predichos por una ecuación (Fucaraccio y Staffieri, 1999), las cuales deben ser elaboradas por taxón y para cada localidad, ya que los ámbitos de crecimiento pueden variar entre taxa y de un lugar a otro. Toda tabla de volumen es de aplicación en una superficie forestal limitada, y tal restricción de su uso estará dada por la información obtenida. En general, las tablas locales son más restringidas que las correspondientes a las estándar o generalizadas; sin embargo, ambas son representadas por una ecuación estadísticamente factible (Fucaraccio y Staffieri, 1999; Rondeux, 2010).

Con base en las variables independientes utilizadas, las tablas de volúmenes se clasifican en locales, que solo utilizan el diámetro normal; estándar que usan el diámetro normal y una altura; y las tablas de forma que calculan el volumen a partir del diámetro, alguna altura y un indicador de forma del tronco (Carrillo *et al.*, 2004; Rondeux, 2010; Muñoz, 2012).

Es importante considerar que el cambio dinámico en la estructura arbórea, la densidad y composición de especies en las masas forestales presentes originan incertidumbre en las estimaciones volumétricas, y que la información de una ecuación o tabla de volumen específica se considera obsoleta después de un aprovechamiento maderable (Velasco *et al.*, 2006); por ello, es necesaria la constante actualización de las tablas de volumen.

En las zonas de transición del sur de la Sierra Purhépecha, Michoacán se distribuyen *Pinus oocarpa* Schiede y *Pinus*

INTRODUCTION

Estimating timber volume of forest through forest inventory information has always caused insecurity in their accuracy. The uncertainty is due to the different environmental conditions in which species interact and generate various forms of trunk and record different volumes, therefore even if they have the same diameter (Muñoz *et al.*, 2003; Velasco *et al.*, 2006).

The volume equations and weighted expressions are one of the main tools to know, reliably, the actual stocks and achieve sustainable management as well as forest management, the marketing of wood products and research, mainly, in regard to the study of site quality (Muñoz *et al.*, 2003; Velasco *et al.*, 2006; Rondeux, 2010). They are made with easy to take mensuration variables (diameter at 1.3 m high (*D*), total tree height (*A*) and the form factor (*f*); models may represent the average volume of wood per tree from the independent variables formerly mentioned (Salas *et al.*, 2005; Rondeux, 2010; Muñoz *et al.*, 2012).

A volume table is defined as the tabular expression predicted by an equation (Fucaraccio and Staffieri, 1999), which should be developed by taxon and for each location, as the growth areas may vary among taxa and from one place to another. All volume table is applicable in a limited forest area, and such use restriction is given by the obtained information. In general, the local tables are more restricted than the corresponding standard or generalized, however both are represented by a statistically feasible equation (Fucaraccio and Staffieri, 1999; Rondeux, 2010).

Based on the independent variables used, the volume tables are classified into local, which only use the normal diameter; standard, which use the normal diameter and height; and tables, so that the volume is calculated from the diameter, height and any indicator stem form (Carrillo *et al.*, 2004; Rondeux, 2010; Muñoz, 2012).

It is important to consider that the dynamic changes in the tree structure, density and species composition of current forests cause uncertainty in the volume estimates, and the information of a specific volume table is considered obsolete after a timber harvest (Velasco *et al.*, 2006); therefore, it is necessary to constantly update volume tables.

In the transition zones of the southern *Sierra Purhépecha*, Michoacan state, *Pinus oocarpa* Schiede and *Pinus lawsonii* Roehl are distributed; they are exploited in the region to obtain resin and sawtimber, packing boxes, moldings and rural buildings, a situation that favors that volume equations to be dynamic.

Under the importance of having equations and tabulated expressions with high accuracy for conifers growing in natural stands of transition zones of the *Sierra Purhépecha*, the

lawsonii Roetzl; en la región son aprovechadas para la obtención de resina y madera para aserrío, cajas de empaque, molduras y construcciones rurales, por lo que las ecuaciones de volumen deben ser dinámicas. Dada la importancia de contar con expresiones tabuladas con alto grado de precisión para coníferas que crecen en masas naturales de zonas de transición de la Sierra Purhépecha, se plantearon los siguientes objetivos: a) generar ecuaciones para predecir volúmenes fustales de árboles individuales en pie de *P. oocarpa* y *P. lawsonii* en el municipio Tancítaro; y b) evaluar estadísticamente la factibilidad de emplear una sola para las dos especies de pino.

MATERIALES Y MÉTODOS

El área de estudio

La presente investigación se realizó en el Eje Neo Volcánico Transversal, en la porción sur de la denominada Sierra Purhépecha, en el estado de Michoacán; se incluyeron los predios Agua Zarca y Zorumútar, ambos ubicados en el municipio Tancítaro, en un intervalo altitudinal de 1 200 a 1 980 m, entre las coordenadas 19° 19' y 19° 22' N y 101° 52' y 101° 56' W.

De acuerdo con la clasificación de Köppen modificada por García (1988), el clima es tipo A(C) W₂ semicálido subhúmedo con abundantes lluvias en verano.

La forma del terreno se clasifica de semiplana, ondulada y semimontañosa, con pendientes de 5 a 45 %, con exposición variada. La vegetación predominante corresponde a bosques de pino-encino con mezclas de *P. lawsonii*, *P. leiophylla* Shiede & Deppe, *P. oocarpa* y *Quercus* spp. (Anguiano *et al.*, 2003).

La geología está conformada por rocas ígneas y extrusivas, principalmente basaltos, que han originado suelos de las unidades Andosol, Luvisol y Litosol (INEGI, 1985) que en conjunto con las condiciones antes mencionadas favorecen el desarrollo de *P. oocarpa* y *P. lawsonii*.

Selección del arbolado por medir y tamaño de muestra

Se incluyeron solo árboles representativos de las dos especies, con fustes rectos, sin bifurcaciones y que se desarrollaron en las diferentes condiciones de crecimiento para ambas especies en la región.

Con base en lo recomendado por Loestsch *et al.* (1973), Montes de Oca *et al.* (2008), Rondeux (2010) y Honorato-Salazar (2011), se muestrearon 152 individuos de *P. lawsonii* y 83 de *P. oocarpa* en los predios Agua Zarca y Zorumútar.

following objectives were stated: a) to generate equations to predict stem volumes of standing *P. oocarpa* individual trees and *P. lawsonii* in the town of Tancítaro; and b) to statistically evaluate the feasibility of using a single equation for the two pine species.

MATERIALS AND METHODS

The study area

This research was conducted in the Eje Neo Volcánico Transversal in the southern portion of the so-called Sierra Purhépecha, Michoacan state; the lands of Agua Zarca and Zorumútar were included, both located in Tancítaro, at an altitudinal range of 1 200-1 980 m, between 19° 19' and 19° 22' N and 101° 52' and 101° 56' W.

According to Köppen's classification modified by García (1988), the climate is type A(C) W₂, semi-warm humid with abundant rainfall in summer.

The shape of the land is classified as semi-flat, semi-mountainous and undulating, with slopes of 5-45 %, with varying exposure. The predominant vegetation is forest with pine-oak mixtures of *P. lawsonii*, *P. leiophylla* Shiede & Deppe, *P. oocarpa* and *Quercus* spp. (Anguiano *et al.*, 2003).

Geology consists of igneous and extrusive rocks, mainly basalts, which have resulted in the Andosol, Luvisol and Litosol soil units (INEGI, 1985) which together with the above conditions favor the development of *P. oocarpa* and *P. lawsonii*.

Selection of the trees to be measured and sample size

Only representative trees of the two species were included, with straight stems, without bifurcations and that developed in the different growth conditions for both species in the region.

Starting from the recommendations of Loestsch *et al.* (1973), Montes de Oca *et al.* (2008), Rondeux (2010) and Honorato-Salazar (2011), 152 *P. lawsonii* and 83 *P. oocarpa* trees were sampled in Agua Zarca y Zorumútar.

Tree felling, logging and data collection

With the felling of trees technique, heights were marked at alturas de 0.30 and 1.30 m, in addition to the consecutive marks of the logs at commercial lengths of 2.5146 m in the commercial stem, 1.10 m in the rest of the stem until the end is reached. Measurements were made with a caliper; total height was the result of adding the length of every log and that of the tip (Velasco *et al.*, 2006; Rondeux, 2010).

Derribo del arbolado, troceo y medición de las variables

Con la técnica de árboles derribados se marcaron las alturas de 0.30 y 1.30 m, además de las trozas consecutivamente a longitudes comerciales de 2.5146 m en el fuste comercial, 1.10 m en el fuste restante, hasta llegar a la punta. Las mediciones se realizaron con una forcípula; la altura total se obtuvo al sumar la longitud de cada una de las trozas y se agregó la longitud de la punta (Velasco *et al.*, 2006; Rondeux, 2010).

