



DOI: [10.29298/rmcf.v14i77.1383](https://doi.org/10.29298/rmcf.v14i77.1383)

Artículo de Investigación

## Sistemas compatibles de ahusamiento y volumen comercial para dos especies de *Pinus* en Durango, México

### Taper and merchantable volume systems for two *Pinus* species in Durango, Mexico

Francisco Cruz-Cobos<sup>1</sup>, Gerónimo Quiñonez-Barraza<sup>2\*</sup>, Verónica Hernández-Merino<sup>3</sup>, Sacramento Corral-Rivas<sup>1</sup>, Adan Nava-Nava<sup>4</sup>

Fecha de recepción/Reception date: 30 de marzo de 2023

Fecha de aceptación/Acceptance date: 15 de mayo del 2023

<sup>1</sup>Instituto Tecnológico de El Salto, Durango, México.

<sup>2</sup>INIFAP, Centro de Investigación Regional Norte Centro, Campo Experimental Valle del Guadiana. México.

<sup>3</sup>Universidad Autónoma de Nuevo León, Facultad de Ciencias Forestales. México.

<sup>4</sup>Colegio de Postgraduados, Campus Montecillo, Postgrado en Ciencias Forestales. México.

\*Autor para correspondencia; correo-e: [quinonez.geronimo@inifap.gob.mx](mailto:quinonez.geronimo@inifap.gob.mx)

\*Corresponding author; e-mail: [quinonez.geronimo@inifap.gob.mx](mailto:quinonez.geronimo@inifap.gob.mx)

#### Resumen

El estudio tuvo como objetivo comparar y validar dos metodologías para estimar el volumen comercial de *Pinus cooperi* (*Pc*) y *Pinus durangensis* (*Pd*) en la región forestal de El Salto, Durango, México. Los datos de ahusamiento y volumen utilizados fueron de 164 y 182 árboles de *Pc* y *Pd*, respectivamente; a los cuales se les midió el diámetro a diferentes alturas. De la base de datos, 70 % se usó para el ajuste y 30 % para la validación. Cuatro sistemas compatibles de ahusamiento y volumen comercial fueron ajustados: tres de razón de volúmenes y uno segmentado. El ajuste se realizó mediante regresión iterativa aparentemente no relacionada. Los criterios para evaluar la calidad de ajuste fueron: el coeficiente de determinación ajustado, la raíz del cuadrado medio del error, el sesgo, el criterio de información de Akaike y el coeficiente de variación. Los estadísticos de ajuste y de validación indicaron que el sistema segmentado (SS1) fue el más preciso para estimar el volumen comercial y ahusamiento para ambas especies. El sistema basado en modelos de razón de volúmenes (RVS2) generó resultados similares, constituyó un sistema con más parsimonia, y explicó 98.3 % de la variabilidad observada en *Pc* y 97.6 % en *Pd*, y podría ser más fácil de implementar que el segmentado para predecir la altura del fuste, el diámetro del fuste, el volumen comercial y el volumen total del árbol para los dos taxones estudiados. Por tanto, se recomienda el sistema etiquetado como RVS2 por su precisión y simplicidad para estimar volúmenes comerciales de las especies evaluadas.

**Palabras claves:** Ahusamiento, modelos de razón de volúmenes, parsimonia, sistema compatible, volumen comercial, volumen total.

#### Abstract

The objective of the study was to compare and validate two methodologies in order to estimate the merchantable volume of *Pinus cooperi* (*Pc*) and *Pinus durangensis* (*Pd*) in the forest region of El Salto, Durango, Mexico. The used data were 164 *Pc* and 182 *Pd* trees, whose diameters at different heights and the total height were measured. The 70 % of the dataset was used for training, and 30 % was utilized for testing. Four

compatible taper and merchantable volume systems were fitted, three of which were based on volume ratio models, and one, on a segmented taper model. The fitting was performed through iterative seemingly unrelated regression. The criteria for evaluating predictive performance were the adjusted coefficient of determination, the root mean square error, the bias, the Akaike's information criterion, and the coefficient of variation. The training and testing statistics indicated that the segmented system (SS1) was the most accurate for estimating the merchantable volume and taper of both species. The system based on volume ratio models (RVS2) generated similar results, was more parsimonious and explained 98.3 % of the observed variability in  $P_c$  and 97.6 % of that observed in  $P_d$ ; furthermore, it may prove easier to implement than segmented system for predicting the stem height, stem diameter, merchantable volume, and total tree volume for two studied species. The system labeled RVS2 is recommended for its accuracy and simplicity in estimating the merchantable volume of the evaluated species.

**Key words:** Tapering, volume ratio models, parsimony, compatible system, merchantable volume, total volume.

## Introducción

El volumen de los árboles individuales y a nivel de rodal es un componente de gran importancia en el manejo de los recursos forestales que permite planear, ejecutar y evaluar actividades propuestas en los programas de manejo forestal maderable (Alder, 1980; Prodan *et al.*, 1997; Cruz-Cobos *et al.*, 2008).

Las existencias volumétricas de los bosques representan un criterio fiable para medir el potencial productivo de un rodal (Burkhart y Tomé, 2012; Avery y Burkhart, 2015) y puede dividirse en volumen total ( $V_t$ ,  $m^3$ ) y volumen comercial ( $V_c$ ,  $m^3$ ) (Chauchard y Sbrancia, 2005); de este último es posible hacer una distribución de productos y con ello conocer el valor económico que poseen los rodales.

En la modelación forestal existen tres metodologías para estimar el  $V_c$  (Prodan *et al.*, 1997): (1) funciones de  $V_t$  con la restricción de un diámetro o altura límite, (2) funciones que describan el perfil del árbol y estimaciones del  $V_c$  a un diámetro definido o una altura dada (Chauchard y Sbrancia, 2005), y (3) funciones de razón ( $V_r$ ) (Burkhart, 1977; Burkhart y Tomé, 2012) correspondientes a la proporción entre el  $V_c$  y el  $V_t$  de acuerdo a un límite de altura dada (Barrios *et al.*, 2014; Tamarit *et al.*, 2014; Quiñonez-Barraza *et al.*, 2019).

Las funciones de razón de volumen se han utilizado con éxito en coníferas y latifoliadas, por la precisión y simplicidad con que se generan (Barrios *et al.*, 2014; Hernández-Ramos *et al.*, 2017, 2018; Niño *et al.*, 2018). Una de las ventajas que poseen ese tipo de funciones consiste en minimizar los errores de estimación del volumen de forma directa (Prodan *et al.*, 1997; Quiñonez-Barraza *et al.*, 2019).

