



Artículo / Article

## Ecuaciones altura-diámetro generalizadas para *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. en el estado Hidalgo

### Generalized height-diameter equations for *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. in the state of Hidalgo

Jonathan Hernández Ramos<sup>1</sup>, Xavier García Cuevas<sup>1</sup>, Adrián Hernández Ramos<sup>2</sup>,  
José Jesús García Magaña<sup>3</sup>, Hipólito Jesús Muñoz Flores<sup>4</sup>, Celestino Flores López<sup>5</sup>  
y Guadalupe Geraldine García-Espinoza<sup>3</sup>

#### Resumen

La relación altura-diámetro es importante en inventarios forestales para determinar existencias y modelos de crecimiento; sin embargo, la medición de la altura implica mayor dificultad y costo, por lo que una opción es hacerlo mediante una submuestra, para lo cual resulta conveniente el uso de ecuaciones. El objetivo de este estudio consistió en seleccionar una ecuación generalizada de mejor ajuste para estimar la relación altura total en función del diámetro normal (h-d) para rodales puros de *Pinus teocote* en el oriente del estado de Hidalgo. Se utilizaron 1 985 pares de datos de h-d, de ellos 1 802 fueron para el ajuste de 13 expresiones mediante el procedimiento *MODEL* y la técnica *SUR*, y 183 pares para su validación. La selección de las ecuaciones se hizo de acuerdo a la bondad de ajuste del Cuadrado Medio del Error y  $R^2_{ajustada}$ . Se verificó la normalidad de los datos, la heterogeneidad de varianzas y la homogeneidad de los residuales. La ecuación de Gadow y Hui fue la de mejor ajuste con  $R^2_{ajustada} = 0.9396$  y Raíz CME = 1.628. Los valores de las pruebas de *Shapiro-Wilk* (0.982776), *Durbin-Watson* (1.831), *Breusch-Pagan* (2.71) y el sesgo absoluto (0.013) validan la ecuación. No se obtuvieron diferencias significativas entre los valores predichos y los reales (prueba de "t" al 95 %). Con este modelo es posible estimar la altura total de *P. teocote* a partir del diámetro normal, diámetro cuadrático y la altura media del arbolado presente en el sitio.

**Palabras clave:** Altura total, diámetro normal, ecuación generalizada, modelos no lineales, *Pinus teocote* Schlecht. & Cham., rodal.

#### Abstract

The height-diameter relationship is important in forest inventories to determine the stock and growth models. However, measuring the height entails greater difficulty and cost, so an option is to do it by means of a subsample, for which the use of equations is convenient. The objective of this study was to select a generalized best fit equation to estimate the relationship of total height as a function of normal diameter (h-d) for pure pine stands of *Pinus teocote* in the eastern area of the state of Hidalgo. A total of 1 985 pairs of h-d data were used; 1 802 pairs were utilized to adjust the 13 equations by means of the *MODEL* procedure and the *SUR* technique, and 183 pairs, to validate them. The equations were selected based on a goodness-of-fit test with Mean Square Error and  $R^2_{adjusted}$ . The normality of the data, the heterogeneity of the variances and the homogeneity of the residuals were verified. The Gadow and Hui equation displayed the best fit with  $R^2_{adjusted} = 0.9396$  and Root MSE = 1.628. The values of the Shapiro-Wilk test (0.982776), the Durbin-Watson test (1.831) and the Breusch-Pagan test (2.71) and the absolute bias (0.013) validate the equation. No significant differences between the predicted and the real values were found (t test at 95 %). With this model, it is possible to estimate the total height of *P. teocote* on the basis of the normal diameter, the square diameter and the mean height of the trees at the site.

**Key words:** Total height, normal diameter, generalized equation, nonlinear models, *Pinus teocote* Schlecht. & Cham., stand.

Fecha de recepción/date of receipt: 7 de febrero de 2014; Fecha de aceptación/date of acceptance: 23 de abril de 2015.

<sup>1</sup> Campo Experimental Chetumal. Correo-e: hernandez.jonathan@inifap.gob.mx

<sup>2</sup> Asesor Técnico Forestal.

<sup>3</sup> Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.

<sup>4</sup> Campo Experimental Uruapan, CIR-Pacífico Centro. INIFAP.

<sup>5</sup> Universidad Autónoma Agraria Antonio Narro.

## Introducción

Las herramientas silvícolas son indispensables para la correcta medición de las dimensiones del arbolado en un bosque, lo cual es fundamental en la planeación y administración de los recursos forestales. En particular, la altura total ( $h$ ) y el diámetro normal ( $d$  medido a 1.30 m sobre el suelo) tienen un papel importante en el modelado del crecimiento y producción de las masas forestales (López *et al.*, 2001; Peng, 2001; Barrio *et al.*, 2004; Juárez *et al.*, 2006; Juárez *et al.*, 2007).

En los inventarios forestales a todos los árboles dentro del sitio de muestreo se les mide el diámetro, pero la altura total solo a una submuestra debido a que consume más tiempo y a los altos costos que genera (Zambrano *et al.*, 2001; López *et al.*, 2003; Gómez *et al.*, 2013). Por ello, se recurre al uso de ecuaciones que relacionan la altura total con el diámetro normal ( $h-d$ ) de un árbol, las cuales se ajustan a cada masa arbolada de una determinada especie, siempre y cuando sea regular o coetánea (López *et al.*, 2003; Calama y Montero, 2004; Adame *et al.*, 2005; Canga *et al.*, 2007; Diéguez *et al.*, 2009; Gómez *et al.*, 2013).

La relación se puede ajustar a funciones lineales o no lineales, estas últimas son las más comúnmente utilizadas (Huang *et al.*, 1992). La relación  $h-d$  recibe el nombre de curva de altura (Diéguez *et al.*, 2009), la cual se obtiene mediante ecuaciones no lineales locales o generalizadas.

Las expresiones  $h-d$  de tipo local dependen solamente del diámetro normal del árbol, por lo que su uso se restringe a regiones o masas específicas y homogéneas (Adame *et al.*, 2005); sin embargo, la curva de alturas que se genera aplicada a un rodal o sitio en particular es la más precisa en la estimación (Gómez *et al.*, 2013). El inconveniente es que ocupa un mayor tamaño de muestra (Schröder y Álvarez, 2001) y su empleo está limitado a un área específica.

En contraste, las  $h-d$  generalizadas toman en cuenta, además del diámetro normal, otras variables de la masa como la altura dominante ( $H_0$ ), la altura media ( $h_m$ ), el diámetro cuadrático ( $Dq$ ), el diámetro dominante ( $d_0$ ), el número de árboles por unidad de superficie ( $N$ ), la edad ( $E$ ) y el Índice de Sitio ( $IS$ ), que permiten considerar la relación con el tiempo entre la altura y el diámetro, la calidad de estación y la densidad (Gadow *et al.*, 2001; Diéguez *et al.*, 2005; Diéguez *et al.*, 2009).

Las variables involucradas incorporan características inherentes a las regresiones de alturas locales tales como el índice de sitio ( $IS$ ), la densidad del rodal o las existencias volumétricas por unidad de superficie. Además, las correspondientes al rodal pueden obtenerse sin que generen algún costo adicional a la toma de datos en los inventarios forestales (Diéguez *et al.*, 2005; Canga *et al.*, 2007; Gómez *et al.*, 2013).

## Introduction

Forestry tools are essential to correctly measure the dimensions of trees in a forest, which is fundamental for planning and administering forest resources. Particularly, total height ( $h$ ) and normal diameter ( $d$  measured at 1.30 m above the ground) have an important role in modeling the growth and production of forest masses (López *et al.*, 2001; Peng, 2001; Barrio *et al.*, 2004; Juárez *et al.*, 2006; Juárez *et al.*, 2007).

In forest inventories, the diameter of all the trees in a sampling site is measured, but the total height is only measured in a sub-sample since this procedure is time-consuming and very costly (Zambrano *et al.*, 2001; López *et al.*, 2003; Gómez *et al.*, 2013). This is the reason why the use of equations that relate the total height with the normal diameter ( $h-d$ ) of a tree is drawn upon. These equations are adjusted for each tree mass of a certain species, when and if it is regular or contemporary (López *et al.*, 2003; Calama and Montero, 2004; Adame *et al.*, 2005; Canga *et al.*, 2007; Diéguez *et al.*, 2009; Gómez *et al.*, 2013).