Obtención del volumen del tocón, trozas y punta

Para el volumen del tocón se empleó solo el diámetro superior transformado en área basal y la longitud de 0.3 m (1); en las trozas se utilizó la fórmula de Smalian (2) y para el volumen de la punta se usó la del cono (3) (Bailey, 1995); de acuerdo a las siguientes expresiones:

$$V_{\text{tocón}} = (abt) * 0.3 \text{ m} \quad (1)$$

$$V_{\text{sección}} = \frac{(ab_0 + ab_1) * LS}{2} \quad (2)$$

$$V_{\text{punta}} = \frac{(ab_n * LP)}{3} \quad (3)$$

Donde:

abt = Área basal de la sección superior del tocón (m²)
 ab_0 = Área basal de la sección mayor de la troza (m²)
 ab_1 = Área basal de la sección menor de la troza (m²)
 ab_n = Área basal de la base de la punta (m²)
 LS = Longitud de sección (m)
 LP = Longitud de punta (m)

La suma de los volúmenes de todas las secciones del árbol, más el volumen del tocón y el de la punta es igual al volumen total del tronco:

$$VFT \text{ (m}^3\text{)} = \sum_{i=1}^n Vi + Vp + Vt \quad (4)$$

Donde:

VFT = Volumen fuste total (m³)
 Vi = Volumen de la *i*ésima troza (m³)
 Vp = Volumen de la punta (m³)
 Vt = Volumen del tocón (m³).

Análisis de la información

Se ejecutó un análisis de correlación para comparar los coeficientes y contar con una base estadística para verificar si existe una asociación significativa entre diámetros, alturas y volúmenes, observar su comportamiento y, de acuerdo a su tendencia, probar los modelos más adecuados (Caillez,

Stump, log and tip volume

A higher diameter transformed into basal area and length of 0.3 m (1) was used for the volume of the stump; in the logs was used the Smalian (2) formula and for the volume of the tip, the cone formula (3) (Bailey, 1995), according to the following expressions:

$$V_{\text{tocón}} = (abt) * 0.3 \text{ m} \quad (1)$$

$$V_{\text{sección}} = \frac{(ab_0 + ab_1) * LS}{2} \quad (2)$$

$$V_{\text{punta}} = \frac{(ab_n * LP)}{3} \quad (3)$$

Where

abt = Basal area of the upper section of the stump (m²)
 ab_0 = Basal area of the greatest section of the log (m²)
 ab_1 = Basal area of the smaller section of the log (m²)
 ab_n = Smallest section of the log at the base of the tip (m²)
 LS = Length of the section (m)
 LP = Length of the tip (m)

The sum of the volumes of all the tree sections, plus the stump volume and that of the tip, is equal to the total volume of the trunk:

$$VFT \text{ (m}^3\text{)} = \sum_{i=1}^n Vi + Vp + Vt \quad (4)$$

Where:

VFT = Total stem volume (m³)
 Vi = Volume of the *i*th log (m³)
 Vp = Volume of the tip (m³)
 Vt = Volume of the stump (m³).

Information analysis

A correlation analysis was carried out to compare the coefficients and to have a statistics base to verify if there is a significant association between diameters, heights and volumes, to observe their behavior, and, according to their tendency, to prove the most convenient models (Caillez, 1980; Volke, 2008; Rondeux, 2010). With the volumes of all the sample, a regression analysis was made in order to get a mathematical function that allows a prediction of the volume of a tree based on the dependency of the diameter and height variables, with an acceptable confidence degree (Volke, 2008; Rondeux, 2010).



1980; Volke, 2008; Rondeux, 2010). Con los volúmenes de toda la muestra, se aplicó un análisis de regresión para obtener una función matemática que permita predecir el volumen de un árbol con base en la dependencia de las variables diámetro y altura, con un nivel de confiabilidad aceptable (Volke, 2008; Rondeux, 2010).

Selección de modelos matemáticos empleados

En el estudio se emplearon algunos modelos de uso común en la construcción de tablas de volumen (Schumacher y Hall, 1933, citado por Diéguez *et al.*, 2003; Spurr, 1952, citado por Diéguez *et al.*, 2003; Caillez, 1980, Clutter *et al.*, 1983; Romahn *et al.*, 1994; Prodan *et al.*, 1997; Velasco *et al.*, 2007; Da Cunha y Guimaraes, 2009; Rondeux, 2010); los modelos seleccionados se muestran en el Cuadro 1.

Cuadro 1. Modelos matemáticos empleados para elaborar las ecuaciones de volumen con dos especies de pino.
Table 1. Mathematical models used for volume equations with two pine species.

Modelo	Forma no lineal	Forma linealizada
Schumacher-Hall	$VFU = aD^bH^c$	$\ln VFU = \ln a + b \ln D + c \ln H$
Thorner	$VFU = a(H/D)^b (D^2A)$	$\ln VFU = \ln a + b \ln (H/D) + \ln (D^2H)$
Spurr con Variable combinada lineal y no lineal	$VFU = a(D^2H)^b$	$VFU = a + b(D^2H)$
Spurr con Variable combinada no lineal y linealizada (forma logarítmica)	$VFU = a(D^2H)^b$	$\ln VFU = \ln a + b \ln (D^2H)$
Korsun	$VFU = a(D+1)^bH^c$	$\ln VFU = \ln a + b \ln (D+1) + c \ln H$

Donde:

VFU = Volumen fustal (m³)
D = Diámetro normal (m)
H = Altura (m)
a, b, c = Parámetros de la regresión a estimar

Where:

VFU = Stem volume (m³)
D = Normal diameter (m)
H = Height (m)
a, b, c = Parameters of the regression to be estimated

Comparación y validación de los modelos

Los estadísticos para la comparación y validación de los modelos fueron el nivel de significancia del modelo o la probabilidad p>F; el Cuadrado Medio del Error (CME); la distribución de los residuales; el Coeficiente de Determinación Ajustado (R²_{ajustado}) en modelos lineales o el Pseudo Coeficiente de Determinación (Pseudo R²) en modelos no lineales (Barrio *et al.*, 2004; Volke, 2008; Da Cunha y Guimaraes, 2009).

De igual manera, se calculó el Error Estándar de Estimación (%) comparado con el Índice de Furnival (%) (Furnival, 1961); los estadísticos de Durbin Watson para indicar la existencia o no de autocorrelación de los errores y la prueba de Shapiro-Wilk para confirmar la normalidad de los errores. La prueba de t para observar la significancia de los coeficientes de regresión y se utilizó la F de Snedecor como estadístico de prueba para comparar la homogeneidad de los modelos (Barrio *et al.*, 2004; Velasco *et al.*, 2006; Da Cunha y Guimaraes, 2009).

Selection of the mathematical models that were used

Some models of regular use in the construction of volume tables were used in this study (Schumacher and Hall, 1933 quoted by Diéguez *et al.*, 2003; Spurr, 1952 quoted by Diéguez *et al.*, 2003; Caillez, 1980, Clutter *et al.*, 1983; Romahn *et al.*, 1994; Prodan *et al.*, 1997; Velasco *et al.*, 2007; Da Cunha and Guimaraes, 2009; Rondeux, 2010); the models that were selected are in Table 1.



Comparison and validation of models

The statistics for comparison and validation of the models were the significance level of the model or the probability p>F; the Mean Square Error (MSE); the distribution of the residuals; Fitted Coefficient of Determination (R²_{fitted}) in linear models or Pseudo Coefficient Determination (Pseudo R²) in nonlinear models (Barrio *et al.*, 2004; Volke, 2008; Da Cunha and Guimaraes, 2009).

Similarly, the Standard Error of Estimate (%) compared to the Furnival index (%) (Furnival, 1961) was calculated; the Durbin Watson statistics to indicate the existence or not of autocorrelation of errors and Shapiro-Wilk test to confirm the normality of the errors. The t test to observe the significance of the regression coefficients and the Snedecor F as statistic test to compare the homogeneity of the models (Barrio *et al.*, 2004; Velasco *et al.*, 2006; Da Cunha and Guimaraes, 2009).

El proceso de selección del mejor modelo se hizo a partir del valor ponderado que atribuye valores o pesos a los estadísticos, conforme a la siguiente expresión:

$$VP = \sum_{i=1}^n Nr_i P_i$$

Donde:

VP = Valor ponderado del modelo
 Nr_i = Números de registro que obtuvieron el
 iésimo puesto
 P_i = Peso del iésimo puesto

Los estadísticos se ordenaron de acuerdo con su eficiencia. Se atribuyó el peso 1 para el modelo más eficiente y pesos crecientes para los demás modelos según la metodología de Thiersch (1997), citado por Da Cunha y Guimaraes (2009).

Homogeneidad de modelos

La factibilidad de emplear una sola ecuación para *P. lawsonii* y *P. oocarpa* indistintamente se evaluó mediante pruebas de homogeneidad de los coeficientes de regresión del mejor modelo seleccionado. Los estadísticos de prueba fueron la *Fcal*. Y *t*, como lo indican Muñoz *et al.* (2003).