Lynch *et al.* (2017) y Zhao y Kane (2017) propusieron una serie de ecuaciones para estimar el  $V_c$  a partir de la relación de volumen con la altura, las cuales se han ajustado con resultados satisfactorios para diversas especies arbóreas (García-Espinoza *et al.*, 2018; Quiñonez-Barraza *et al.*, 2019; Castillo-López *et al.*, 2021), por lo que es más fácil derivar ecuaciones de ahusamiento a partir de la relación entre el volumen y la altura total ( $H$ , m), en contraste a la relación del volumen y el diámetro superior (Quiñonez-Barraza *et al.*, 2019; Zhao *et al.*, 2019). Las ecuaciones de volumen y ahusamiento resultantes son compatibles entre sí (Zhao *et al.*, 2019; Castillo-López *et al.*, 2021).

Bi y Long (2001) y Özçelik y Göçeri (2015) señalan que las ecuaciones de volumen y ahusamiento deben ser generadas de manera específica para cada especie debido a que la calidad del sitio, la densidad del rodal y los tratamientos silvícolas tienen una incidencia directa con el perfil del árbol (Burkhart y Tomé, 2012; Quiñonez-Barraza *et al.*, 2014; Özçelik y Cao, 2017; Castillo-López *et al.*, 2021). Al respecto, se seleccionaron dos especies como caso de estudio (*Pinus cooperi* C. E. Blanco y

*Pinus durangensis* Martínez) que por su distribución y abundancia en la región El Salto, Durango contribuyen con más de 80 % de la producción forestal maderable en el estado (González-Elizondo *et al.*, 2012).

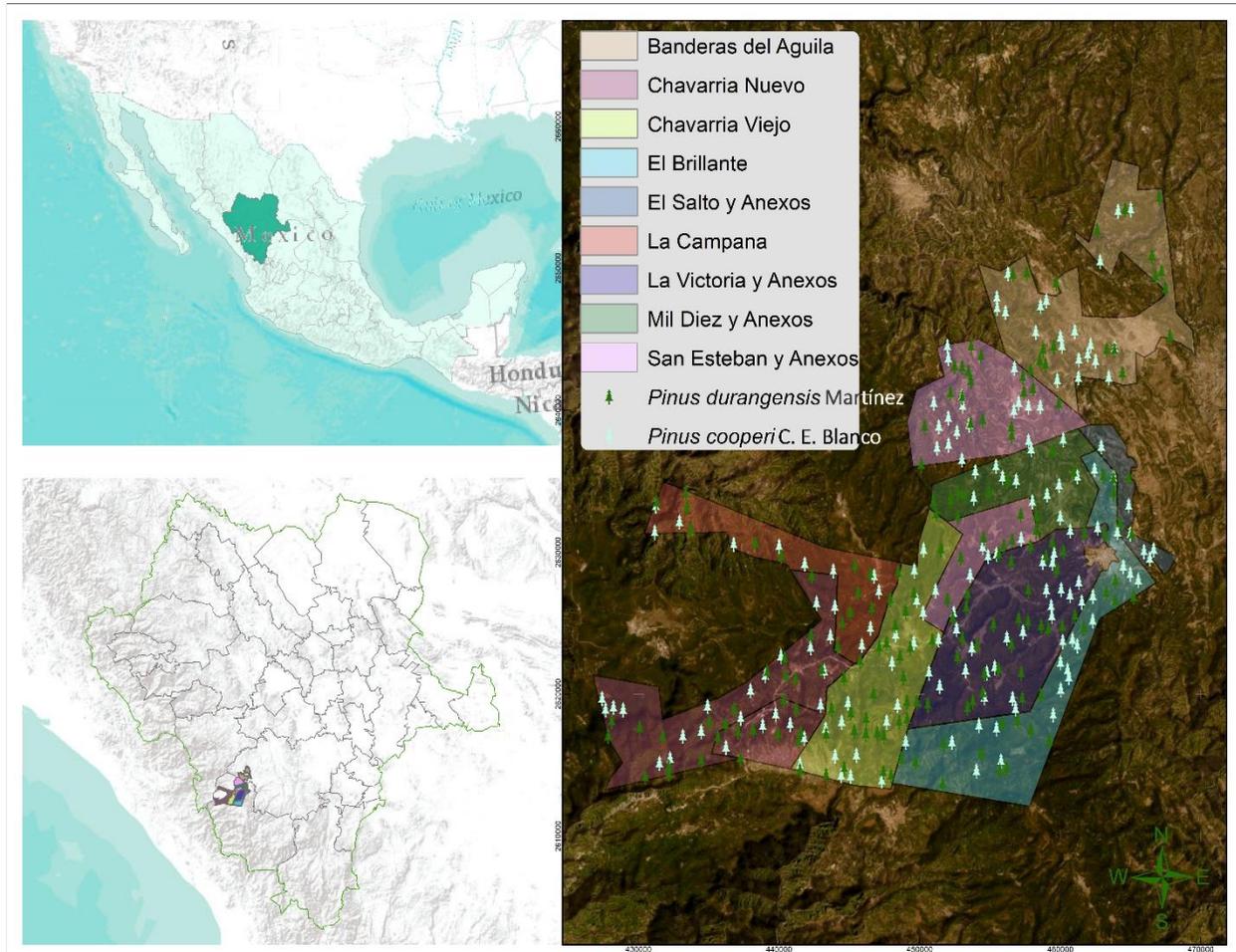
Los objetivos fueron ajustar y validar tres sistemas de volumen-ahusamiento basados en ecuaciones de razón de volúmenes y comparar el rendimiento con un sistema segmentado de ahusamiento-volumen comercial para *Pinus cooperi* y *Pinus durangensis* en Pueblo Nuevo, Durango, México.

## **Materiales y Métodos**

### **Área de estudio**

El estudio se llevó a cabo en rodales naturales de los ejidos Banderas del Águila, Chavarría Nuevo, Chavarría Viejo, El Brillante, El Salto, La Campana, La Ciudad, La Victoria, Mil Diez y San Esteban en el municipio Pueblo Nuevo, Durango, México (Figura 1), los cuales se ubican dentro de la Umafor 1 008 "El Salto" al suroeste del estado de Durango. La altitud fluctúa entre 1 400 a 2 600 m. Los rodales presentan condiciones de vegetación de rodales puros de encino y pino, en su mayor parte bosques mezclados de pino-encino. De acuerdo con la clasificación de *Köppen* modificada por García (2004), la región está dentro del grupo de climas templados C, subgrupo de climas semicálidos (A)C(w<sub>1</sub>) y tipos semicálidos subhúmedos con lluvias en verano y un porcentaje de lluvia invernal entre 5 y 10.2 %, con

precipitación media anual de 800 a 1 200 mm y temperatura media anual de 20 a 22° C.