The relationship can be adjusted as linear or nonlinear functions. (Huang *et al.*, 1992). The  $h-d$  relationship is named height curve (Diéguez *et al.*, 2009), and it can be obtained by means of local nonlinear or generalized equations.

Local  $h-d$  equations depend solely upon the tree's normal diameter, so their application is restricted to specific and homogenous regions or masses (Adame *et al.*, 2005). Nevertheless, the height curve obtained from this type of equations and applied to a particular stand or site constitutes the most accurate estimate (Gómez *et al.*, 2013). The disadvantage is that it utilizes a larger sample size (Schröder and Álvarez, 2001) and its use is limited to a particular area.

In contrast, the generalized  $h-d$  equations take into account other mass variables, aside from the normal diameter, such as dominant height ( $H_0$ ), mean height ( $h_m$ ), square diameter ( $Dq$ ), dominant diameter ( $d_0$ ), number of trees per surface unit ( $N$ ), age ( $A$ ) and the site index ( $SI$ ), that allow to consider the height/diameter ratio over time, the season quality and the density (Gadow *et al.*, 2001; Diéguez *et al.*, 2005; Diéguez *et al.*, 2009).

The variables involved in this type of equations include characteristics that are inherent to local height regressions, such as the site index ( $SI$ ), the stand density or the volumetric stock per surface unit. Furthermore, those corresponding to the stand can be obtained without generating any additional cost to the collection of data in the forest inventories (Diéguez *et al.*, 2005; Canga *et al.*, 2007; Gómez *et al.*, 2013).



La construcción, ajuste y uso de este tipo de ecuaciones es la tendencia en el modelado forestal, ya que cubren un área de aplicación y de condiciones de crecimiento más extensas, y estiman con mayor confiabilidad la altura total de cualquier árbol existente en el rodal de la región considerada (Diéguez *et al.*, 2005; Canga *et al.*, 2007; Gómez *et al.*, 2013).

Dada la falta de esa clase de herramientas silvícolas para el cálculo de la altura, y a su relevancia para efectos de planeación de las actividades de manejo en los bosques, se planteó el objetivo de seleccionar una ecuación generalizada de mejor ajuste para calcular la relación altura total en función del diámetro normal (h-d) para rodales puros de *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. en el oriente del estado de Hidalgo. La información que resulte puede utilizarse para la disminución de tiempos y costos en la ejecución de los inventarios forestales de la especie, en esa zona de la entidad.

## Materiales y Métodos

El área de estudio se ubica en el municipio Cuauhtepc de Hinojosa, en los ejidos Santa María Palisecca con una superficie de 1 216.80 ha y Tezoncuappa con 618.70 ha y la propiedad privada Tezoncuappa con 320.83 ha (Figura 1). La altitud se distribuye entre los 2 000 y 3 100 m; el clima es templado, C (wl) (w); la vegetación es característica de un bosque de pino-encino (Inegi, 1992).

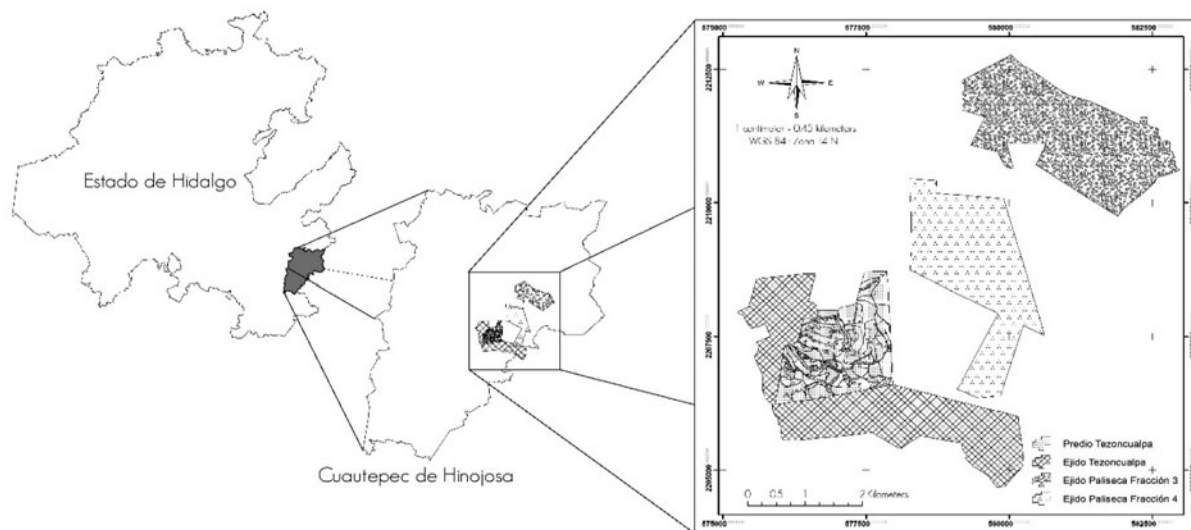


Figura 1. Ubicación del área de estudio en el municipio Cuauhtepc de Hinojosa, Hidalgo.  
Figure 1. Location of the study area in the *Cuauhtepc de Hinojosa* municipality, *Hidalgo*.

Se usaron 1 985 pares de datos h-d de *P. teocote* provenientes de 198 sitios de muestreo, con dimensiones de 250 m<sup>2</sup> para las categorías diamétricas de 5 y 10 cm; de 500 m<sup>2</sup> en las categorías de 15 a 25 cm; y de 1 000 m<sup>2</sup> para las superiores a 30 cm localizados en rodales puros. Para el ajuste de las

The construction, adjustment and use of this type of equations is the tendency that prevails forest modeling, since they cover a larger application area as well as a broader range of growth conditions; likewise, they provide a more reliable estimate of the total height of any tree in the stand within the region where the model is applied (Diéguez *et al.*, 2005; Canga *et al.*, 2007; Gómez *et al.*, 2013).

Due to the lack of this type of forestry tools for the estimation of height and to their relevance for the planning of forest management activities, the objective was to select a best fit generalized equation to estimate the relationship of total height as a function of normal diameter (h-d) for pure stands of *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. in eastern *Hidalgo* State. The resulting information can be used to decrease time and cost in forest inventories of the species in the region.

## Materials and Methods

The study area is located in the eastern region of the state of *Hidalgo*, in the *Cuauhtepc de Hinojosa* municipality of *Hidalgo* State, in the *ejidos* *Santa María Palisecca*, with a surface area of 1 216.80 ha, and *Tezoncuappa*, with 618.70 ha, and in the private property within *Tezoncuappa*, which amounts to 320.83 ha (Figure 1). Altitude is distributed between 2 000 and 3 100 m, and the climate is temperate, with the formula C(wl) (w). The vegetation is typical of a pine-oak forest (Inegi, 1992).

A total of 1 985 pairs of h-d data of *P. teocote* from 198 sampling sites were used. The dimensions were 250 m<sup>2</sup> for the diametric categories of 5 and 10 cm, 500 m<sup>2</sup> for 15 to 25 cm long diameters, and of 1 000 m<sup>2</sup> for diameters over 30 cm, located in pure stands of this species. The equations

ecuaciones se trabajó con 1 802 pares de datos, mientras que 183 se destinaron a la validación de los modelos.

De cada sitio se obtuvo la siguiente información: número de sitio, número de árbol, superficie del sitio, especie, diámetro normal ( $d$ ) y altura total ( $h$ ); además se estimaron variables de la masa: diámetro cuadrático ( $Dq$ ), diámetro dominante ( $d_0$ ), altura media ( $h_m$ ), altura dominante ( $H_0$ ), número de árboles por hectárea ( $N$ ) y área basal por hectárea ( $G$ ).

Con base en la literatura existente, se seleccionaron 13 modelos no lineales generalizados para su ajuste, los cuales han sido usados con éxito en diversos estudios (López *et al.*, 2001; López *et al.*, 2003; Diéguez *et al.*, 2005; Trincado y Leal, 2006), y cuya principal diferencia entre ellos es el número de parámetros utilizados y las variables a nivel rodal (Milena *et al.*, 2013) (Cuadro 1).

El modelo de Mønness (1982), que tiene un exponente numérico fijo, se flexibilizó para estimarlo mediante la regresión, con lo que se evita que el modelo pase por un punto en específico, lo que puede reducir la confiabilidad en las estimaciones, tal como lo citan García *et al.* (2013) (Cuadro 1).