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Depuración de la base de datos

Con las 152 muestras de *P. lawsonii* y 83 de *P. oocarpa* se realizó una corrida de los datos en *Statgraphics Centurión XV* para detectar y segregarse los valores atípicos de la muestra, que salen de la tendencia de la relación entre la variable respuesta y uno o más factores que la afectan (Volke, 2008), los que presentaron residuos "Estudentizados" mayores a 2 en valor absoluto, al final quedaron 134 muestras de *P. lawsonii* y 80 de *P. oocarpa*.

Análisis de correlación y análisis gráfico

Para verificar el supuesto de que las variables empleadas están correlacionadas y conocer la tendencia de las relaciones entre ellas por separado (Volke, 2008), se realizó un análisis de correlación con las variables diámetro normal, altura total y volumen; los resultados evidenciaron un alto grado de asociación en la relación diámetro-volumen, con coeficientes que variaron de 0.9525 a 0.9756 para las dos especies y localidades; en la relación con altura-volumen (H-V) y diámetro-altura (D-H) se obtuvo un menor grado de asociación, que fluctuó entre 0.8334 y 0.9918; y para D-H varió de 0.8771 a 0.9466 (Figura 1).

The process of selecting the best model was made from the weighted value that gives values or statistical weights according to the following expression:

$$VP = \sum_{i=1}^n Nr_i P_i$$

Where:

VP = Weighted value of the model
 Nr_i = Record numbers that got the ith position
 P_i = Weight of the ith position

Statistics were ordered according to their efficiency. Weight 1 was attributed for the most efficient model and increasing weights for the other models according to the methodology of Thiersch (1997) (quoted by Da Cunha and Guimaraes, 2009).

Homogeneity Model

The feasibility of using a single equation for *P. lawsonii* and *P. oocarpa* was assessed by tests of homogeneity of the regression coefficients of the best model selected. The test statistics were *Fcal*. Y *t*, as indicated by Muñoz *et al.* (2003).

RESULTS AND DISCUSSION

Purging the database

With the 152 samples of *P. lawsonii* and 83 of *P. oocarpa* a run of data was performed in *Statgraphics Centurion XV* to detect and segregate outliers from the sample, leaving the trend of the relationship between the response variable and one or more factors that affect it (Volke, 2008), which presented "Studentized" residuals greater than 2 in absolute value; at the end, 134 samples of *P. lawsonii* and 80 of *P. oocarpa* were left.

Correlation and graphic analysis

To verify the assumption that the variables used are correlated and know the trend of relations between them separately (Volke, 2008), a correlation analysis with the dbh, total height and volume variables was made; the results showed a high degree of association in the diameter-volume ratio, with coefficients ranging from 0.9525 to 0.9756 for the two species and localities; in the relation height-volume (H-V) and diameter-height (D-H), a lower degree of association was found, which fluctuated between 0.8334 and 0.9918; and for D-H, it varied from 0.8771 to 0.9466 (Figure 1).

The coefficients were highly significant, indicating that a significant association exists between the evaluated variables.

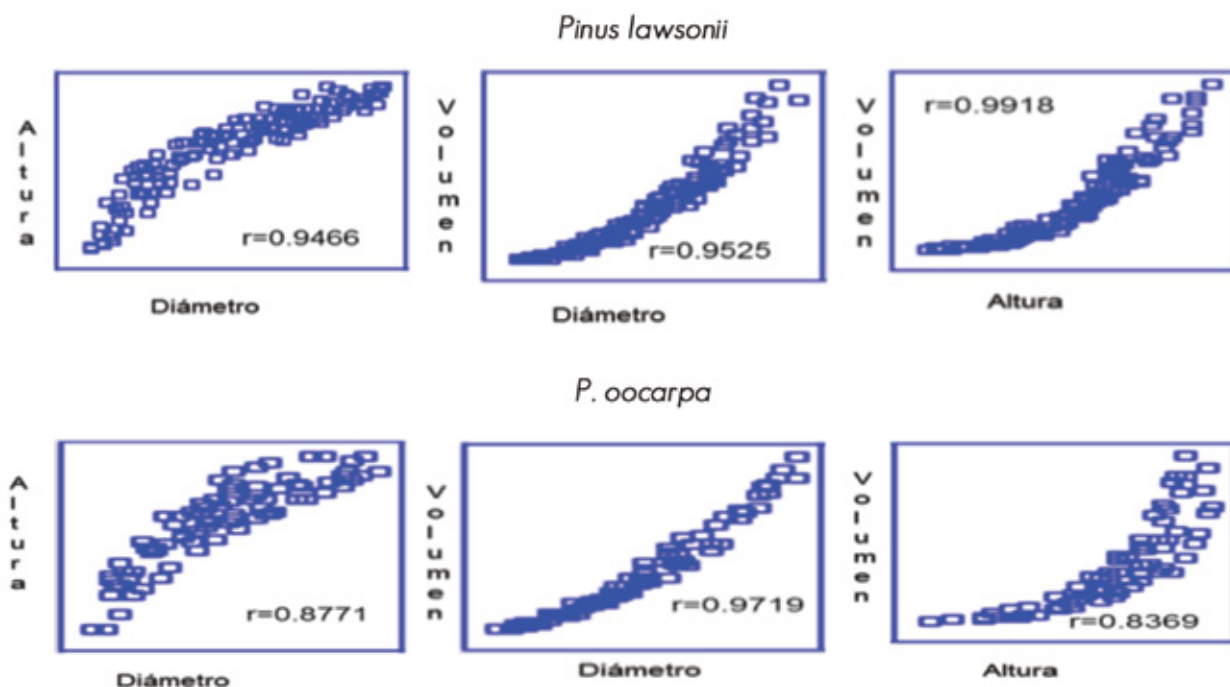


Figura 1. Nube de puntos de los datos observados y pruebas de correlación entre las variables diámetro, altura y volumen por especie y por localidad.

Figure 1. Cloud points of the observed data and evidence of correlation between the variables diameter, height and volume by species and location.

Los coeficientes fueron altamente significativos para indicar que existe una asociación significativa entre las variables evaluadas.

Al transformar los datos se observó una tendencia curvilínea en los gráficos, lo que concuerda con Alder (1980), Moret *et al.* (1998) y Couchard *et al.* (2009). Se verificó que la tendencia es, ahora, lineal, lo que demuestra que se trata de una regresión lineal al graficar las variables independientes D^2H y el volumen (Figura 2).

Índices estadísticos para la comparación de los modelos

Se emplearon cinco indicadores para comparar la bondad de ajuste de los modelos y en el Cuadro 2 se presenta el resumen general de los estadísticos.

Los estadísticos de cada modelo indican que para ambas especies el valor más bajo del CME correspondió al modelo de Spurr con variable combinada aritmética: *P. lawsonii* fue de 0.00469 y *P. oocarpa* de 0.00351.

By transforming the data a curvilinear trend was observed in the graphs, which is consistent with Alder (1980), Moret *et al.* (1998) and Couchard (2009). It was verified that the trend is now linear, demonstrating that this is a linear regression when making the graphic of the independent variables D^2H and volume (Figure 2).

Statistical indexes for comparing the models

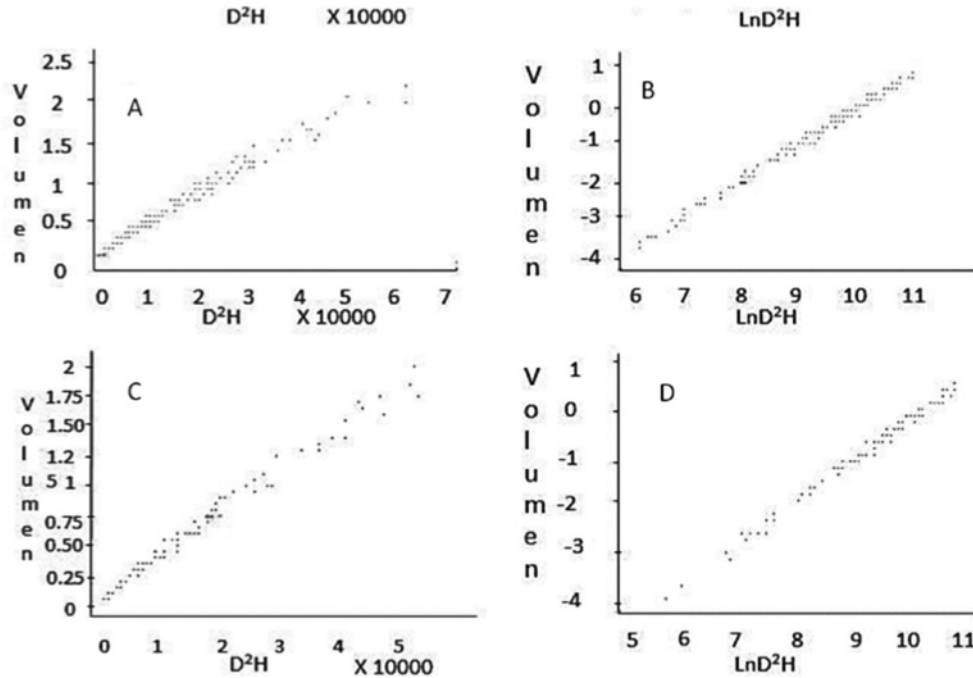
Five indicators were used to compare the goodness of fit of the models and Table 2 summarizes the overall statistics.