**Figura 1.** Ubicación geográfica del área de estudio.

## Información dasométrica

A través de un muestreo destructivo y análisis de ahusamiento durante el aprovechamiento maderable de los predios seleccionados, se derribaron y midieron 164 árboles de *Pinus cooperi* y 182 árboles de *Pinus durangensis*. Las variables medidas fueron diámetro normal ( $D_n$ , cm) con corteza mediante una cinta diamétrica *Forestry Suppliers*® modelo 283D/5M; altura total ( $H$ , m) con un hipsómetro *Nikon*® modelo *Nikon Forestry PRO II*; diámetro con corteza ( $d$ , cm) (se usó la cinta diamétrica antes indicada) a diferentes alturas ( $h$ ); y altura comercial ( $h$ , m). La primera sección fue a la altura del tocón ( $ht$ , m), después se obtuvieron tres secciones de 0.30 m (para capturar el ahusamiento debajo de 1.3 m de altura), la siguiente sección correspondió con el  $D_n$ , posteriormente secciones de 2.54 m de longitud (medidas con una cinta larga *Truper*® modelo TP30ME) hasta llegar a la punta del fuste.

El volumen de cada sección se calculó con la fórmula del neiloide para el tocón ( $V_s = \frac{S_0 l}{4}$ ), *Smalian* ( $V_s = \frac{S_0 + S_1}{2} l$ ) para las secciones intermedias o formas de neiloide y cono, ( $V_s = \frac{S_0}{3} l$ ) para la punta (Barrios *et al.*, 2014; Avery y Burkhart, 2015). Para todos los casos  $V_s$  es el volumen de la sección,  $S_0$  el área de la sección transversal inicial,  $S_1$  es el área de la sección transversal final, y  $l$  es la longitud de la troza. El volumen total del fuste se obtuvo por la suma de los volúmenes de las secciones definidas para cada árbol. Los datos se dividieron en 70 % para el ajuste y 30 % en la validación.

## **Modelos evaluados**

Para este estudio se ajustaron tres sistemas de ecuaciones de razón de volúmenes para el ahusamiento (Lynch *et al.*, 2017) basados en las ecuaciones de razón de volúmenes citadas por Zhao y Kane (2017) (RVS1-RVS3), además del sistema segmentado ahusamiento-volumen (SS1) desarrollado por Fang *et al.* (2000) (Cuadro 1). La comparación se realizó con el precepto de que un sistema de ecuaciones basado en expresiones de razón de volúmenes es más simple y práctico que un modelo segmentado.

**Cuadro 1.** Sistemas evaluados de ecuaciones de volumen-ahusamiento compatibles.

Sistema	Ecuación
RVS1	$Vc = \alpha_0 Dn^{\alpha_1} H^{\alpha_2} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{h}{H} \right)^{\beta_1} \right]$ $d = \sqrt{\frac{\beta_1 \alpha_0 Dn^{\alpha_1} H^{\alpha_2}}{Hk} \left( 1 - \frac{h}{H} \right)^{\beta_1 - 1}}$
RVS2	$Vc = \alpha_0 Dn^{\alpha_1} H^{\alpha_2} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{h}{H} \right)^{\beta_1} \right]^{\beta_2}$ $d = \sqrt{\frac{\alpha_0 Dn^{\alpha_1} H^{\alpha_2} \beta_1 \beta_2}{Hk} \left( 1 - \left( 1 - \frac{h}{H} \right)^{\beta_1} \right)^{\beta_2 - 1} \left( 1 - \frac{h}{H} \right)^{\beta_1 - 1}}$
RVS3	$Vc = \alpha_0 Dn^{\alpha_1} H^{\alpha_2} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{h}{H} \right)^{\beta_1} \right]^{\{1 - \beta_2 \exp[-\exp(\beta_3 Dn^{\alpha_1} H^{\alpha_2})]\}}$ $d = \sqrt{\frac{\beta_1}{kH} \alpha_0 Dn^{\alpha_1} H^{\alpha_2} \left( 1 - \frac{h}{H} \right)^{\beta_1 - 1} \{1 - \beta_2 \exp[-\exp(\beta_3 Dn^{\alpha_1} H^{\alpha_2})]\} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{h}{H} \right)^{\beta_1} \right]^{\{-\beta_2 \exp[-\exp(\beta_3 Dn^{\alpha_1} H^{\alpha_2})]\}}}$
SS1	$d = c_1 \sqrt{H^{\frac{k-\beta_1}{\beta_1}} \left( 1 - \frac{h}{H} \right)^{\frac{k-\beta}{\beta}} A_1^{I_1+I_2} A_2^{I_2}}$ $Vc = c_1^2 H^{\frac{k}{\beta_1}} \left[ \beta_1 r_0 + (I_1 + I_2) + (\beta_2 - \beta_1) r_1 + I_2 (\beta_3 - \beta_2) A_1 r_2 - \beta \left( 1 - \frac{h}{H} \right)^{\frac{k}{\beta}} A_1^{I_1+I_2} A_2^{I_2} \right]$

$$c_1 = \sqrt{\frac{\alpha_0 Dn^{\alpha_1} H^{\alpha_2 - \frac{k}{\beta_1}}}{\beta_1(r_0 - r_1) + \beta_2(r_1 - A_1 r_2) + \beta_3 A_1 r_2}}$$

$$r_0 = \left(1 - \frac{ht}{H}\right)^{\frac{k}{\beta_1}}; r_1 = (1 - p_1)^{\frac{k}{\beta_1}}; r_2 = (1 - p_2)^{\frac{k}{\beta_2}}$$

$$\beta = \beta_1^{1-(I_1+I_2)} \beta_2^{I_1} \beta_3^{I_2}; A_1 = (1 - p_1)^{\frac{(\beta_2 - \beta_1)k}{\beta_1 \beta_2}}; A_2 = (1 - p_2)^{\frac{(\beta_3 - \beta_2)k}{\beta_2 \beta_3}}$$

$$\text{Donde } \begin{cases} I_1 = 1 \text{ si } p_1 \leq \frac{h}{H} \leq p_2; \text{ de lo contrario } 0 \\ I_2 = 1 \text{ si } p_2 \leq \frac{h}{H} \leq 1; \text{ de lo contrario } 0 \end{cases}$$

$$p_1 = \frac{h_1}{H}; p_2 = \frac{h_2}{H}$$

$Dn$  = Diámetro normal (cm);  $d$  = Diámetro (cm) a la altura  $h$  (m);  $h$  = Altura comercial (m);  $H$  = Altura total (m);  $ht$  = Altura del tocón (m);  $Vc$  = Volumen comercial ( $m^3$ );  $k = \pi/40\,000$ ;  $\alpha_i$  y  $\beta_i$  = Parámetros a ser estimados;  $p_1$  = Punto de inflexión para el cambio de neiloide a paraboloides en la forma del fuste;  $p_2$  = Punto de inflexión para el cambio de paraboloides a cono en la forma del fuste;  $I_1$  = Variable indicadora para el punto de inflexión  $p_1$ ;  $I_2$  = Variable indicadora para el punto de inflexión  $p_2$ .