La estimación de los parámetros en el ajuste de los modelos se llevó a cabo con métodos iterativos (Draper y Smith, 1988), con el procedimiento *Proc Model* y el algoritmo *Gauss-Newton* del paquete estadístico SAS 9.2<sup>®</sup> (SAS, 2010), se empleó el método de ajuste de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) y la técnica de estimación SUR (Hernández, 2012). Los valores iniciales de los parámetros se fijaron con base en los resultados obtenidos para otras especies (López *et al.*, 2001; López *et al.*, 2003; Trincado y Leal, 2006).

La selección de las mejores ecuaciones se hizo a partir de la bondad de ajuste, medida con el Cuadrado Medio del Error (CME), la Raíz del Error Medio Cuadrático (REMC) y el Coeficiente de Determinación ajustado por el número de parámetros del modelo ( $R^2_{ajustada}$ ) (Trincado y Leal, 2006; Milena *et al.*, 2013). Para verificar en los tres mejores modelos el cumplimiento de los supuestos de homogeneidad de varianzas, la independencia de la frecuencia de los residuos y la normalidad en la regresión se usaron las pruebas de Breusch (SAS, 2010), Durbin-Watson y Shapiro - Wilk (Augusto *et al.*, 2009).

were adjusted using 1 802 pairs of data, while 183 pairs were destined to validate the models.

The following information was obtained from each site: site number, tree number, site surface, species, normal diameter ( $d$ ) and total height ( $h$ ). Furthermore, mass variables were estimated: square diameter ( $Dq$ ), dominant diameter ( $d_0$ ), mean height ( $h_m$ ), dominant height ( $H_0$ ), number of trees per hectare ( $N$ ) and basal area per hectare ( $G$ ).

Based on the existing literature, 13 nonlinear generalized models –that have been successfully used in several studies (López *et al.*, 2001; López *et al.*, 2003; Diéguez *et al.*, 2005; Trincado and Leal, 2006)– were selected to be adjusted. The main difference between them is the number of parameters used and the variables at stand level (Milena *et al.*, 2013) (Table 1).

Mønness's model (1982), which has a fixed numerical exponent, was made flexible so it could be estimated by means of a regression. Thus, the model is prevented from passing through a specific point, which could reduce the reliability of the estimations, according to García *et al.* (2013) (Table 1).

Iterative methods were used (Draper and Smith, 1988), together with the *Proc Model* procedures and the Gauss-Newton algorithm from the statistical package SAS 9.2<sup>®</sup> (SAS, 2010), to estimate the parameters for the adjustment of the models. The adjustment method of Ordinary Minimum Squares (OMS) and the estimation technique SUR (Hernández, 2012) were also utilized. The initial values of the parameters were fixed according to the results obtained for other species (López *et al.*, 2001; López *et al.*, 2003; Trincado and Leal, 2006).

The best equations were selected based on the goodness-of-fit test measured using the Mean Square Error (MSE), the Root of the Mean Square Error (RMSE) and the Determination Coefficient adjusted for the number of parameters in the model ( $R^2_{adjusted}$ ) (Trincado and Leal, 2006; Milena *et al.*, 2013). The Breusch test (SAS, 2010) and the Durbin-Watson and Shapiro - Wilk test (Augusto *et al.*, 2009) were used to verify the fulfillment of the variance homogeneity assumptions, the independence of the residual frequency and the normality of the regression in the three best models.



Cuadro 1. Modelos altura-diámetro generalizados ajustados para *Pinus teocote* Schlecht. & Cham.  
 Table 1. Generalized adjusted height-diameter models for *Pinus teocote* Schlecht. & Cham.

Autor	Modelo	Identificador
Gadow y Hui (1999)	$h = 1.3 + \left( H_m - 1.3 \right) e^{\beta_0 \left( 1 - \frac{d}{Dq} \right) + \beta_1 \left( \frac{d}{Dq} - \frac{1}{d} \right)}$	(1)
Mirkovich (1958)	$h = 1.3 + \beta_0 + \beta_1 H_0 + \beta_2 Dq e^{\beta_3 d}$	(2)
Hui y Gadow (1993)	$h = 1.3 + \beta_0 H_0^{\beta_1} d^{\beta_2} H_0^{\beta_3}$	(3)
Wang y Tang (2002)	$h = 1.3 + \beta_0 H_0^{\beta_1} e^{\beta_2/d}$	(4)
Mønness mod. (1982)	$h = b_0 \left( \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{d_0} \right) + \left( \frac{1}{H_0 - 1.3} \right) \beta_1 \right)^{\beta_2}$	(5)
Harrison <i>et al.</i> (1986)	$h = H_0 \left( 1 + \beta_0 e^{\beta_1 H_0} \left( 1 - e^{-\frac{\beta_2 d}{H_0}} \right) \right)$	(6)
Cañadas <i>et al.</i> (1999)	$h = 1.3 + \left( \beta_0 \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{d_0} \right) + \left( \frac{1}{H_0 - 1.3} \right)^{1/2} \right)^{-2}$	(7)
Mønness (1982)	$h = b_0 \left( \left( \frac{1}{d} - \frac{1}{d_0} \right) + \left( \frac{1}{H_0 - 1.3} \right)^{1/3} \right)^{-3}$	(8)
Cañadas <i>et al.</i> (1999)	$h = 1.3 \left( H_0 - 1.3 \right) \frac{1 - e^{-\beta_0 d}}{1 - e^{-\beta_0 d_0}}$	(9)
Cañadas <i>et al.</i> (1999)	$h = 1.3 + \frac{d}{\frac{d_0}{H_0 - 1.3} + \beta_0  d_0 - d }$	(10)
Gaffrey mod. (1988)	$h = 1.3 + \left( H_0 - 1.3 \right) \beta_0 \left( 1 - \frac{d_0}{d} \right) + \beta_1 \left( \frac{1}{d_0} - \frac{1}{d} \right)$	(11)
Nilson mod. (1999)	$h = \frac{H_0}{1 + \beta_0 \left( 1 - \left( \frac{d_0}{d} \right)^{\beta_1} \right)}$	(12)
Cañadas <i>et al.</i> (1999)	$h = 1.3 \left( H_0 - 1.3 \right) \left( \frac{d}{d_0} \right)^{\beta_0}$	(13)

Donde:

- $d$  = Diámetro normal (cm)
- $d_0$  = Diámetro dominante (cm)
- $Dq$  = Diámetro cuadrático (cm)
- $H_0$  = Altura media dominante (m)
- $\beta$ 's = Parámetros a ser estimados

Where:

- $d$  = Normal diameter (cm)
- $d_0$  = Dominant diameter (cm)
- $Dq$  = Square diameter (cm)
- $H_0$  = Dominant mean height (m)
- $\beta$ 's = Parameters to be estimated

Se estimó el sesgo absoluto (E), el cual evalúa la desviación y exactitud del modelo con respecto a los valores observados

The absolute bias (E) was estimated; this bias assesses the deviation and the accuracy of the model regarding the

(Trincado y Leal, 2006). Los estadísticos se obtuvieron con las expresiones siguientes:

Sesgo: 
$$\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^n (h_i - \hat{h}_i)}{n} \quad (14)$$

Raíz de error medio cuadrático: 
$$REMC = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (h_i - \hat{h}_i)^2}{n}} \quad (15)$$

Coefficiente de determinación ajustado:

$$R^2_{ajustado} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (h_i - \hat{h}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (h_i - \bar{h}_i)^2} \left( \frac{N-1}{N-p} \right) \quad (16)$$

Donde:

- $h_i$  = Valores observados
- $\hat{h}_i$  = Valores predichos
- $\bar{h}_i$  = Valores promedio
- $n$  = Número total de datos usados en el ajuste del modelo
- $p$  = Número de parámetros por estimar

Un modelo será mejor que otro, si presenta un valor menor de  $\bar{E}$  y REMC, y un valor mayor del  $R^2_{ajustado}$ .

Para validar la información, de la base de datos se separaron 10 sitios de muestreo con un total de 183 árboles y se hizo una comparación entre la altura total observada y los valores estimados como dos poblaciones independientes, mediante una prueba de *t* a un nivel de significancia del 0.05 (Infante y Zárate, 1996; Martínez *et al.*, 2006; Infante y Zarate, 2012).