The statistics for each model indicate that for both species the lowest CME value corresponded to the Spurr model with combined arithmetic variable: *P. lawsonii* was 0.00469 and 0.00351 for *P. oocarpa*.

The calculated F and Snedecor's $p > F$ were used to test the statistical significance of regression (Alder, 1980); the highest value was obtained with Spurr's model logarithmic combined variable: *P. lawsonii* with 23 469.7 and *P. oocarpa*, 16 334.5; in both cases, $p > F$ was < 0.0001 , indicating the significance of the model.

Regarding the fitted R^2 , in both species the highest rate was achieved with the four logarithmic models: *P. lawsonii*, 0.996 and *P. oocarpa*, 0.995.





D= diámetro normal, H= altura, D²H = variable combinada

A y B = *P. lawsonii*; C y D = *P. oocarpa*.

A and B = *P. lawsonii*; C and D = *P. oocarpa*.

Figura 2. Nube de puntos de los datos observados de las variables transformadas D²H-volumen y Ln-D²H por especie y por localidad.

Figure 2. Cloud points of the observed data of the transformed variables D²H-volume and Ln-D²H by species and location.

Cuadro 2. Estadísticos para comparar cinco modelos matemáticos para elaborar ecuaciones de volúmenes de dos especies de pino.
Table 2. Statistical models to compare five mathematical equations to produce volumes of two species of pine.

Modelo	G.L.	CME	F cal.	p > F	R ² _{ajus}	EEE (%) y Furnival (%)
<i>Pinus lawsonii</i>						
Schumacher-Hall	133	0.00572	15319.7	<.0001	0.996	7.56
Thornber	133	0.00572	15319.7	<.0001	0.996	7.56
Spurr Var. Combinada logarítmica	133	0.00746	23469.7	<.0001	0.994	8.64
Spurr Var. Combinada aritmética	133	0.00469	7886.83	<.0001	0.983	10.40
Korsun	133	0.00592	14795.8	<.0001	0.995	7.69
<i>Pinus oocarpa</i>						
Schumacher-Hall	79	0.00577	8129.61	<.0001	0.995	7.60
Thornber	79	0.00577	8129.61	<.0001	0.995	7.60
Spurr Var. Combinada logarítmica	79	0.00574	16334.5	<.0001	0.995	7.58
Spurr Var. Combinada aritmética	79	0.00351	6003.20	<.0001	0.987	9.16
Korsun	79	0.00586	7998.17	<.0001	0.995	7.65

GL= Grados de libertad; CME = Cuadrado Medio del Error; F. cal = F calculada; p < F = Probabilidad mayor que F; R²_{ajus} = Coeficiente de Determinación Ajustado; EEE (%) = Error Estándar de Estimación (%).

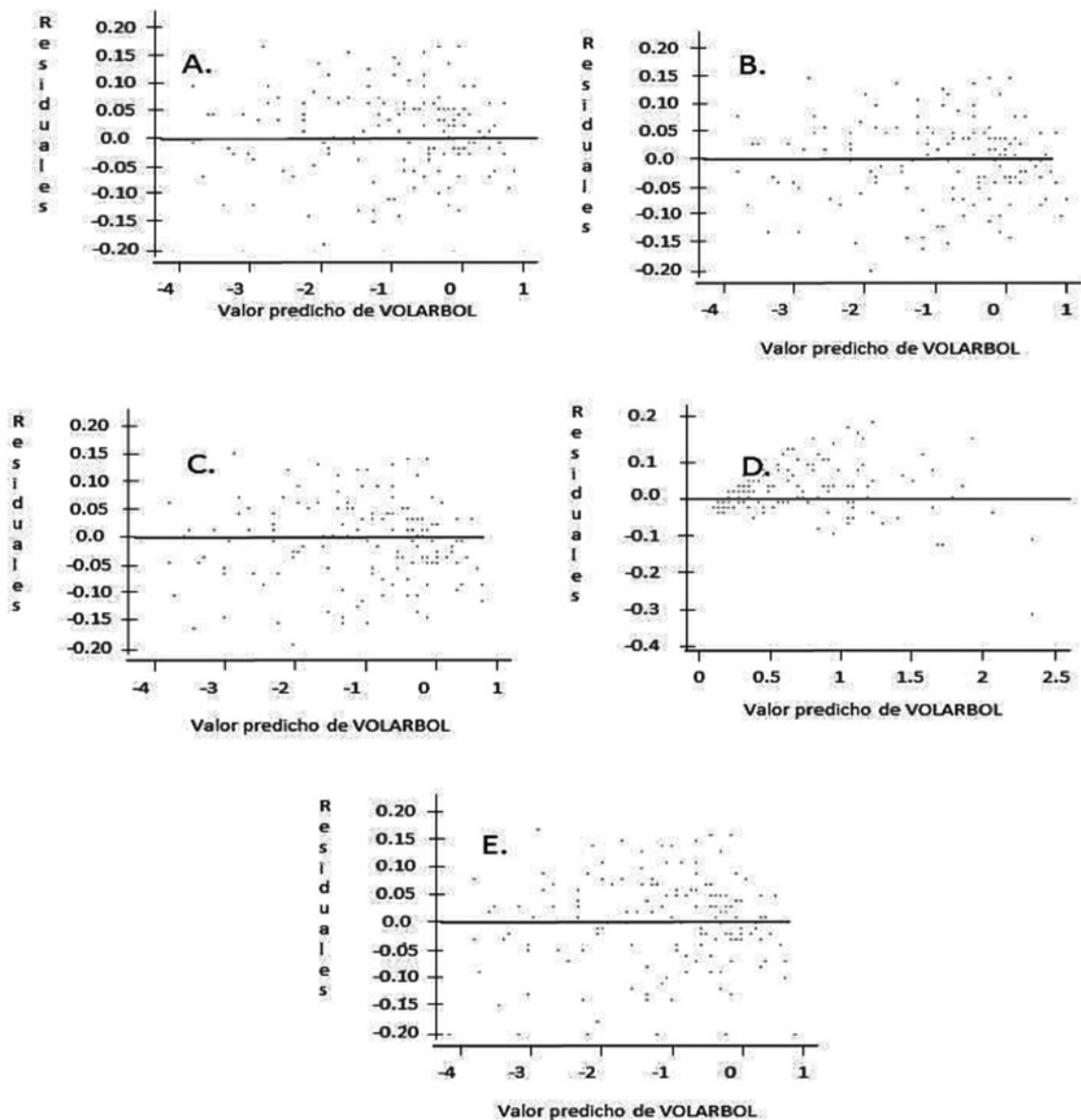
GL: Degrees of freedom; CME = Mean Square Error; F. cal = calculated F; p < F = Probability greater than F; R²_{ajus} = fitted coefficient of determination; EEE (%) = Standard Error of Estimate (%)

La F calculada y la p>F de Snedecor fueron utilizadas para comprobar la significación estadística de la regresión (Alder, 1980); el valor más alto se obtuvo con el modelo de Spurr con variable combinada logarítmica: *P. lawsonii*, con 23 469.7 y para *P. oocarpa*, 16 334.5; en los dos casos, la p>F fue <.0001, que indica la significancia del modelo.

Respecto a la $R^2_{ajustada}$, en ambas especies el mayor índice se logró con los cuatro modelos logarítmicos: *P. lawsonii*, 0.996 a 0.994 y en *P. oocarpa*, 0.995.

P. lawsonii had the lowest rate (7.56 %) of the standard error of estimate in percent (% EEE) and of the Furnival index (%) with the Schumacher-Hall and the Thornber models and for *P. oocarpa*, the Spurr model with logarithmic composite variable had the lowest deviation (7.58 %).

The graphical distribution of the residuals for *P. lawsonii* y *P. oocarpa* was acceptable with the four transformed dependent variable models, in which specific patterns outstand, in relation to the alleged violation of the assumption of the regression analysis;



A. = Shumacher-Hall; B. = Thornber; C. = Spurr con variable combinada logarítmica; D. = Spurr con variable combinada aritmética; E. = Korsun.

Figura 3. Distribución de residuales para *Pinus lawsonii* Roetzl.