## Ajuste de los sistemas y criterios de selección

La estimación de los parámetros se realizó con regresión iterativa aparentemente no relacionada (*ITSUR*), con el procedimiento *MODEL* del paquete estadístico SAS/ETS® 9.4 (Statistical Analysis System, 2021). Fang *et al.* (2000) indican que el ajuste con *ITSUR* homogeniza y minimiza el error estándar de los parámetros en el sistema, además permite la compatibilidad del sistema. Para evitar problemas en la estimación de los parámetros, especialmente si  $h = H$ ; es decir, cuando  $d = 0$ , se aplicó  $h = 0.001$  junto con una variable indicadora en la punta para evitar que se estimaran en cero las derivadas parciales de los parámetros.

La evaluación cuantitativa de los sistemas analizados, tanto en el ajuste (70 % de la base de datos) como en la validación (30 % de la base de datos) fue a través del coeficiente de determinación ajustado ( $R^2_a$ , 1), raíz del cuadrado medio del error ( $RCME$ , 2), coeficiente de variación ( $CV$ , 3), sesgo promedio ( $\bar{E}$ , 4), y criterio de información de *Akaike* ( $AIC$ , 5). Estos estadísticos se han utilizado en la evaluación de modelos de ahusamiento y volumen comercial (Quiñonez-Barraza *et al.*, 2019; Zhao *et al.*, 2019).

$$R^2_a = 1 - \left[ \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 / (n-p)}{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 / (n-1)} \right] \quad (1)$$

$$RCME = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2}{n-1}} \quad (2)$$

$$CV = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n \frac{(y_i - \bar{y})^2}{n-1}}{\bar{y}}} \quad (3)$$

$$\bar{E} = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i) / n \quad (4)$$

$$AIC = -2 \log(L) + 2p \quad (5)$$

Donde:

$y_i$  = Valor observado de  $d$  o  $Vc$

$\hat{y}_i$  = Valor estimado

$\bar{y}$  = Valor medio observado

$n$  = Tamaño de la muestra

$p$  = Número de parámetros del sistema

$\log(L)$  = Logaritmo de la verosimilitud

Para evaluar la precisión de las ecuaciones, se generó un criterio de calificación basado en Sakici *et al.* (2008), en el que se asignó el número 1 a la ecuación con el mejor estadístico de ajuste y 4 al peor estadístico de ajuste. La sumatoria de los valores conformó la calificación final; es decir, aquel con el valor menor en la calificación total se identificó como el más preciso. Este procedimiento también se usó en la validación de las ecuaciones de ahusamiento y volumen comercial de los sistemas generados. Una vez ajustados los sistemas, se realizaron las predicciones para la base de datos de validación y se obtuvieron los estadísticos de validación.

La autocorrelación en el componente de ahusamiento se corrigió con una estructura de error autorregresiva continua de segundo orden ( $CAR_2$ ), la cual consideró la distancia entre las mediciones de la altura comercial en cada árbol (Zimmerman y Núñez-Antón, 2001), ya que estas estructuras se han probado como funcionales en las ecuaciones de ahusamiento y volumen comercial (Corral-Rivas *et al.*, 2017; García-Espinoza *et al.*, 2018; Castillo-López *et al.*, 2021). La estructura de autocorrelación no se incluyó en la ecuación de volumen comercial, dado que no representa ganancia en el ajuste de la ecuación (Quiñonez-Barraza *et al.*, 2019; Zhao *et al.*, 2019).

$$e_{ij} = d_1\gamma_1^{h_{ij}-h_{ij-1}}e_{ij-1} + d_2\gamma_2^{h_{ij}-h_{ij-2}}e_{ij-2} + \varepsilon_{ij} \quad (6)$$

Donde:

$e_{ij}$  = Residual ordinario en el árbol  $i$

$d_i = 1$  para  $j > 1$

$d_i = 0$  para  $j = 1$

$\gamma_1$  = Parámetro autorregresivo del orden  $i$

$h_{ij} - h_{ij-1}$  = Distancia de separación de la  $j$  a la  $j-1$  observación dentro de cada árbol

$h_{ij} > h_{ij-1}$

$h_{ij} - h_{ij-2}$  = Distancia de separación de la  $j$  a la  $j-2$  observación dentro de cada árbol

$h_{ij} > h_{ij-2}$

La corrección de la heterocedasticidad asociada al volumen comercial se efectuó mediante una función que ponderó la varianza de los residuales, para lo cual se usó la especificación empleada por Quiñonez-Barraza *et al.* (2014):

$resid.Vc = resid.Vc / [(Dn^2H)^\omega]^{0.5}$ , en la que el valor del parámetro  $\omega$  proviene de la regresión lineal del logaritmo natural de los residuales en función de la variable combinada  $(Dn^2H)$ . La heterocedasticidad en la ecuación de ahusamiento no se incluyó, ya que los residuales siguieron una tendencia homocedástica.

## Resultados

## Etapa de ajuste

En el Cuadro 2 se presenta el ajuste de las ecuaciones de volumen y ahusamiento para las especies estudiadas. Se observa que el SS1 se ajustó mejor al perfil del fuste con la menor calificación en ambas especies, además explicó más de 98.2 % de la variabilidad observada. El SS1 fue más preciso en *Pinus cooperi* con el menor valor de la *RCME* en el volumen y ahusamiento con 19 y 9 % menos respectivamente, en comparación con los valores de la *RCME* obtenidos para *Pinus durangensis* (Cuadro 2). En segundo lugar de precisión resultó el RVS2 al explicar más de 97.5 % de la variabilidad observada para ambas especies (Cuadro 2); estas ecuaciones son más sencillas que el sistema segmentado ahusamiento-volumen de Fang *et al.* (2000).

**Cuadro 2.** Estadísticos de ajuste de los sistemas evaluados de volumen comercial-ahusamiento (*Vc-d*) para *Pinus cooperi* C. E. Blanco (*Pc*) y *Pinus durangensis* Martínez (*Pd*).

Especie	Sistema	Componente	<i>RCME</i>	<i>R<sup>2a</sup></i>	<i>AIC</i>	<i>CV</i>	$\bar{E}$	<i>C</i>	$\Sigma Vc+d$
<i>Pc</i>	RVS1	<i>Vc</i>	0.101	0.98	-6422.6	15.7	-0.045	17	36
		<i>d</i>	2.826	0.97	2927.1	10.6	0.311	19	
	RVS2	<i>Vc</i>	0.074	0.99	-7290.1	12.4	-0.021	10	22
		<i>d</i>	2.145	0.98	2152.0	8.0	0.109	12	
	RVS3	<i>Vc</i>	0.075	0.99	-7275.0	12.5	-0.021	15	24
		<i>d</i>	2.138	0.98	2142.7	8.0	0.202	9	
SS1	<i>Vc</i>	0.063	0.99	-11115.3	10.3	0.019	8	18	
	<i>d</i>	2.035	0.99	2865.8	7.3	0.583	10		
<i>Pd</i>	RVS1	<i>Vc</i>	0.110	0.98	-7176.2	16.0	-0.046	16	36
		<i>d</i>	3.656	0.95	4231.4	13.4	0.763	20	

RVS2	Vc	0.086	0.99	-7971.7	13.3	-0.025	13	23
	d	2.608	0.98	3134.2	9.7	0.275	10	
RVS3	Vc	0.835	0.99	-8062.5	13.2	-0.017	13	28
	d	2.682	0.97	3226.8	9.8	0.547	15	
SS1	Vc	0.078	0.99	-8281.0	12.5	0.005	8	13
	d	2.245	0.98	2652.8	8.4	0.048	5	

$RCME$  = Raíz del cuadrado medio del error;  $R^2a$  = Coeficiente de determinación ajustado;  $AIC$  = Criterio de información de Akaike;  $CV$  = Coeficiente de variación;  $\bar{E}$  = Sesgo;  $C$  = Calificación del sistema;  $Vc$  = Volumen comercial;

$d$  = Ahusamiento.