## Resultados

En el Cuadro 2 se resumen los valores de las variables utilizadas para ajustar las ecuaciones generalizadas h-d de los 1 985 pares de datos de *P. teocote* procedentes de 198 sitios de muestreo.



observed values (Trincado and Leal, 2006). The statistics were obtained with the following expressions:

Bias: 
$$\bar{E} = \frac{\sum_{i=1}^n (h_i - \hat{h}_i)}{n} \quad (14)$$

Root of the Mean Square Error:

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (h_i - \hat{h}_i)^2}{n}} \quad (15)$$

Adjusted Determination Coefficient:

$$R^2_{ajustado} = 1 - \frac{\sum_{i=1}^N (h_i - \hat{h}_i)^2}{\sum_{i=1}^N (h_i - \bar{h}_i)^2} \left( \frac{N-1}{N-p} \right) \quad (16)$$

Where:

- $h_i$  = Observed values
- $\hat{h}_i$  = Predicted values
- $\bar{h}_i$  = Mean values
- $n$  = Total number of data used to adjust the model
- $p$  = Number of parameters to be estimated

One model will be better than another one if it displays a lower value for  $\bar{E}$  and for RMSE and a higher value for  $R^2_{ajustado}$ .

To validate the obtained information, 10 sampling sites (with a total of 183 trees) were separated from the database. The observed and the estimated were compared by means of a *t* test at a 0.05 significance level as if they were two independent populations (Infante and Zárate, 1996; Martínez *et al.*, 2006; Infante and Zarate, 2012).

## Results

Table 2 shows the summary of the values of the variables used to adjust the generalized h-d equations for the 1 985 pairs of data of *P. teocote* from the 198 sampling sites.

Table 3 lists the estimators of the parameters for each of the adjusted equations, as well as the goodness-of-fit indicators and the level of reliability. The best adjustments were achieved with models 1, 5 and 6 that allow a more accurate prediction of total height as a function of the stand variables, such as normal diameter (*d*), square diameter (*Dq*), dominant mean height ( $H_0$ ) and mean height ( $H_m$ ).

Cuadro 2. Valores extremos, promedio y desviación estándar de las variables utilizadas para el ajuste de las ecuaciones h-d.  
Table 2. Extreme and mean values and standard deviation of the variables used to adjust the generalized h-d equations.

Variable >	d	Dq	d <sub>m</sub>	d <sub>o</sub>	h	H <sub>o</sub>	N
Mínimo	1.4 cm	6.3 cm	6.1 cm	9.6 cm	2.0 m	5.2 m	140
Media	18.8 cm	19.5 cm	18.5 cm	26.7 cm	12.3 m	15.1 m	2 676
Máximo	72.0 cm	44.0 cm	43.9 cm	62.5 cm	31.0 m	30.5 m	9 500
Desviación estándar	13.2 cm	12.2 cm	12.2 cm	14.4 cm	6.7 m	5.9 m	2 495

d = Diámetro normal; Dq = Diámetro cuadrático; d<sub>m</sub> = diámetro medio; d<sub>o</sub> = Diámetro dominante; h = Altura; H<sub>o</sub> = Altura media dominante; N = Número total de datos.  
d = Normal diameter; Dq = Square diameter; dm = Mean diameter; d<sub>o</sub> = Dominant diameter; h = Height; H<sub>o</sub> = Mean height ; N = Total number of data.

En el Cuadro 3 se presentan los estimadores de los parámetros para cada una de las ecuaciones ajustadas, así como sus indicadores de bondad de ajuste y nivel de confiabilidad. Los mejores ajustes se obtuvieron con los modelos 1, 5, y 6 que permiten predecir con mayor precisión la altura total en función de las variables del rodal, como son el diámetro normal (d), el diámetro cuadrático (Dq), la altura media dominante (H<sub>o</sub>) y altura media (H<sub>m</sub>).

Los modelos se ajustaron con el Método de Mínimos Cuadrados Ordinarios y en consecuencia, cuando se minimiza el Cuadrado Medio del Error, como es el caso de los modelos 1, 6 y 5 [Modelo (1), CME=2.651; modelo (6), CME=2.747; y modelo (5), CME=2.819] y se detectan los valores más pequeños con respecto a los otros modelos, estos explican con más precisión los datos observados (Cuadro 3).

The Ordinary Square Minimums Method was used for the adjustment of the models. Consequently, when the Square Mean Error is minimized, as in the case of models 1, 6 and 5 [Model (1): SME = 2.651, model (6): SME = 2.747 and model (5): SME = 2.819], and the lowest values with respect to the other models are detected, these explain the observed data with greater precision (Table 3).

Another criterion to test the goodness-of-fit of the models is the value of the adjusted Determination Coefficient ( $R^2_{adjusted}$ ). In this case, the obtained values are for models (1):  $R^2 = 0.9396$ , (6):  $R^2 = 0.9374$ , and (5):  $R^2 = 0.9357$ . These are deemed to be high since they account for more than 93 % of the variance of the data (Table 3).



Cuadro 3. Resumen de los análisis de varianza de los modelos analizados.

Table 3. Summary of the variance analyses of the analyzed models.

Modelo	SSE*	CME*	Raíz CME	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> <sub>ajustada</sub>	Parámetros	Valores estimados	Error estándar Aprox.	Valor t	Pr>t
(1)	4681.6	2.651	1.628	0.9396	0.9396	b <sub>0</sub>	-0.3870	0.0126	-30.64	<.0001
						b <sub>1</sub>	0.0076	0.00322	2.38	0.0176
(2)	5383.5	3.052	1.747	0.9305	0.9304	b <sub>0</sub>	3.9678	0.3486	11.38	<.0001
						b <sub>1</sub>	0.8485	0.031	27.36	<.0001
						b <sub>2</sub>	0.0041	0.0169	0.24	0.8078
						b <sub>3</sub>	-6.4231	0.1859	-34.56	<.0001
(3)	5810.6	3.294	1.815	0.9250	0.9249	b <sub>0</sub>	0.1420	0.0333	4.27	<.0001
						b <sub>1</sub>	1.1144	0.0867	12.85	<.0001
						b <sub>2</sub>	1.1010	0.1928	5.71	<.0001
						b <sub>3</sub>	-0.3206	0.0638	-5.02	<.0001
(4)	5203.3	2.948	1.717	0.9329	0.9328	b <sub>0</sub>	2.407	0.1429	16.84	<.0001
						b <sub>1</sub>	0.728	0.0183	39.74	<.0001
						b <sub>2</sub>	-6.620	0.1549	-42.73	<.0001

Continúa Cuadro 3...

Continúa Cuadro 3...

Modelo	SSE*	CME*	Raíz CME	R <sup>2</sup>	R <sup>2</sup> <sub>ajustada</sub>	Parámetros	Valores estimados	Error estándar Aprox.	Valor t	Pr>t
(5)	4975.6	2.819	1.679	0.9358	0.9357	$b_0$	1.2930	0.0548	23.58	<.0001
						$b_1$	0.3432	0.0445	7.72	<.0001
						$b_2$	-2.8856	0.3715	-7.77	<.0001
(6)	4847.8	2.747	1.657	0.9375	0.9374	$b_0$	0.0763	0.0248	3.08	0.0021
						$b_1$	-0.0247	0.0129	-1.91	0.056
						$b_2$	1.4013	0.0342	40.95	<.0001
(7)	5092.4	2.882	1.698	0.9343	0.9343	$b_0$	1.4235	0.0263	54.19	<.0001
(8)	5108.3	2.891	1.700	0.9341	0.9341	$b_0$	1.3801	0.0252	54.66	<.0001
(9)	5395.7	3.0536	1.747	0.9304	0.9304	$b_0$	-0.0518	0.00129	-40.28	<.0001
(10)	5395.7	3.0536	1.747	0.9304	0.9304	$b_0$	-0.0518	0.00129	-40.28	<.0001
(11)	5289.3	2.9951	1.731	0.9318	0.9317	$b_0$	0.132	0.0124	10.65	<.0001
						$b_1$	5.701	0.2901	19.65	<.0001
(12)	6334.4	3.5868	1.894	0.9183	0.9182	$b_0$	0.14223	0.0132	10.8	<.0001
						$b_1$	1.90467	0.0908	20.97	<.0001
(13)	7548.2	4.2718	2.067	0.9026	0.9026	$b_0$	0.5407	0.0101	53.5	<.0001

SSE\* = Suma de cuadrados del error; CME\* = Cuadrado medio del error.

\*MSE = Mean Square Error; SES = Sum of Error Squares.