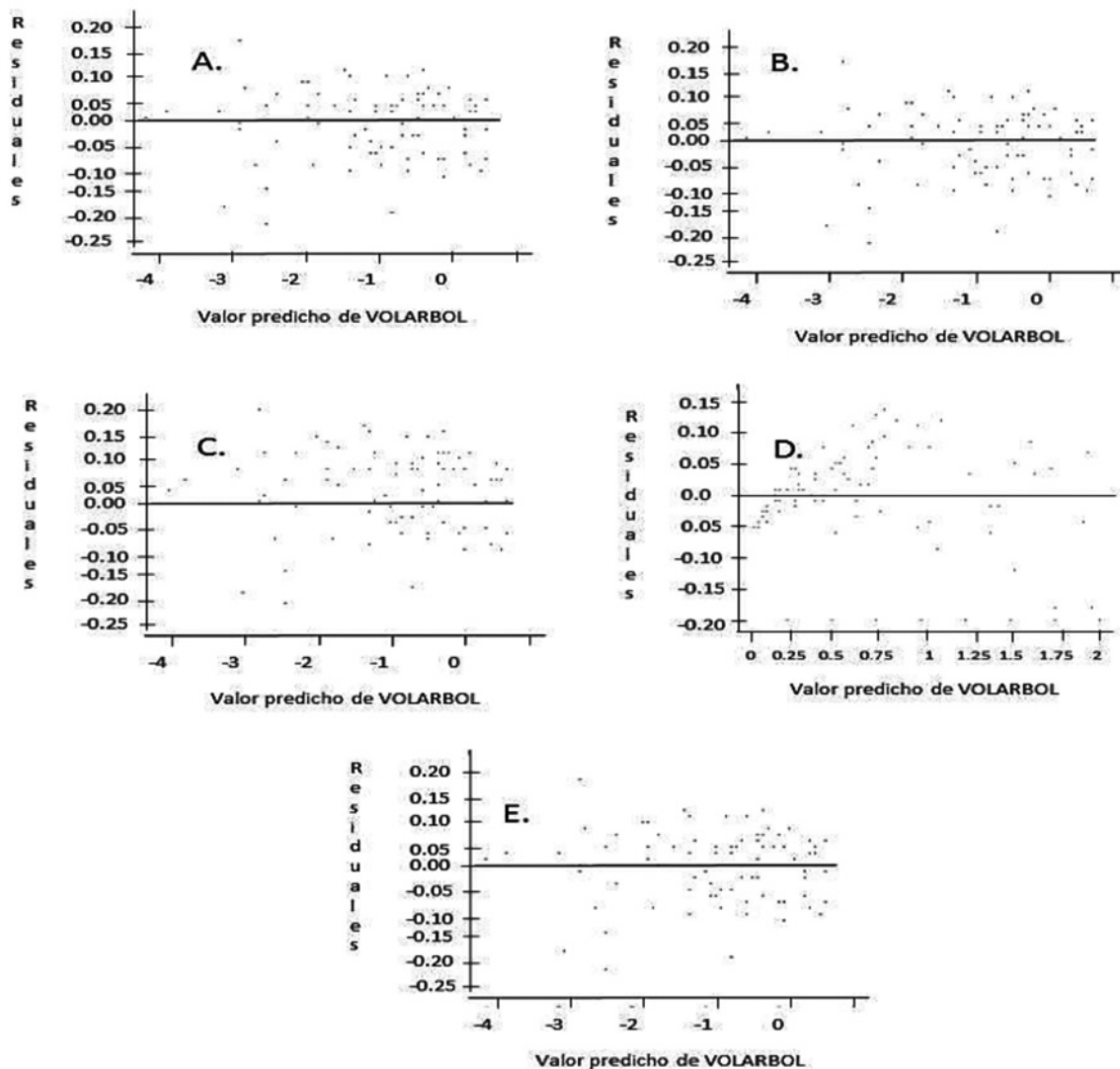
Figure 3. Distribution of residuals for *Pinus lawsonii* Roetzl.

El error estándar de estimación en porcentaje (EEE%) y el Índice de Furnival (%), para *P. lawsonii*, los modelos de Schumacher-Hall y Thornber presentaron el menor índice (7.56 %) y en *P. oocarpa*, el modelo de Spurr con variable combinada logarítmica tuvo la menor desviación (7.58 %).

La distribución gráfica de los residuales para *P. lawsonii* y *P. oocarpa* fue aceptable con los cuatro modelos de variable dependiente transformada, en los cuales se destacan patrones específicos, en relación con la violación del supuesto del análisis de regresión; con el modelo de Spurr con variable combinada aritmética, la distribución evidenció una mala distribución de residuos, ya que forma un patrón en forma de embudo (figuras 3 y 4).

with Spurr's model with the combined arithmetic variable, the distribution showed a poor distribution of residuals, as it forms a funnel-shaped pattern (figures 3 and 4).

In Table 3 are summarized the results of the normality test and autocorrelation of residuals, as well as the validation of the coefficients of the models. The Durbin Watson statistic indicates that for *P. lawsonii* the closest values to 2 came from Schumacher-Hall, Thornber, Korsun and the logarithmic Spurr models (2.32 to 2.02); and in *P. oocarpa*.



A. = Shumacher-Hall; B. = Thornber, C. = Spurr con variable combinada logarítmica; D. = Spurr con variable combinada aritmética; E. = Korsun.
 A. = Shumacher-Hall; B. = Thornber, C. = Spurr with the combined logarithmic variable; D. = Spurr with the combined arithmetic variable; E. = Korsun.

Figura 4. Distribución de residuales para *Pinus oocarpa* Schiede.

Figure 4. Distribution of residuals for *Pinus oocarpa* Schiede.

En el Cuadro 3, se resumen los resultados de las pruebas de normalidad y autocorrelación de los residuos, así como de la validación de los coeficientes de los modelos. El estadístico de Durbin Watson señala que para *P. lawsonii* los valores más próximos a 2, se obtuvieron con los modelos de Schumacher-Hall, Thornber, Korsun y Spurr logarítmico (2.32 a 2.02); y en *P. oocarpa*, los modelos logarítmicos fueron los que lograron los valores más aproximados (1.829 a 1.856).

En la prueba de Shapiro-Wilk, con *P. lawsonii*, la mayor significancia se determinó con el modelo de Korsun ($p=0.4815$) y en *P. oocarpa* con el modelo de Spurr con variable combinada logarítmica ($p=0.3209$).

In the Shapiro-Wilk test, with *P. lawsonii*, the greatest significance was determined with the Korsun model ($p=0.4815$) and in *P. oocarpa* with the Spurr with the combined logarithmic variable ($p=0.3209$).

In Table 4 are shown the equations obtained with the two assessed species and in figures 5 and 6, the distribution of estimated volumes in regard to those sampled; the acceptable relation between both volumes can be observed in them.



Cuadro 3. Pruebas para la validación de los modelos ensayados para dos especies de pino.
Table 3. Tests to validate the models that were practiced for two pine species.

Modelo	Durbin-Watson	Shapiro-Wilk			β_0		β_1		β_2			
		Valor	p > 0.05	Coefficiente	Valor de t	Prob. de t	Coefficiente	Valor de t	Prob. de t	Coefficiente	Valor de t	Prob. de t
<i>Pinus lawsonii</i>												
Schumacher-Hall	2.32	0.990029	0.4418	-9.51186	178.00	<.0001	1.55858	33.06	<.0001	1.28950	22.91	<.0001
Thornber	2.32	0.990029	0.4418	-9.51186	0.05344	<.0001	0.34014	6.46	<.0001	0.94936	151.14	<.0001
Spurr Var. Comb. Logarítmica	2.02	0.982864	0.0857	-9.37143	168.14	<.0001	0.92762	153.20	<.0001			
Spurr Var. Comb. Aritmética	1.16	0.932566	<.00001	0.05523	6.21	<.0001	0.00003754	88.81	<.0001			
Korsun	2.26	0.990461	0.4815	-9.86167	184.84	<.0001	1.62915	32.42	<.0001	1.30729	22.99	<.0001
<i>Pinus oocarpa</i>												
Schumacher-Hall	1.86	0.974196	0.105	-9.06360	137.86	<.0001	1.75388	41.59	<.0001	0.93034	19.59	<.0001
Thornber	1.86	0.974196	0.105	-9.06360	137.86	<.0001	0.03560	0.80	0.427	0.89474	120.86	<.0001
Spurr Var. Comb. Logarítmica	1.83	0.981986	0.3209	-9.05422	140.30	<.0001	0.89282	127.81	<.0001			
Spurr Var. Comb. Aritmética	1.57	0.96513	0.028	0.06483	6.47	<.0001	0.0000358	77.48	<.0001			
Korsun	1.84	0.97209	0.0772	-9.43771	137.22	<.0001	1.82169	41.24	<.0001	0.95674	20.21	<.0001

En el Cuadro 4 se presentan las ecuaciones obtenidas con las dos especies evaluadas y en las figuras 5 y 6, la distribución de los volúmenes estimados respecto a los muestrales, en ellas se observa la aceptable relación entre ambos volúmenes.

Selection of models by weighted values

Models with lower scores are considered the most suitable for the final selection; for *P. lawsonii*, they were Schumacher-Hall and Thornber (12) and for *P. oocarpa*, the Schumacher-Hall, Thornber and Spurr combined with logarithmic variable (11) models (Table 5).