El RVS2 registró estadísticos de bondad de ajuste similares al SS1 para *Pinus cooperi*; en este caso, el error estimado en volumen se incrementó comparativamente en 18 %, mientras que para describir el perfil fustal solo aumentó en 5 %. Por su parte, la precisión del RVS2 en *Pinus durangensis* y *Pinus cooperi* fue similar, pero el valor de la  $RCME$  se incrementó en 10 % y 16 % para estimar el volumen y describir el ahusamiento, respectivamente. En contraste, el RVS1 tuvo el peor rendimiento con los valores más altos de la calificación establecida en los estadísticos de bondad de ajuste para estimar el volumen comercial y describir el perfil fustal de ambas especies.

En el Cuadro 3 se muestran los valores estimados de los parámetros para las dos especies estudiadas; todos los parámetros resultaron ser diferentes de cero a un nivel de significancia de 5 %. Para *P. cooperi*, se observó que los puntos de inflexión para el sistema segmentado SS1 ocurren a 4.31 % de la altura del árbol, cerca de la base, y a 69.87 % de la altura total. En tanto que en *P. durangensis*, los puntos de inflexión se registran a 4.36 % y 74.87 % de la altura relativa del fuste.

**Cuadro 3.** Estimadores de los parámetros obtenidos con el ajuste simultáneo de ahusamiento y volumen comercial para las dos especies de *Pinus* estudiadas.

Especie	Sistema	Parámetros	Estimación	Error estándar	Valor <i>t</i>	<i>Pr</i> >  <i>t</i>
<i>Pc</i>	RVS1	$\alpha_0$	0.000067	$2.67 \times 10^{-6}$	24.99	<0.0001
		$\alpha_1$	1.922239	$1.05 \times 10^{-2}$	182.59	<0.0001
		$\alpha_2$	0.955169	$1.04 \times 10^{-2}$	91.77	<0.0001
		$\beta_1$	2.460480	$2.11 \times 10^{-2}$	116.81	<0.0001
	RVS2	$\alpha_0$	0.000066	$2.47 \times 10^{-6}$	26.65	<0.0001
		$\alpha_1$	1.916322	$9.88 \times 10^{-3}$	193.93	<0.0001
		$\alpha_2$	0.965511	$1.01 \times 10^{-2}$	95.83	<0.0001
		$\beta_1$	2.071045	$1.68 \times 10^{-2}$	123.11	<0.0001
		$\beta_2$	0.956080	$1.33 \times 10^{-3}$	717.60	<0.0001
	RVS3	$\alpha_0$	0.000061	$2.39 \times 10^{-6}$	25.71	<0.0001
		$\alpha_1$	1.929970	$1.01 \times 10^{-2}$	191.34	<0.0001
		$\alpha_2$	0.971030	$1.01 \times 10^{-2}$	96.60	<0.0001
		$\beta_1$	2.112498	$1.64 \times 10^{-2}$	128.92	<0.0001
		$\beta_2$	0.108429	$3.96 \times 10^{-3}$	27.36	<0.0001
		$\beta_3$	0.000010	$8.88 \times 10^{-7}$	11.27	<0.0001
	SS1	$\alpha_0$	0.000063	$1.71 \times 10^{-6}$	36.50	<0.0001
		$\alpha_1$	1.948812	$7.24 \times 10^{-3}$	269.17	<0.0001
		$\alpha_2$	0.938103	$9.67 \times 10^{-3}$	97.05	<0.0001
		$\beta_1$	0.000006	$1.65 \times 10^{-7}$	35.93	<0.0001
		$\beta_2$	0.000043	$3.78 \times 10^{-7}$	112.56	<0.0001
$\beta_3$		0.000030	$4.14 \times 10^{-7}$	71.28	<0.0001	
$p_1$		0.043174	$1.15 \times 10^{-3}$	37.40	<0.0001	
$p_2$		0.698774	$9.20 \times 10^{-3}$	75.96	<0.0001	
<i>Pd</i>	RVS1	$\alpha_0$	0.000085	$3.39 \times 10^{-6}$	22.62	<0.0001

	$\alpha_1$	1.887200	$1.03 \times 10^{-2}$	164.53	<0.0001
	$\alpha_2$	0.907800	$9.89 \times 10^{-3}$	82.70	<0.0001
	$\beta_1$	2.477400	$2.12 \times 10^{-2}$	105.26	<0.0001
RVS2	$\alpha_0$	0.000084	$3.14 \times 10^{-6}$	24.08	<0.0001
	$\alpha_1$	1.881500	$9.70 \times 10^{-3}$	174.75	<0.0001
	$\alpha_2$	0.919500	$9.60 \times 10^{-3}$	86.35	<0.0001
	$\beta_1$	2.070300	$1.68 \times 10^{-2}$	110.94	<0.0001
	$\beta_2$	0.952100	$1.33 \times 10^{-3}$	646.63	<0.0001
RVS3	$\alpha_0$	0.000076	$2.98 \times 10^{-6}$	23.00	<0.0001
	$\alpha_1$	1.900100	$9.93 \times 10^{-3}$	172.42	<0.0001
	$\alpha_2$	0.925100	$9.58 \times 10^{-3}$	87.04	<0.0001
	$\beta_1$	2.114600	$1.64 \times 10^{-2}$	116.17	<0.0001
	$\beta_2$	0.128800	$4.71 \times 10^{-3}$	24.65	<0.0001
	$\beta_3$	0.000013	$1.15 \times 10^{-6}$	10.15	<0.0001
SS1	$\alpha_0$	0.000073	$1.99 \times 10^{-6}$	33.12	<0.0001
	$\alpha_1$	1.917700	$7.12 \times 10^{-3}$	242.55	<0.0001
	$\alpha_2$	0.916200	$9.44 \times 10^{-3}$	87.45	<0.0001
	$\beta_1$	0.000005	$1.38 \times 10^{-7}$	32.73	<0.0001
	$\beta_2$	0.000042	$3.70 \times 10^{-7}$	102.38	<0.0001
	$\beta_3$	0.000030	$4.14 \times 10^{-7}$	65.28	<0.0001
	$p_1$	0.043600	$1.17 \times 10^{-3}$	33.70	<0.0001
	$p_2$	0.748700	$9.86 \times 10^{-3}$	68.45	<0.0001

*Pc* = *Pinus cooperi* C. E. Blanco; *Pd* = *Pinus durangensis* Martínez.