Otro criterio utilizado para comprobar la bondad de ajuste de los modelos es el valor del Coeficiente de Determinación ajustado ( $R^2_{ajustada}$ ). Los valores para los modelos (1):  $R^2=0.9396$ , (6):  $R^2=0.9374$  y (5):  $R^2=0.9357$ , los cuales se consideran altos ya que explican arriba de 93 % la variación de los datos (Cuadro 3).

Al verificar el cumplimiento de los supuestos de la regresión en los tres modelos que mayor ajuste presentaron [(1), (6) y (5)], se comprobó la normalidad de los errores de acuerdo a la Prueba de *Shapiro-Wilk* (Cuadro 4) y los porcentajes de frecuencias relativas acumuladas de los residuales frente a la distribución normal (Figura 2).

Verification of the fulfillment of the regression assumptions in the three models that exhibited the largest adjustment [(1), (6) and (5)], made it possible to confirm the normality of the errors according to the Shapiro-Wilk test (Table 4) and the percentages of the cumulative relative frequencies of the residuals versus the normal distribution (Figure 2).

In the three models, the residuals resemble a straight line with respect to the probability of the normal distribution, and their percentages tend to create a Gauss bell (Figure 2). No clear tendencies of violation of the normality hypothesis were observed in any of the three cases; therefore, the estimation of the parameters is regarded as valid.

Cuadro 4. Resultados las pruebas de *Shapiro-Wilk*, *Durbin-Watson* y *Breusch-Pagan* de los tres modelos mejor ajuste.  
Table 4. Results of the Shapiro-Wilk, Durbin-Watson and Breusch-Pagan tests of the three models with best adjustment.

Modelo	Shapiro-Wilk (W)	Pr < W	Durbin-Watson (DW)	Breusch-Pagan (BP)	Pr > Chi-Sq
(1)	0.982776	<.0001	1.8314	2.71	0.4378
(5)	0.945974	<.0001	1.3633	88.35	<.0001
(6)	0.969771	<.0001	1.3304	51.89	<.0001



En los tres modelos, los residuales se asemejan a una línea recta respecto de la probabilidad de la distribución normal, y sus porcentajes tienden a formar una campana de Gauss (Figura 2). En los tres casos no se observan tendencias claras de violación de la hipótesis de normalidad, por lo que las estimaciones de los parámetros se consideran válidas.

The Durbin-Watson test for residual frequency independence shows that there is no correlation. The highest value (DW=1.8314) for independent distribution is provided by model (1). The values of models (5) and (6) -1.3633 and 1.3304, respectively-are lower than those obtained with model (1) (Table 4). Therefore, according to Augusto *et al.* (2009), models with a value closer to 2 in this test are not violating the regression assumptions and will be the most appropriate for estimating the dependent variable.

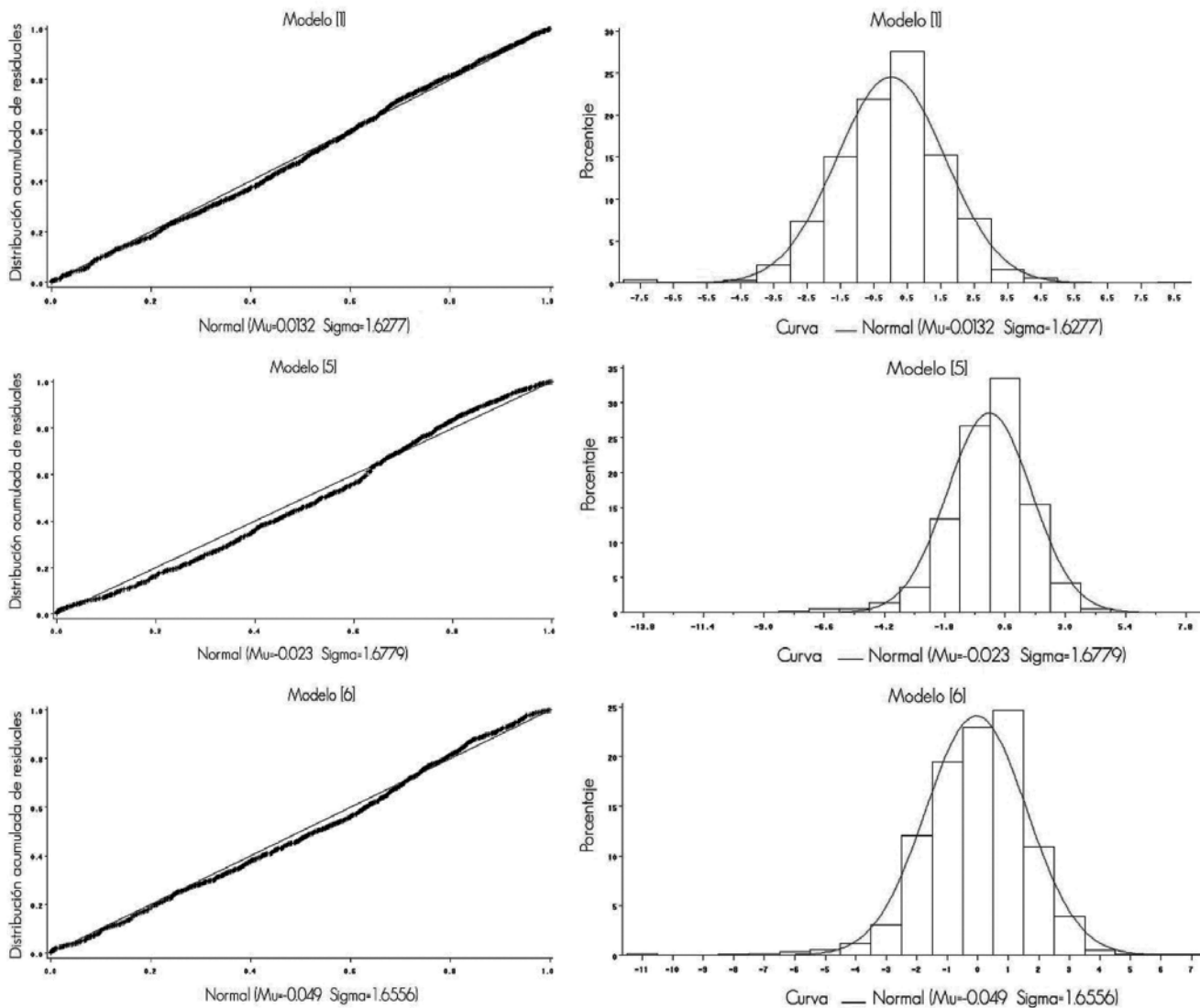


Figura 2. Porcentaje de frecuencias relativas acumuladas de los residuales frente a la distribución normal para los modelos (1), (5) y (6) para *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. en el oriente del estado de Hidalgo.

Figure 2. Percentage of cumulative relative frequencies of the residuals versus the normal distribution for models (1), (5) and (6) for *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. in the Eastern area of the state of Hidalgo.



La prueba *Durbin-Watson* de independencia de la frecuencia de los residuos demuestra que no existe correlación; el modelo (1) se distribuyen de manera más independiente ( $DW=1.8314$ ). Los modelos (5) y (6) tienen valores de 1.3633 y 1.3304, inferiores a los obtenidos con el modelo (1) (Cuadro 4), por lo que de acuerdo con Augusto *et al.* (2009), los que tengan un valor más cercano a 2 en dicha prueba, no violan los supuestos de la regresión y son los mejores para la estimación de la variable dependiente.

El modelo (1) registró un valor de  $BP=2.71$  (Cuadro 4), correspondiente a la prueba de *Breusch-Pagan* para verificar la homogeneidad de la varianza, el cual no es significativo en los residuales ( $Pr>Chi-Sq=0.4378$ ); por lo tanto, concluye que no existe evidencia estadística significativa de problemas heterocedásticos. En los modelos (5) y (6), los valores de esta prueba son significativos, por ello se rechaza la hipótesis nula de homogeneidad (SAS, 2010).

En la evaluación de la precisión en las estimaciones de los modelos, el registro más bajo del sesgo absoluto expresado en metros fue para el modelo (1)=0.013, seguido del (5)=0.023 y (6)=0.049. El valor positivo del  $\bar{E}$  se debe a que todos los modelos tienden a subestimar la altura, con respecto a las variables utilizadas.