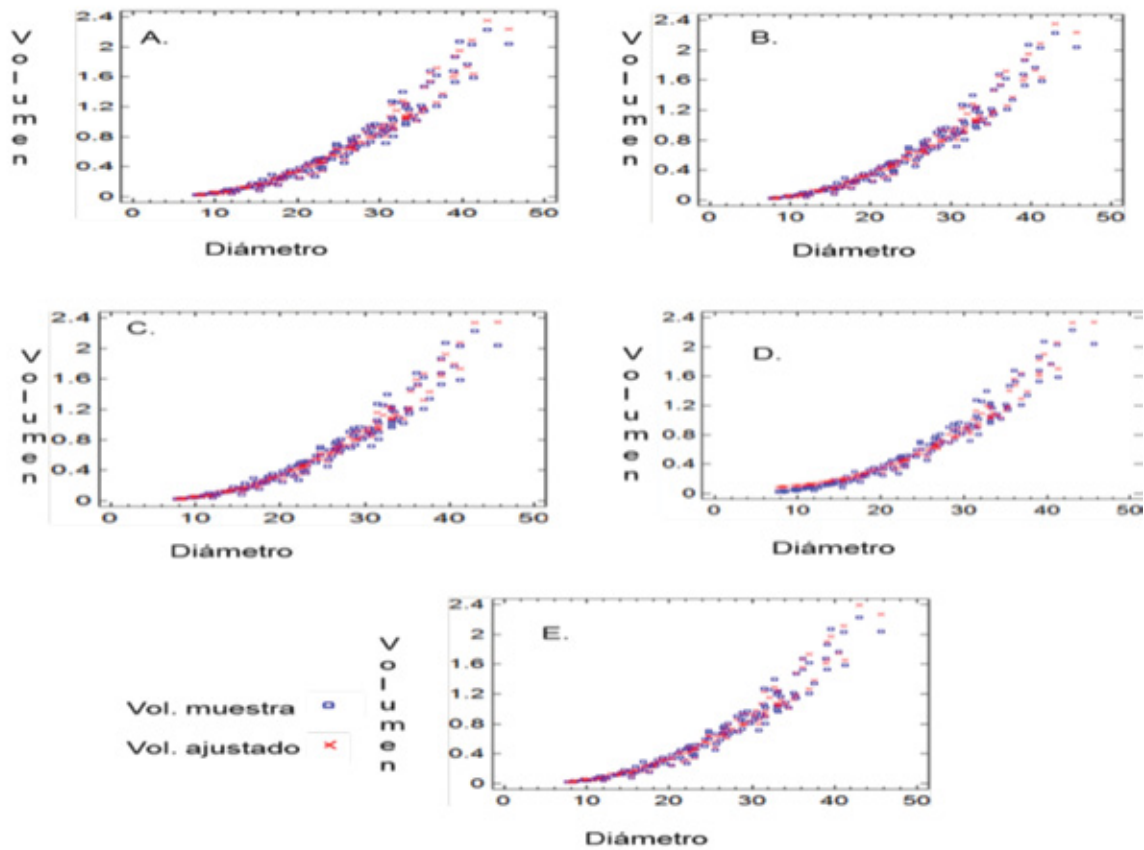


Cuadro 4. Ecuaciones de regresión para dos especies de pino.
Table 4. Regression equations for two pine species.

Modelo	Ecuación
<i>Pinus lawsonii</i>	
Schumacher-Hall	$V=0.0000739693 D^{1.55858} H^{2.8995}$
Thornber	$V=0.0000739693 (H/D)^{0.34014} (D^2 H)^{0.94936}$
Korsun	$V=0.0000521352 (D+1)^{1.62915} (H)^{1.30729}$
Spurr con Var. comb. no lineal	$V=0.0000851216 (D^2 H)^{0.92762}$
Spurr con Var. comb. Aritmética	$V= 0.05523+ 0.00003754 (D^2 H)$
<i>Pinus oocarpa</i>	
Schumacher-Hall	$V=0.0001158053 D^{1.75388} H^{0.93034}$
Thornber	$V=0.0001158053 (H/D)^{0.03560} (D^2 H)^{0.89414}$
Korsun	$V= 0.0000796626 (D+1)^{1.82169} (H)^{0.95674}$
Spurr con Var. comb. no lineal	$V=0.0001168967 (D^2 H)^{0.89282}$
Spurr con Var. comb. Aritmética	$V=0.06483 + 0.0000358 (D^2 H)$

A. = Shumacher-Hall; B. = Thornber; C. = Spurr con variable combinada logarítmica; D. = Spurr con variable combinada aritmética; E. = Korsun.

A. = Shumacher-Hall; B. = Thornber; C. = Spurr with the combined logarithmic variable; D. = Spurr with the combined arithmetic variable; E. = Korsun.



A. = Shumacher-Hall; B. = Thornber; C. = Spurr con variable combinada logarítmica; D. = Spurr con variable combinada aritmética; E. = Korsun.
A. = Shumacher-Hall; B. = Thornber; C. = Spurr with the combined logarithmic variable; D. = Spurr with the combined arithmetic variable; E. = Korsun.

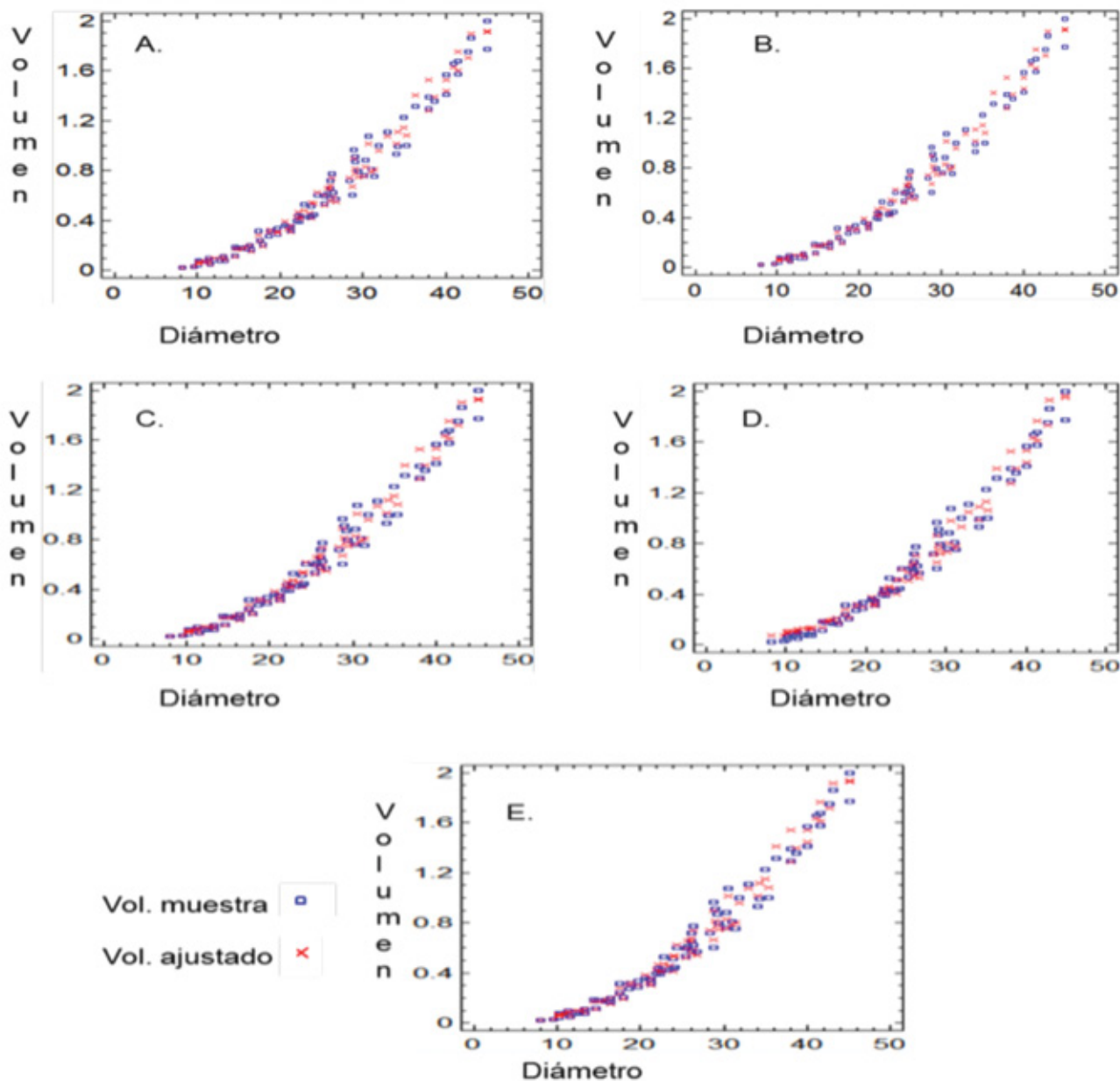
Figura 5. Comparación gráfica de volúmenes reales y volúmenes predichos para *Pinus lawsonii* Roehl.