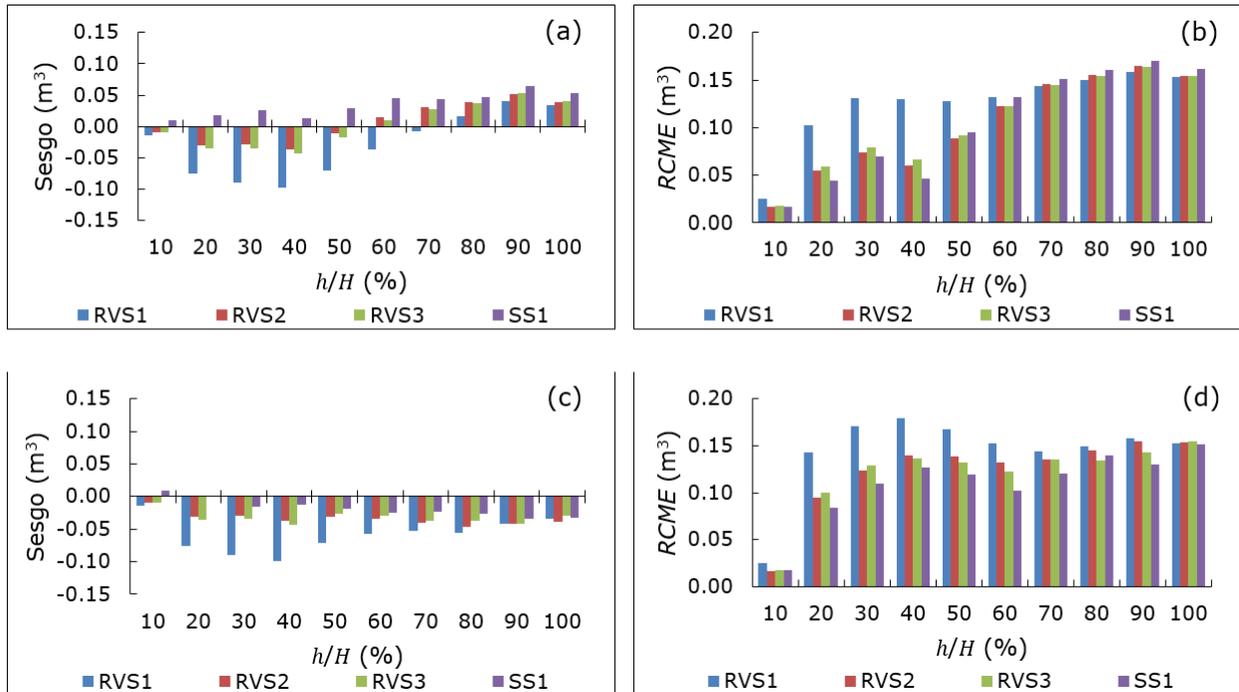
## Validación

Los estadísticos de validación se presentan en el Cuadro 4. El RVS2 obtuvo la mejor calificación para *Pinus cooperi*, los resultados fueron similares entre el RVS2 y el SS1. La precisión en términos del valor de la *RCME* en la predicción del volumen fustal fue 6 % menor respecto al estimado con el SS1, en tanto que para describir el ahusamiento fue 13 % mayor. Al observar el comportamiento gráfico del sesgo medio, el RVS2 y RVS4 subestiman ambas variables de interés (figuras 2a y 2c, figuras 3a y 3c).

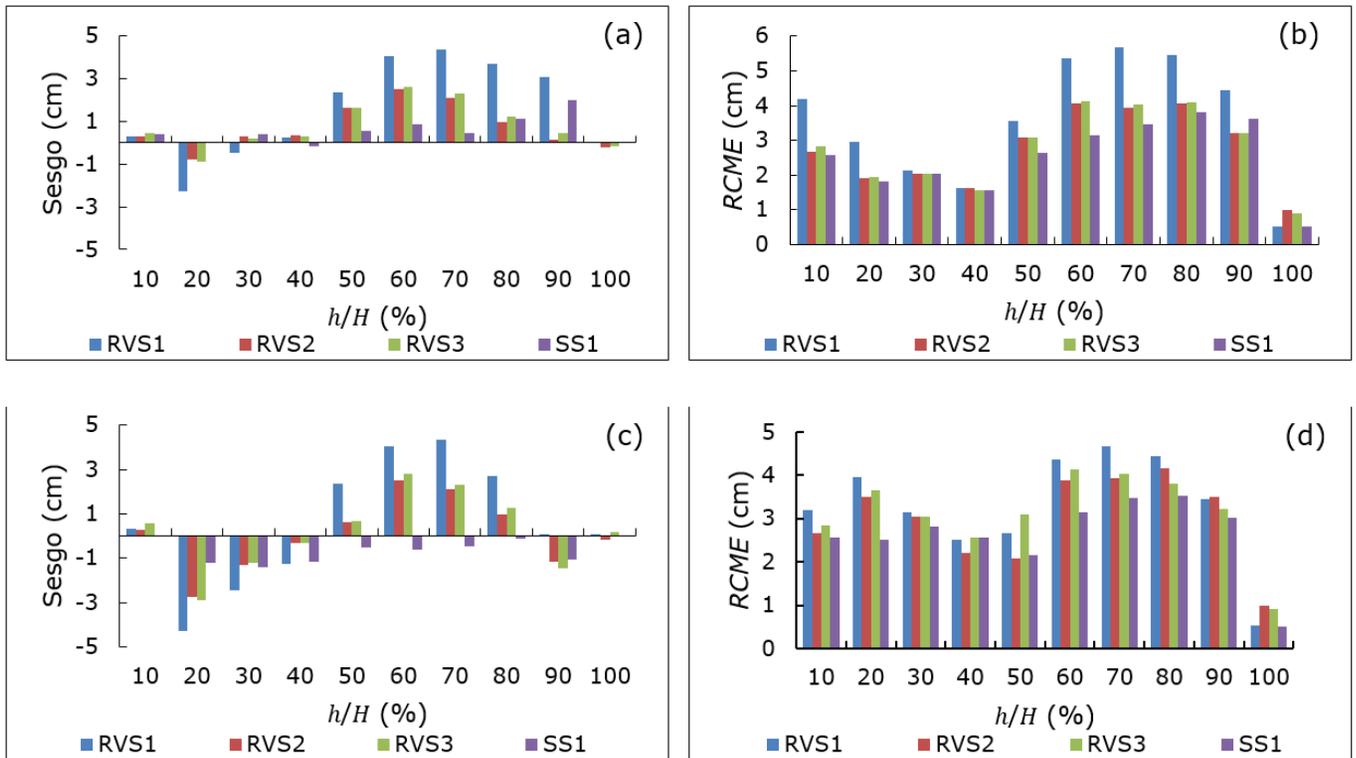
**Cuadro 4.** Estadísticos de validación de las ecuaciones de volumen comercial-ahusamiento (*Vc-d*) para *Pinus cooperi* C. E. Blanco (*Pc*) y *Pinus durangensis* Martínez (*Pd*).