Con base en los estadísticos de ajuste ( $R^2_{ajustada}$  y REMC), el modelo (1) es el mejor para predecir la altura total en función de variables de árbol individual y de rodal, con la menor desviación de acuerdo al sesgo absoluto. Los modelos (5) y (6), aunque tienen  $R^2_{ajustada}$  cercanos a 1 y CME bajos en relación con los demás, errores en las estimaciones semejantes al modelo (1), sin embargo tienden a violar algunos supuestos de la regresión.

Bajo la hipótesis de igualdad de medias para la ecuación 9 se tiene una  $t=-0.92$  y  $Prob > |T|=0.3600$ ; para la ecuación 13 se obtuvo una  $t=-1.46$  y  $Prob > |T|=0.1450$ ; mientras que en la ecuación 5 el valor de  $t=-1.51$  y  $Prob > |T|=0.1329$ ; y en la ecuación 10 las estimaciones fueron  $t=-1.10$  y  $Prob > |T|=0.2732$ , por lo que no existe evidencia de que las medias de los datos reales y los estimados sean diferentes en los cuatro casos, tal como se observa en la Figura 3.



In Table 4, the Breusch-Pagan test to verify the homogeneity of the variance shows that model (1) produces a BP value of 2.71, which is not significant for the residuals ( $Pr > Chi-Sq = 0.4378$ ). Therefore, it can be concluded that there is no significant statistical evidence of heteroscedastic problems, whereas in models (5) and (6), this test's values are significant, and therefore the null homogeneity hypothesis is rejected (SAS, 2010).

In the assessment of the accurateness of the models' estimations, the lowest value of the absolute bias expressed in meters corresponded to model (1) (0.013), followed by model (5) (0.023) and model (6) (0.049). The positive value of  $\bar{E}$  is due to the fact that all the models tend to underestimate the height with respect to the variables used.

Based on the adjustment statistics ( $R^2_{adjusted}$  and RMSE), model (1) is the most appropriate for predicting total height as a function of individual tree and stand variables, with the least deviation in relation to the absolute bias. Although models (5) and (6) have  $R^2_{adjusted}$  values close to 1 and low MSE values with respect to the rest, as well as errors in the estimations similar to those of model (1), they tend to violate some of the regression assumptions.

With the equation and under the hypothesis of mean equality, model (1) displayed the following values:  $t = -0.03$  and  $Prob |t| = 0.9765$ . Thus, there is no evidence that the means of the real data and the estimates with the generated equation are different at a significance level of  $p = 0.05$ . Figure 3 graphically displays the selected data for the validation and the values of total height estimated with the selected model.

## Discussion

Based on the adjustment statistical values ( $R^2_{adjusted}$  and RMSE), the normality tests of the residuals and the measures for estimating the predictive capacity of the models, the two-parameter equation developed by Gadaw and Hui (1999) -which uses mean height ( $H_m$ ), square diameter ( $Dq$ ) and normal diameter ( $d$ ) as adjustment variables- was the one that displayed the best fit out of the 13 adjusted equations, as stated by Zambrano *et al.* (2001), Arias (2004) and Augusto *et al.* (2009). The values obtained with the model are similar to those reported by Barrios *et al.* (2004), who attained the best results using model (1), as well as to those reported by Adame *et al.* (2005; 2013) and Milena *et al.* (2013), both of whom used  $Dq$ . However, some authors mention that the use of  $H_m$  should be used with caution to estimate the total height, given the direct impact that this variable can have on forestry activities applied to the stands (Adame *et al.*, 2005; 2013).



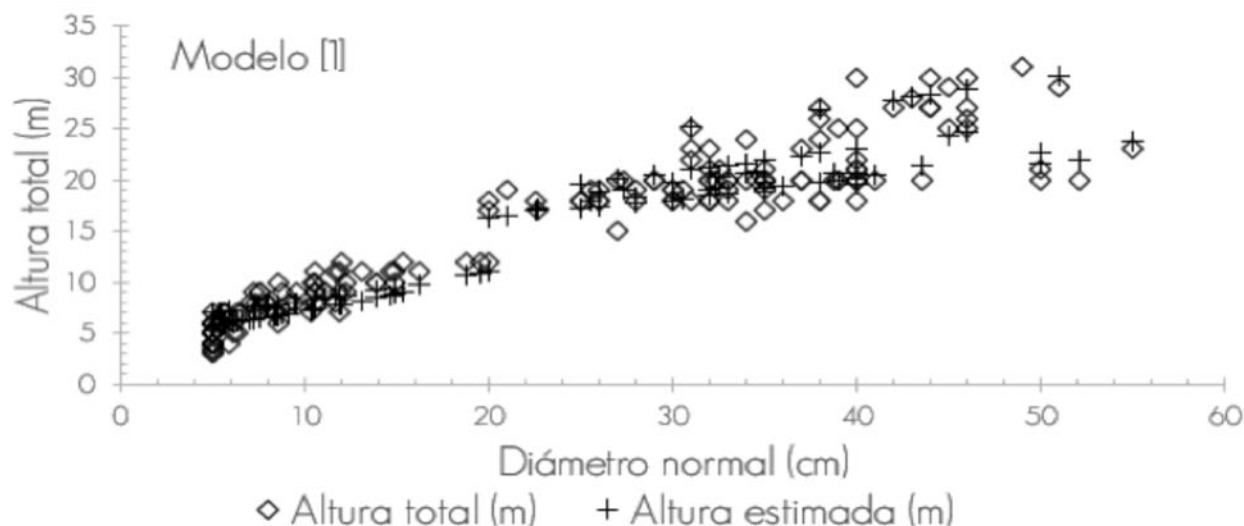


Figura 3. Comparación gráfica de valores reales y valores estimados con el modelo (1) para *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. en el oriente del estado de Hidalgo.

Figure 3. Graphic comparison between the actual and estimated values with model (1) for *Pinus teocote* Schlecht. & Cham. in eastern Hidalgo.

### Discusión

Con base en los valores estadísticos de ajuste ( $R^2_{ajustada}$  y REMC), las pruebas de normalidad de los residuales y las medidas para estimar la capacidad predictiva de los modelos, la ecuación de Gadow y Hui (1999) de dos parámetros, que toma como variables de ajuste a la altura media ( $H_m$ ), el diámetro cuadrático (Dq) y el diámetro normal (d) fue la que mejor ajuste presentó de las 13 ecuaciones ajustadas, lo cual coincide con lo señalado por Zambrano *et al.* (2001), Arias (2004) y Augusto *et al.* (2009). Asimismo, es semejante a lo informado por Barrios *et al.* (2004), cuyos resultados fueron mejores con el modelo (1); también coinciden con Adame *et al.* (2005; 2013) y Milena *et al.* (2013) quienes utilizan en común el Dq. Sin embargo, algunos autores indican que el uso del  $H_m$  deberá hacerse con precaución para estimar la altura total, por la afectación directa que pueden ejercer las actividades silvícolas aplicadas en los rodales sobre esa variable (Adame *et al.*, 2005; 2013).

La capacidad, predictiva medida a través de sesgo absoluto, solo se evaluó para las tres mejores ecuaciones y en todos los casos, la de Gadow y Hui (1999) fue la que registró los resultados más convincentes, ya que minimiza el sesgo, el error medio cuadrático y maximiza el  $R^2_{ajustada}$  (Trincado y Leal, 2006; Augusto *et al.*, 2009). Este criterio de selección concuerda con lo citado por Milena *et al.* (2013) al utilizarlas para *Eucalyptus tereticornis* Sm.

La información es similar a lo indicado por Canga *et al.* (2007), autores que consignan que las variables independientes del diámetro normal, la altura dominante, la densidad, la edad de la masa, el diámetro cuadrático y el diámetro dominante son

The predictive capacity measured through the absolute bias was only evaluated in the three best equations and in all the cases. The equation of Gadow and Hui (1999) was the one that achieved the most convincing results, since it minimizes both bias and mean square error and maximizes the  $R^2_{adjusted}$  (Trincado and Leal, 2006; Augusto *et al.*, 2009). This selection criterion agrees with the findings of Milena *et al.* (2013) when using this type of equations for *Eucalyptus tereticornis* Sm.

This information is similar to that obtained by Canga *et al.* (2007), who pointed out that the independent variables of normal diameter, dominant height, density, age of the mass, square diameter and dominant diameter are sufficient to account for most of the variability of the data on a tree's total height.