Figure 5. Graphic comparison of real volumes and predicted volumes for *Pinus lawsonii* Roehl.

Selección de modelos por Valores Ponderados

Los modelos con menor puntaje se consideran los más idóneos para la selección final; para *P. lawsonii*, fueron los modelos de Schumacher-Hall y Thornber (12) y en *P. oocarpa*, los modelos de Schumacher-Hall, Thornber y Spurr con variable combinada logarítmica (11) (Cuadro 5).

The Schumacher-Hall model was chosen for the two pine species, in spite of having a similar value to Thornber's for *Pinus lawsonii* and Spurr's for *Pinus oocarpa*; however, it was preferred for its simplicity as it has a smaller number of coefficients (Caillez, 1980; Velasco *et al.*, 2007; Volke, 2008; Da Cunha, 2009; Rondeux, 2010) being broadly used in the generation of volume equations.



A. = Schumacher-Hall; B. = Thornber; C. = Spurr con variable combinada logarítmica; D. = Spurr con variable combinada aritmética; E. = Korsun.

Figura 6. Comparación gráfica de volúmenes reales y volúmenes predichos para *Pinus oocarpa* Schiede.

Figure 6. Graphic comparison of real volumes and predicted volumes for *Pinus oocarpa* Schiede.

Cuadro 5. Valores ponderados de los estimadores para determinar el mejor modelo.
Table 5. Weighted values of the estimators to determine the best model.

<i>Pinus lawsonii</i>							
	CME	F cal.	R ² _{ajus}	EEE% y Furnival	Durbin-Watson	Shapiro-Wilk	Total
Schumacher-Hall	2	3	1	1	3	2	12
Thornber	2	3	1	1	3	2	12
Spurr Var. Combinada logarítmica	4	2	3	3	1	3	16
Spurr Var. Combinada aritmética	1	1	4	4	4	4	18
Korsun	3	4	2	2	2	1	14
<i>Pinus oocarpa</i>							
Schumacher-Hall	3	2	1	2	1	2	11
Thornber	3	2	1	2	1	2	11
Spurr Var. Combinada logarítmica	2	1	1	1	3	1	11
Spurr Var. Combinada aritmética	1	4	2	4	4	4	19
Korsun	4	3	1	3	2	3	16

El modelo de Schumacher-Hall, fue el seleccionado para las dos especies de pino, pese a que tuvo un valor similar al de Thornber, en el caso de *Pinus lawsonii* y el modelo de Spurr para *Pinus oocarpa*; sin embargo se prefirió por su simplicidad, por contar con menor número de coeficientes (Callez, 1980; Velasco *et al.*, 2007; Volke, 2008; Da Cunha y Guimaraes 2009; Rondeux, 2010); además de ser ampliamente utilizado en la generación de ecuaciones de volumen.

Homogeneidad de los modelos

Se procedió a verificar la posibilidad de emplear una sola ecuación (modelo Schumacher-Hall) para predecir el volumen de árboles de *P. lawsonii* y *P. oocarpa*, los resultados son como se indica a continuación:

$$F_c = \frac{SCE - (SCE_1 + SCE_2)}{r \left[\frac{SCE_1 + SCE_2}{N_1 + N_2 - 2(r)} \right]} = \frac{270.2969 - (176.0559 + 94.19214)}{2 \left[\frac{176.0559 + 94.19214}{134 + 80 - 2(2)} \right]} = \frac{0.04891}{2.57379} = 0.019003$$

La segunda metodología para comprobar el resultado se realizó la prueba de *t* con dicha modalidad:

$$T_c = \frac{B_1 \cdot B_2}{\sqrt{Z \left(\frac{1}{SCT_1} + \frac{1}{SCT_2} \right)}} = \frac{1.75388 - 1.55858}{\sqrt{1.810067 \left(\frac{1}{94.1921} + \frac{1}{176.0559} \right)}} = \frac{0.1953}{0.144817} = 1.3486$$

$$Z = \frac{SCT_1 + SCT_2}{(N_1 + N_2) - 4} = \frac{176.0559 + 94.19214}{(134 + 80) - 4} = \frac{270.248}{210} = 1.810067$$

Uniformity of the models

When the possibility to use one single equation (Schmacher-Hall model) to predict the volume of *P. lawsonii* and *P. oocarpa* trees was tested, the results came as follows:

$$F_c = \frac{SCE - (SCE_1 + SCE_2)}{r \left[\frac{SCE_1 + SCE_2}{N_1 + N_2 - 2(r)} \right]} = \frac{270.2969 - (176.0559 + 94.19214)}{2 \left[\frac{176.0559 + 94.19214}{134 + 80 - 2(2)} \right]} = \frac{0.04891}{2.57379} = 0.019003$$

The second methodology to compare the result was made by the *t* test with such modality:

$$T_c = \frac{B_1 \cdot B_2}{\sqrt{Z \left(\frac{1}{SCT_1} + \frac{1}{SCT_2} \right)}} = \frac{1.75388 - 1.55858}{\sqrt{1.810067 \left(\frac{1}{94.1921} + \frac{1}{176.0559} \right)}} = \frac{0.1953}{0.144817} = 1.3486$$

$$Z = \frac{SCT_1 + SCT_2}{(N_1 + N_2) - 4} = \frac{176.0559 + 94.19214}{(134 + 80) - 4} = \frac{270.248}{210} = 1.810067$$

Where:

- B_1 = *P. lawsonii*'s regressor;
- B_2 = *P. oocarpa*'s regressor
- SCT_1 = Total square sum for *P. lawsonii*
- SCT_2 = Total square sum for *P. oocarpa*
- SCE = Sum of squares for error (running the model for the two species)
- SCE_1 = Sum of squares for error of *P. lawsonii*
- SCE_2 = Sum of squares for error of *P. oocarpa*
- N_1 = Number of observations of *P. lawsonii*

Donde:

- B_1 = Regresor de *P. lawsonii*
- B_2 = Regresor de *P. oocarpa*
- SCT_1 = Suma de cuadrados total de *P. lawsonii*
- SCT_2 = Suma de cuadrados total para *P. oocarpa*
- SCE = Suma de cuadrados del error (corriendo el modelo para las dos especies)
- SCE_1 = Suma de cuadrados del error de *P. lawsonii*
- SCE_2 = Suma de cuadrados del error de *P. oocarpa*
- N_1 = Número de observaciones de *P. lawsonii*
- N_2 = Número de observaciones de *P. oocarpa*
- t_c = Valor de t de Student calculado
- t_{tab} = Valor de t de Student tabulada
- F_c = Valor de F calculado
- F_{∞} = Valor de F de Snedecor tabular
- r = Número de modelos comparados.

- N_2 = Number of observations of *P. oocarpa*
- t_c = Calculated Student t value
- t_{tab} = Weighted Student t value
- F_c = Calculated F value
- F_{∞} = Weighted Snedecor F value
- r = Number of compared models

As $F_c = 0.19003$ and $>F_{t_{0.05, 2, 215} gl} = 3.04$, it is concluded that it is feasible to use one single model for both species. The second test confirms it, as $t_c = 1.3486$ and the weighted $t_{tab, 0.5, a, gl} = 1.96$, as the value of tables is higher, it is inferred that both equations are statistically similar, and thus it can be used to estimate the stem volume of *P. lawsonii* and *P. oocarpa*.

Construction of volume tables

In Tables 6 and 7 are shown the volume tables with the best equations for each locality and species.

Como $F_c = 0.19003$ y $>F_{t_{0.05, 2, 215} gl} = 3.04$, se concluye que si es factible emplear un solo modelo para ambas especies. La segunda prueba lo confirma, puesto que $t_c = 1.3486$ y el tabular $t_{tab, 0.5, a, gl} = 1.96$, al ser mayor el valor de tablas, se infiere que las dos ecuaciones son estadísticamente semejantes, por lo que se pueden usar para estimar el volumen fustal de *P. lawsonii* y *P. oocarpa*.

Construcción de las tablas de volumen

Las tablas de volumen con las mejores ecuaciones de cada localidad y especie se muestran en los cuadros 6 y 7.



Cuadro 6. Tabla de volumen para *Pinus lawsonii* Roehl. con el del modelo de Schumacher.
Table 6. Volume table for *Pinus lawsonii* Roehl. with the Schumacher model.