<b>Especie</b>	<b>Sistema</b>	<b>Componente</b>	<b>RCME</b>	<b>R<sup>2</sup><sub>a</sub></b>	<b>AIC</b>	<b>CV</b>	<b><math>\bar{E}</math></b>	<b>C</b>	<b><math>\Sigma Vc+d</math></b>
<i>Pc</i>	RVS1	<i>Vc</i>	0.011	0.98	-2719.1	17.7	-0.023	14	34
		<i>d</i>	15.628	0.94	1675.0	14.2	1.044	20	
	RVS2	<i>Vc</i>	0.009	0.99	-2717.1	15.9	0.001	9	19
		<i>d</i>	7.738	0.97	1251.0	10.1	0.555	10.5	
	RVS3	<i>Vc</i>	0.009	0.99	-2715.1	16.0	-0.001	12	26
		<i>d</i>	8.222	0.97	1290.0	10.1	0.669	14.5	
	SS1	<i>Vc</i>	0.009	0.98	-2711.1	15.8	0.026	15	20
		<i>d</i>	6.746	0.98	1174.0	9.5	0.496	5	
<i>Pd</i>	RVS1	<i>Vc</i>	0.112	0.98	-3048.8	15.6	-0.065	17	37
		<i>d</i>	3.554	0.95	1783.0	13.3	0.365	20	
	RVS2	<i>Vc</i>	0.083	0.99	-3467.7	12.0	-0.043	14	24
		<i>d</i>	2.514	0.98	1301.7	9.5	-0.114	10	
	RVS3	<i>Vc</i>	0.077	0.99	-3565.5	11.6	-0.035	11	26
		<i>d</i>	2.716	0.97	1411.7	10.2	0.283	15	
	SS1	<i>Vc</i>	0.065	0.99	-3805.0	10.8	-0.014	8	13
		<i>d</i>	2.231	0.98	1141.5	8.3	-0.390	5	

$RCME$  = Raíz del cuadrado medio del error;  $R^2a$  = Coeficiente de determinación ajustado;  $AIC$  = Criterio de información de Akaike;  $CV$  = Coeficiente de variación;  $\bar{E}$  = Error promedio;  $C$  = Calificación del modelo.



**Figura 2.** Evolución del error promedio y  $RCME$  por altura relativa ( $h/H$ ) en la estimación del volumen fustal de *Pinus cooperi* C. E. Blanco (a) y (b), y de *Pinus durangensis* Martínez (c) y (d).



**Figura 3.** Evolución del error promedio y la *RCME* por altura relativa ( $h/H$ ) para el ahusamiento: *Pinus cooperi* C. E. Blanco (a) y (b), y *Pinus durangensis* Martínez (c) y (d).

En el proceso de validación para *Pinus durangensis*, el SS1 generó el mejor rendimiento predictivo, seguido del RVS2 con un error estimado (*RCME*) en volumen de 22 % más alto en comparación con el SS1, mientras que para el ahusamiento fue de 11 %. Ambos sistemas explican más de 97.6 % la variabilidad observada y con base en el error promedio, sobreestiman tanto el volumen como el ahusamiento (Cuadro 4). En contraste, con el RVS1 se registró el menor rendimiento predictivo.

La Figura 2a muestra el comportamiento del error en volumen, respecto a la altura relativa en el ajuste de los cuatro sistemas de ecuaciones. En *Pinus cooperi* se observó que el error promedio cometido con los RVS1-RVS3 tuvo el mismo comportamiento; es decir, sobreestimaron el volumen fustal, en contraste al SS1 que subestimó el volumen comercial (Figura 2a). La evolución del valor de la *RCME* a lo largo de la altura relativa

del fuste confirmó que el RVS2 y SS1 predijeron satisfactoriamente el volumen comercial, con valores menores a  $0.2 \text{ m}^3$  (Figura 2b). Respecto a la especie *Pinus durangensis*, los sistemas RVS1-RVS3 también sobrestimaron el volumen del fuste en función de su altura, en tanto que el SS1 solo presentó este comportamiento a partir de 30 % de la altura (Figura 2c). El comportamiento del valor de la *RCME* confirmó, nuevamente, que los RVS2 y SS1 predijeron satisfactoriamente el volumen del fuste con errores menores de  $0.15 \text{ m}^3$  (Figura 2d).

En la Figura 3 se presenta la evolución del valor del sesgo medio y *RCME* por altura relativa ( $h/H$ ) para describir el ahusamiento de *Pinus cooperi* (figuras 3a y 3b). Los sistemas RVS1-RVS3 subestimaron el diámetro respecto a la altura del fuste con una excepción a partir de 30 % de la altura. El RVS1 registró valores hasta de 5 cm en alturas relativas mayores a 80 %, y los valores menores fueron inferiores a 2 cm (Figura 3a). Los valores de la *RCME* en los sistemas RVS2-RVS3 confirmaron una mayor precisión (valores menores a 4 cm) y una precisión baja se obtuvo en alturas del fuste mayores a 40 % de la altura total (Figura 3b).

En *Pinus durangensis* (figuras 3c y 3d), en función de la evolución del sesgo medio respecto a la altura relativa, se determinó que los sistemas RVS1, RVS2 y RVS3 subestiman el diámetro a partir de 10 hasta 20 %, así como de 60 a 100 %, y en contraste sobrestimaron de 20 % a 60 %. En cambio, el SS1 tiende a sobrestimar ligeramente los diámetros a partir de 30 % de la altura relativa (Figura 3c). El valor de la *RCME* para los RVS2-RVS4 a lo largo de fuste fue  $<3 \text{ cm}$ , en tanto que el RVS1 puede alcanzar valores cercanos a 5 cm (Figura 3d).

## Discusión

Los resultados indicaron que el sistema de Fang *et al.* (2000) (SS1) fue más preciso para estimar el volumen fustal y describir el ahusamiento en ambas especies (Cuadro 2). Lo anterior concuerda con los desarrollados por Silva-González *et al.* (2018) en Chihuahua, Cruz-Cobos *et al.* (2008) en Durango y Quiñonez-Barraza *et al.* (2014) para *Pinus durangensis*, *Pinus cooperi* y *Pinus arizonica* Engelm., principalmente, quienes concluyen que la ecuación de Fang *et al.* (2000) resulta ser más precisa respecto a otras funciones evaluadas.