The assessment, by means of the *t* test based on two independent populations, of the estimations carried out with model (1) against the data observed from the sample selected for validation show that there is no significant difference between the mean total heights. This confirms that both populations are alike (Infante and Zárate, 1996; Martínez *et al.*, 2006; Infante and Zarate, 2012).



suficientes para explicar la mayor parte de la variabilidad de los datos de altura total de un árbol.

La evaluación, mediante la prueba de *t* a partir de dos poblaciones independientes, de las estimaciones realizadas con el modelo (1) contra los datos observados de la muestra seleccionada para la validación demuestra que no existe diferencia significativa entre las medias de la altura total, lo que confirma que las poblaciones son iguales (Infante y Zárate, 1996; Martínez *et al.*, 2006; Infante y Zarate, 2012).

El uso de ecuaciones de altura-diámetro, de tipo local o generalizadas permite disminuir tiempo y costos en el levantamiento de datos en los inventarios forestales (López *et al.*, 2003; Gómez *et al.*, 2013), debido a que la altura total se estima con fidelidad en cada árbol dentro del sitio o área de influencia de la expresión ajustada (Gómez *et al.*, 2013).

Con apoyo de la ecuación de Gadow y Hui (1999) es posible calcular de manera más precisa la altura de los árboles no medidos dentro de los sitios de muestreo y, en consecuencia, se podrán calcular los valores de volumen del rodal, al combinarla con ecuaciones de crecimiento y rendimiento, como lo demostraron Milena *et al.* (2013) y Trincado y Leal (2006) quienes utilizaron ecuaciones de tipo local y generalizada para la estimación del volumen maderable, y solo obtuvieron diferencias a nivel de productos.

Por la estructura del modelo seleccionado, es factible desarrollar con mayor amplitud esta investigación mediante la aplicación de efectos mixtos dentro del modelo como lo hicieron Calama y Montero (2004), Shara y Parson (2007) y Vander-Schaaf (2013); o el ajuste de la regresión con redes neuronales generalizadas de forma artificial como lo realizaron Diamantopoulou y Özçelik (2012).

## Conclusiones

Las ecuaciones h-d generalizadas estiman en forma confiable la altura total de árboles individuales dentro de los rodales. Se recomienda usar la de Gadow y Hui (1999) para la estimación de la altura total en función del diámetro normal, la altura media y el diámetro cuadrático para *P. teocote* en la región oriente del estado de Hidalgo, la cual demostró ser de fácil uso, tener capacidad predictiva confiable y con sesgo relativamente bajo.

El uso de herramientas silvícolas en los inventarios forestales y, en general, en la planeación de los aprovechamientos en la región, disminuirá de forma significativa los tiempos y costos invertidos actualmente en la ejecución de los inventarios forestales; además se calculará de manera confiable la altura del arbolado y, por consiguiente, se tendrá una referencia del volumen del bosque.

The use of local or generalized height-diameter equations allows the reduction of the time and costs of data collection in forest inventories. (López *et al.*, 2003; Gómez *et al.*, 2013). This is because the total height of every tree can be accurately estimated within the site or influence area of the adjusted equation (Gómez *et al.*, 2013).


With the support of the equation developed by Gadow and Hui (1999) it will be possible to carry out more accurate estimations of the height of the unmeasured trees within the sampling sites, and therefore, to calculate of stand volume by combining this equation with growth and yield equations, as shown by Milena *et al.* (2013) and Trincado and Leal (2006), who used local and generalized equations to estimate the timber volume, obtaining differences only in terms of the products.

Due to the structure of the selected model, it will be possible to develop this research further by applying the mixed effects within the model, as Calama and Montero (2004), Shara and Parson (2007) and Vander-Schaaf (2013) did, or, like Diamantopoulou and Özçelik (2012), adjusting the regression by means of artificially generalized neural networks.

## Conclusions

The total height of individual trees within the stands can be reliably estimated by means of generalized h-d equations. The Gadow and Hui (1999) equation is recommended to estimate the total height as a function of the normal diameter, the mean height and the square diameter for *P. teocote* in eastern Hidalgo. The equation proved easy to use; it also displayed a reliable predictive capacity and a relatively low bias.

The use of forestry tools in forest inventories and, in general, in the planning of the exploitation of resources in the region will significantly decrease the times and costs spent in carrying out forest inventories. Furthermore, it will be enable accurate estimation of the height of the trees and thereby provide a reference of the forest's volume.

Incorporation of the model by Gadow and Hui (1999) into the growth and yield systems will allow more precise estimations of the existing volume and of the distribution of the products for single-species (*P. teocote*) forests in this region. 

## Conflicts of interests

The authors declare no conflict of interests.

## Contributions by author

Jonathan Hernández-Ramos: development of the research, data entry and analysis, writing and structuring of the manuscript; Xavier García Cuevas:

El modelo de Gadow y Hui (1999) es factible incorporarlo a los sistemas de crecimiento y rendimiento, con la finalidad de realizar determinaciones más precisas del volumen existente y la distribución de sus productos para los bosques uniespecíficos de *P. teocote* en la región. 🌿

## Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener conflicto de intereses.

## Contribución por autor

Jonathan Hernández-Ramos: desarrollo de la investigación, captura y análisis de la información, redacción y estructura del documento; Xavier García Cuevas: análisis de la información de campo, evaluador del análisis estadístico y ajuste de los modelos probados, y revisión del documento; Adrián Hernández Ramos: desarrollo de la investigación, captura y análisis de la información y revisión del documento; José Jesús García Magaña: planeación, diseño y supervisor de trabajo de campo, revisor del documento y análisis de la aplicación de los resultados; Hipólito Jesús Muñoz Flores: planeación, diseño y supervisión de trabajo de campo, análisis de la aplicación de los resultados y revisión del documento; Celestino Flores López: evaluación de la aplicabilidad de la información obtenida en campo, evaluación y apoyo en el ajuste de las ecuaciones; Guadalupe Geraldine García Espinoza: análisis de la aplicación de los resultados y revisión del documento.

## Agradecimientos

Los autores agradecen a la Corporación Agroforestal y Ambiental S. P. R de R. I. (Coafa) por el financiamiento para la elaboración de la presente investigación y al M. C. Leonardo A. Beltrán Rodríguez por el apoyo en la traducción del resumen y la redacción del documento.

## Referencias

- Adame, H. P., I. Cañellas y M. Del Río. 2005. Modelo de la relación altura-diámetro para Rebollares en Castilla y León. *In: Actas del IV Congreso Forestal Español*. Zaragoza, España. 8 p.
- Adame, H. P., I. Cañellas y M. Del Río. 2013. Modelo de la relación altura-diámetro para Rebollares en Castilla y León. *In: Actas del VI Congreso Forestal Español*. Vitoria-Gasteiz, España. 8 p.
- Arias, A. D. 2004. Estudio de las relaciones altura-diámetro para seis especies maderables utilizadas en programas de reforestación en la Zona Sur de Costa Rica. *Kurú: Revista Forestal (Costa Rica)* 1(2): 1-11.
- Augusto, C. T., J. O. Vargas M. y M. Escalier H. 2009. Ajuste y selección de modelos de regresión para estimar el volumen total de árboles. Documento Técnico No. 5. Escuela de Ciencia Forestales de la Universidad Mayor de San Simón. Cochabamba, Bolivia. 27 p.
- Barrio, A. M., J. G. Álvarez G., I. J. Díaz M. y C. A. López S. 2004. Relación altura diámetro generalizada para *Quercus rubur* L. en Galicia. *Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales* 18: 141-146.
- Calama S., R. A. 2004. Modelo interregional de selvicultura para *Pinus pinea* L. Aproximación mediante funciones de componentes aleatorios. Tesis doctoral. Universidad Politécnica de Madrid. Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Montes. Madrid, España. 307 p.
- Calama, R. and G. Montero. 2004. Interregional nonlinear height-diameter model with random coefficients for stone pine in Spain. *Canadian Journal of Forest Research* 34(1): 150-163.
- Canga, L. E., E. Aff K., J. Gorgoso V. y A. Camara O. 2007. Relación altura-diámetro generalizada para *Pinus radiata* D en Asturias (Norte de España). *Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales* 23: 153-158.

field data analysis, evaluation of the statistical analysis and adjustment of the tested models, and revision of the manuscript; Adrián Hernández Ramos: development of the research, data entry and analysis, and revision of the manuscript; José Jesús García Magaña: planning, design and supervision of the field work, revision of the manuscript, and analysis of the application of the results; Hipólito Jesús Muñoz Flores: planning, design and supervision of the field work, analysis of the application of the results, and revision of the manuscript; Celestino Flores López: evaluation of the applicability of the information obtained in the field, evaluation and support for the adjustment of the equations; Guadalupe Geraldine García Espinoza: analysis of the application of the results and review of the manuscript.