D/H	5	10	15	20	25	30	35
10	0.021328	0.052135					
15	0.040124	0.098081					
20		0.153572	0.259048271				
25		0.217447	0.366794409	0.531534			
30		0.288911	0.487341071	0.706222	0.941688		
35			0.619690646	0.898015	1.197427		
40			0.763062356	1.105779	1.474463	1.865255	2.275444
45			0.916822637	1.328599	1.771574	2.241112	2.733955
50					2.087738	2.641072	3.221871
55					2.422087	3.064037	3.73785
60						3.509058	4.280736
65						3.975301	4.849511
70							5.443276

V=0.0000728324 D^{1.96773} H^{0.087162}

Cuadro 7. Tabla de volumen para *Pinus oocarpa* Schiede con el del modelo de Schumacher.
Table 7. Volume table for *Pinus oocarpa* Schiede with the Schumacher model.

D/H	5	10	15	20	25	30	35
10	0.029348	0.055831					
15	0.059943	0.114035					
20		0.189278	0.275726				
25		0.280411	0.408481				
30			0.56317	0.735457	0.904629		
35			0.738852	0.964885	1.186831	1.405572	
40				1.220734	1.50153	1.778273	2.051689
45				1.502171	1.847705	2.18825	2.524702
50				1.808487	2.224479	2.634467	3.039527
55						3.116023	3.595124
60						3.63212	4.190574
65							4.825056
70							5.497833

$V = 0.00011421 D^{1.76137} H^{0.9278}$

CONCLUSIONES

El tamaño de muestra empleado en las dos localidades y las especies estudiadas está dentro de los límites recomendados para dar confiabilidad a los resultados.

Se confirma que el diámetro y la altura son buenos predictores del volumen y se corrobora que las ecuaciones y tablas de volumen son una herramienta fundamental para la estimación de los volúmenes reales de los bosques, lo que resultará en una buena conducción de los aprovechamientos forestales en las localidades y con las especies estudiadas.

De los modelos probados con *P. lawsonii* y *P. oocarpa* se recomienda el de Schumacher-Hall, puesto que presentó los mejores estadísticos y el mayor ajuste para los valores observados y estimados del volumen fustal con corteza.

Las ecuaciones de *P. lawsonii* y *P. oocarpa* son estadísticamente similares por lo que se pueden emplear indistintamente en la estimación del volumen fustal.

REFERENCIAS

- Alder, D. 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos. Vol. 2 Predicción del rendimiento. Estudio FAO: Montes 22/2. Roma, Italia. 80 p.
- Anguiano C., J., J. Alcánta, A. Ruíz C., J. González A., I. Viscaíno V., R. Regalado R. y C. De la Mora O. 2003. Recursos edafo-climáticos para la planeación del sector productivo en el estado de Michoacán. Sagarpa-INIFAP. Uruapan, Mich. México. Libro Técnico Núm. 1. 173 p.

CONCLUSIONS

The sample size used in both places and of the studied species is within the limits recommended to have reliable results.

It is confirmed that diameter and height are good predictors of volume and it is proved that equations and volume tables are a basic tool to estimate the real volumes of forests, which will lead to a good forest harvest in the localities and studied species.

Of the tested models with *P. lawsonii* and *P. oocarpa*, the Schumacher-Hall is recommended as it showed the best statistics and the best fit for the observed and estimated volume values of stem with bark

The *P. lawsonii* and *P. oocarpa* equations are statistically similar, which makes it possible to use them interchangeably in the estimation of stem volume.

End of the English version



- Bailey, R. L. 1995. Upper-stem volumes from stem-analysis data: an overlapping bolt method. *Can. J. Forest Res.* 25:170-173.
- Barrio A., M., J. G. Álvarez G. y J. Díaz M. H. 2004. Elaboración de una tarifa con clasificación de productos para *Quercus robur* L. en Galicia basada en un modelo de volumen porcentual. *Invest Agrar. Sist. Recur. For.* 13(3): 506-517.
- Callez, F. 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos. Vol. 1. Estimación del volumen. FAO. Roma. Italia. 92 p.
- Carrillo A., F., M. Acosta M., G. Tenorio G. y F. Becerra L. 2004. Tablas de volúmenes para *Pinus patula* Schl. et Cham. en el estado de Hidalgo. INIFAP. Pachuca, Hgo. México. 15 p.
- Clutter, J. L., J. C. Fortson, L. V. Pienaar, G. H. Brister and R. L. Bailey. 1983. Timber management: a quantitative approach. John Wiley & Sons, Inc. New York, NY. USA. 333 p.
- Couchard, L., R. Sbrancia, A. Medina y A. Rabino. 2009. Funciones de volumen total para *Prosopis caldenia* (Burk) en Argentina. *Quebracho* 17(1): 41-51.
- Da Cunha, T. A. y C. A. Guimaraes F. 2009. Modelo de regresión para estimar el volumen total con corteza de árboles de *Pinus taeda* L. en el sur de Brasil. *Kuru: Revista forestal (Costa Rica)* 6(16): 15 p.
- Diéguez, A. U., M. Barrio A., F. Castedo D., A. D. Ruíz G., M. F. Álvarez T., J. G. Álvarez G. y A. Rojo A. 2003. Dendrometría. Ediciones Mundi-Prensa. Madrid, España. 327 p.
- Fucaraccio, F. y G. M. Stafieri. 1999. Desarrollo y uso de ecuaciones de volumen y tablas de volumen en la República de Argentina. Facultad de Ciencias Agrarias y Forestales. Universidad Nacional de La Plata. Facultad de Ciencias Agrícolas y Forestales. La Plata, Buenos Aires. Argentina. Informe Técnico UNLP. 26 p.
- Furnival, G. M. 1961. An index for comparing equations used in constructing volume tables. *For. Scie.* 7: 337-341.
- García, E. 1988. Atlas Climático de la República Mexicana. Ed. Porrúa. México, D.F. México. 250 p.
- Honorato-Salazar, J. A. 2011. Modelos volumétricos fustales para *Acrocarpus raxinifolius* Wight & Arn. en plantaciones agroforestales de la Sierra Norte de Puebla. *Rev. Mex. Cien. For.* 2(6):55-72.
- Instituto Nacional de Estadística Geografía e Informática (INEGI). 1985. Síntesis geográfica del estado de Michoacán. Secretaría de Programación y Presupuesto. México, D.F. México. 341 p.
- Loestsch, F., F. Zöhler and K. E. Haller. 1973. Forest Inventory. Volume 2. BLV Verlagsgesellschaft mbH. München, Germany. 468 p.
- Montes de Oca C., E., S. Corral R. y J. A. Nájera L. 2008. Ajuste de ecuaciones de volumen en *Pinus duranguensis* en la Comunidad Las Flechas, Durango, México. *Inter Sedes* 9(17):173-180.
- Moret, A. Y., M. Jerez y A. Mora. 1998. Determinación de ecuaciones de volumen para plantaciones de teca (*Tectona grandis* L.) en la Unidad Experimental de la Reserva Forestal Caparo, Estado Barinas-Venezuela. *Rev. Forest. Venez.* 42 (1):41-50.
- Muñoz F., H. J., S. Madrigal H., M. Aguilar R., J. García M. y M. Lara R. 2003. Tablas de volumen para *Pinus lawsonii* Roetzl y *P. pringlei* Shaw. en el Oriente de Michoacán. *Cien. For. Méx.* 28(94):81-104.
- Muñoz F., H. J., J. C. Velarde R., J. J. García M., J. T. Sáenz R., E. H. Olvera D. y J. Hernández R. 2012. Predicción de volúmenes de fuste total para plantaciones de *Pinus greggii* Engelm. *Rev. Mex. Cien. For.* 3(14):11-22.
- Prodan, M., R. Peters, F. Cox y P. Real. 1997. *Mensura Forestal*. IICA-BMZ/GTZ. San José, Costa Rica. 586 p.
- Romahn de la V., C. F., H. Ramírez M. y J. L. Treviño G. 1994. Dendrometría. Universidad Autónoma Chapingo. Texcoco, Edo. de Méx. México. 354 p.
- Rondeux, J. 2010. Medición de árboles y masas forestales. Ediciones Mundi-Prensa. Madrid, España. 521 p.
- Salas, C., L. Nieto y A. Irisarri. 2005. Modelos de volumen para *Pinus pinaster* Ait. en la Comarca del Baixo Miño, Galicia España. *Quebracho* 12: 11-22.
- Velasco B., E., S. Madrigal H., I. Vázquez C., A. González H., F. Moreno S. 2006. Manual para la elaboración de tablas de volumen fustal en pino. INIFAP-Conacyt-Conafor. México, D.F. México. Libro Técnico No. 1. 34 p.
- Velasco B., E., S. Madrigal H., I. Vázquez C., A. González H. y F. Moreno S. 2007. Tablas de volumen con corteza para *Pinus douglasiana* y *P. pseudostrobus* del Sur Occidente de Michoacán. *Cien. For. en Méx.*32(101):93-116.
- Volke, H. V. 2008. Estimación de funciones de respuesta para información de tipo no experimental, mediante regresión. Colegio de Postgraduados. Montecillo, Edo. de Méx. México. 113 p.



David A. Rodríguez Arias
chiroxiphia@hotmail.com



©Manuel Grosselet & Georgita Ruiz
www.terradeaves.com