## Acknowledgments

The authors wish to express their gratitude to *Corporación Agroforestal y Ambiental S. P. R de R. I.* (Coafa) for funding the present research and to Leonardo A. Beltrán Rodríguez, MS, for his support in translating the abstract and editing this paper.

*End of the English version*



- Cañadas, N., C. García y G. Montero. 1999. Relación altura-diámetro para *Pinus pinea* L. en el Sistema Central. *Congreso de Ordenación y Gestión Sostenible de Montes*, Santiago de Compostela. Tomo I. pp. 139-153.
- Diamantopoulou, M. J. and R. Özgelik. 2012. Evaluation of different modeling approaches for total tree-height estimation in Mediterranean Region of Turkey. *Forest Systems* 21(3): 383-397.
- Diéguez A., U., A. Alboreca R., F. Castedo D., J. G. Álvarez G., M. Barrio A., F. Crecente C., J. M. González G., C. Pérez C., R. Rodríguez S., C. A. López S., M. A. Balboa M., J. J. Gorgoso V. y F. Sánchez R. 2009. Herramientas selvícolas para la gestión forestal sostenible en Galicia. Xunta de Galicia, Lugo, España. 259 p.
- Diéguez A., U., M. Barrio A., F. Castedo D. y J. G. Álvarez G. 2005. Relación altura-diámetro generalizada para masas de *Pinus sylvestris* L. procedentes de repoblación en el noroeste de España. *Investigación Agraria. Sistemas y Recursos Forestales* 14(2): 229-241.
- Draper, N. R. and H. Smith. 1998. *Applied regression analysis*. John Wiley & Sons, Inc. New York, NY, USA. 544 p.
- Gaffrey, D. 1988. Forstamts- undestandes individuelles Sortimentier ungs program als Mittel zur Planung, Aushaltung und Simulation. *Diplomarbeit Forstliche Fakultät, Georg-August-Universität Göttingen*. Göttingen, Deutschland. 86 p.
- Gadow, K. and G. Hui. 1999. *Modeling forest development*. Kluwer Academic Publishers. Groningen, Netherlands. 228 p.
- Gadow, K. V., P. Real y J. G. Álvarez. 2001. Modelización del crecimiento y la evolución de los bosques. *IUFRO World Series*. Viena, Austria. Vol. 12. 242 p.

- Gómez G., E., F. Crecente C., F. Pérez R. y U. Diéguez A. 2013. Relación altura-diámetro generalizada para rodales regulares de *Quercus robur* L. en Galicia. Cuadernos de la Sociedad Española de Ciencias Forestales 35: 201-209.
- García C., X., A. Del Ángel S. y J. Hernández R. 2013. Método alternativo para regular la estructura de selva tropical. In: II Simposio internacional en producción agroalimentaria tropical y XXV Reunión científica-tecnológica forestal y agroalimentaria. Villahermosa, Tab., México. pp. 418-423.
- Hernández P., D. 2012. Modelos de volumen comercial variable para *Pinus patula* en Zacualtipán, Hidalgo. Tesis de Maestría. Colegio de Postgraduados, Campus Montecillo. Texcoco, Edo. de Méx., México. 59 p.
- Harrison, W. C., E. Burk T. and E. Beck D. 1986. Individual tree basal area increment and total height equations for Appalachian mixed hardwoods after thinning. Southern Journal of Applied Forestry 10: 99-104.
- Huang, S., S. J. Titus and D. Wiens. 1992. Comparison of nonlinear height-diameter functions for major Alberta tree species. Canadian Journal of Forest Research, 22 (9): 1297-1304.
- Hui, G. und K. Gadow. 1993. Zur Entwicklung von Einheitshohenkurven am Beispiel der Baumart *Cuninghamia lanceolata*. Allgemeine Forst- und Jagdzeitung 164(12):218-220.
- Infante G., S. y G. P. Zárate L. 1996. Métodos estadísticos: un enfoque interdisciplinario. Ed. Trillas. México, D. F., México. 643 p.
- Infante G., S. y G. P. Zárate L. 2012. Métodos estadísticos: un enfoque interdisciplinario. 3ª. ed. Ed. Colegio de Postgraduados. Montecillo, Edo. de Méx., México. pp. 337-370.
- Instituto Nacional de Estadística Geográfica e Informática (Inegi). 1992. Síntesis geográfica del estado de Hidalgo. Secretaría de Programación y Presupuesto. México, D. F., México. pp. 29-32.
- Juárez, G. M., M. G. Pece, C. Gaillard B., J. Sanguedolce, V. Mariot y R. Mazzuco. 2006. Ecuaciones altura-diámetro para *Ziziphus mistol* Griseb. en Santiago del Estero, Argentina. Quebracho 13:36-43.
- Juárez, G. M., M. G. Pece, C. Gaillard B., J. Sanguedolce y V. Mariot. 2007. Ecuaciones altura-diámetro en *Prosopis nigra* (Griseb) Hieron (Algarrobo negro) en Santiago del Estero, Argentina. Foresta Veracruzana 9(1):9-14.
- López, C. A., J. J. Gorgoso y F. Castedo, 2001. Comparación de modelos altura-diámetro generalizados para *Pinus radiata* D. Don en Galicia. In: III Congreso Forestal Español. Dep. de Enxeñaría Agroforestal. Escola Politécnica Superior de Lugo. Universidad de Santiago de Compostela. Granada, España. pp. 585-591.
- López S., C. A., J. Gorgoso V., F. Castedo D., A. Rojo A., R. Rodríguez S., J. G. Álvarez G. and F. Sánchez R. 2003. A height-diameter model for *Pinus radiata* D. Don in Galicia (Northwest Spain). Annals of Forest Science 60(3): 237-245.
- Martínez G., M. A., A. Sánchez V. y J. Faulin. 2006. Bioestadística amigable. Ediciones Díaz de Santos. Madrid, España. pp. 293-335.
- Milena, L. A., G. Trincado, A. Barrios y V. Nieto. 2013. Modelos regionales de altura-diámetro para plantaciones jóvenes de *Eucalyptus tereticornis* en la costa atlántica colombiana. Bosque 34(2): 233-241.
- Mirkovich, J. L. 1958. Normale visinske krive za chrast kitnak I bukvu v NR Srbiji. Zagreb. Glasnik sumarskog fakulteta 13 p.
- Mønness, E. N. 1982. Diameter distributions and height curves in even-aged stands of *Pinus sylvestris* L. Medd. No. Inst. Skogfordk 36:1-43.
- Nilson, A. 1999. Pidev metsakorraldus-mis see on. Pidev metsakorraldus. EPMU Metsadusteaduskonna toimetised 32: 4-13.
- Peng, C. 2001. Developing and validating nonlinear height-diameter models for major tree species of Ontario's boreal forest. Northern Journal of Applied Forestry 18: 87-94.
- Statistical Analysis System. 2010. Base SAS® 9.2 Procedures Guide: Statistical Procedures, SAS Institute Inc. 3<sup>rd</sup>. Edition. Cary, NC, USA, n/p.
- Schröder, J. and J. G. Álvarez, 2001. Developing a generalized diameter-height model for maritime pine in Northwestern Spain. Forstwissenschaftliches Centralblatt 120(1): 18-23.
- Sharma, M. and J. Parton. 2007. Height-diameter equations for boreal tree species in Ontario using mixed-effects modeling approach. Forest Ecology and Management 249 (3): 187-198.
- Trincado, G. y C. Leal D. 2006. Ecuaciones locales y generalizadas de altura-diámetro para pino radiata (*Pinus radiata*). Bosque 27(1):23-34.
- Vander-Schaaf, C. L. 2013. Mixed-effects height-diameter models for commercially and ecologically important hardwoods in Minnesota. Northern Journal of Applied Forestry 30(1): 37-42.
- Zambrano T., M. Suárez y M. Jerez. 2001. Evaluación de la efectividad del ajuste de algunos modelos de regresión utilizados para estimar la relación altura-diámetro en parcelas permanentes de rendimiento y aclareo en teca (*Tectona grandis* L. F.). Revista Forestal Venezolana 45(2): 163-173.