La ecuación de Fang *et al.* (2000) es muy recomendable para describir la forma del fuste, y su integración permite estimar el volumen del fuste a cualquier altura o diámetro definidos; por lo tanto, es una herramienta importante para la elaboración y ejecución de programas de manejo forestal (Corral-Rivas *et al.*, 2007).

Del análisis particular del SS1, los puntos de inflexión para ambas especies presentaron similitudes. Por ejemplo, el primer punto de inflexión para *Pinus cooperi* ocurre a 4.31 % de la altura del árbol, cerca de la base, y es muy similar al estimado en *Pinus durangensis* (4.36 % de la altura del árbol). Sin embargo, existen diferencias notables en la altura del árbol donde ocurre el segundo punto de inflexión, la cual es 69.87 y 74.87 % para *Pinus cooperi* y *Pinus durangensis*, respectivamente; lo que representa una ganancia de 5 % en la obtención de mayor producto del fuste con características deseables para la industria (Cuadro 2).

Los valores porcentuales referidos son inferiores a los registrados por Corral-Rivas *et al.* (2007) en la región El Salto, Durango para *Pinus cooperi* (6.64 y 73.80 %), pero consistentes con lo señalado por Corral-Rivas *et al.* (2017) a nivel estatal (4.61 y 71.33 %). Estas diferencias pueden ser asumidas a las bases de datos utilizadas para la construcción de las ecuaciones de ahusamiento y volumen comercial. Por su parte, Silva-González *et al.* (2018) obtuvieron resultados similares a los citados para *Pinus durangensis* en la Unidad de Manejo Forestal 0808 del estado de Chihuahua (4.84 y 75.21 %). Aunque estos valores son superiores a lo indicado por autores como Corral-Rivas *et al.* (2007) para la región El Salto, Durango; dado

que los puntos de inflexión se presentaron en 5.6 y 69.2 %, Corral-Rivas *et al.* (2017) (2.3 y 73.53 %) y Quiñonez-Barraza *et al.* (2014) (4.7 y 70.9 %) para el estado de Durango.

Con relación a la ecuación de razón RVS2, se determinó que fue más precisa para las dos especies estudiadas, con errores menores a 0.09 m<sup>3</sup> para estimar el volumen fustal y menores a 2.6 cm para el diámetro a cualquier altura del fuste (Cuadro 2). Comparativamente, se observó una mayor precisión, pero muy marginal al estimar el volumen fustal respecto al SS1 que presenta una estructura matemática más compleja. Los modelos de razón registrados por Lynch *et al.* (2017), así como los de Zhao y Kane (2017) pueden considerarse expresiones más sencillas para estimar el volumen y diámetro fustal, además, el error estimado en este trabajo fue similar al calculado por la ecuación de Fang *et al.* (2000).

Las ecuaciones de razón tienen ventajas importantes respecto a las ecuaciones compatibles para el cálculo del volumen total, comercial y diámetros del fuste en diversas especies de *Pinus*. García-Espinoza *et al.* (2018) desarrollaron un sistema compatible basado en ecuaciones de razón de volumen para estimar el diámetro, volumen del fuste, total y de las ramas para *Pinus pseudostrobus* Lindl. en plantaciones forestales comerciales de Michoacán, México.

Con base en los resultados obtenidos en la etapa de validación y al considerar algunos trabajos con diversas especies de coníferas y latifoliadas (Prodan *et al.*, 1997; Chauchard y Sbrancia, 2005; Fonweban *et al.*, 2012; Barrios *et al.*, 2014; Hernández-Ramos *et al.*, 2017, 2018; Zhao *et al.*, 2019), además de los estadísticos de validación, se recomienda el sistema RVS2 como una alternativa simple y confiable para estimar el volumen total de fuste y comercial, alturas y diámetros del fuste para *Pinus cooperi* y *Pinus durangensis* en la región Pueblo Nuevo, Durango, México como una herramienta para la cuantificación de sus volúmenes.

El sistema RVS2 generó resultados consistentes y mostró estimaciones precisas del volumen y diámetro del fuste (cuadros 2 y 4), sin implementar métodos numéricos de integración (Chauchard y Sbrancia, 2005). Por lo tanto, aunque los modelos basados en ecuaciones de razón de volúmenes son inferiores en los estadísticos de ajuste para las ecuaciones de ahusamiento, estos presentan bondades en las ecuaciones de volumen comercial tanto para *Pinus cooperi* como valores muy similares para *Pinus durangensis*.

## **Conclusiones**

En términos generales, para *Pinus cooperi* y *Pinus durangensis* con el sistema de volumen comercial-ahusamiento etiquetado como RVS2 que se basa en una ecuación de razón de volúmenes, se obtienen estimaciones del volumen y diámetros del fuste similares al sistema SS1 que se basa en un modelo de ahusamiento. Sin embargo, debido a su menor complejidad, el RVS2 se recomienda para estimar el volumen comercial en ambas especies. Esto es relevante dada la importancia que tiene conocer de manera precisa el volumen comercial del fuste de un árbol. Además, por la simplicidad, parsimonia y facilidad de implementación, el sistema de ecuaciones de razón de volúmenes que se propone es una opción viable para que los manejadores de los bosques dispongan de una herramienta eficiente para el cálculo de la distribución de productos maderables del arbolado en pie, lo cual ayudará a determinar el volumen y su respectivo valor comercial para las dos especies estudiadas en los bosques de la región Pueblo Nuevo, Durango, México. Los sistemas basados en ecuaciones de razón de volumen son más simples y fáciles de implementar que el sistema segmentado evaluado.

## **Agradecimientos**

Los autores desean agradecer a los ejidos Banderas del Águila, Chavarría Nuevo, Chavarría Viejo, El Brillante, El Salto, La Campana, La Ciudad, La Victoria, Mil Diez y San Esteban en el municipio Pueblo Nuevo, Durango, por las facilidades para el uso de su información de campo.

### **Conflicto de intereses**

Los autores declaran no tener conflicto de intereses. El Dr. Gerónimo Quiñonez Barraza manifiesta no haber participado en ninguna etapa del proceso editorial del presente documento.

### **Contribución por autor**

Francisco Cruz-Cobos, Gerónimo Quiñonez-Barraza, Verónica Hernández-Merino, Sacramento Corral-Rivas y Adan Nava-Nava: análisis de datos, ajuste de modelos, escritura y revisión del manuscrito; Francisco Cruz-Cobos y Gerónimo Quiñonez-Barraza: seguimiento del manuscrito.

### **Referencias**

Alder, D. 1980. Estimación del volumen forestal y predicción del rendimiento con referencia especial a los trópicos. Vol. 2 Organización de las Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura (FAO). Roma, RM, Italia. 100 p.

Avery, T. E. and H. E. Burkhart. 2015. Forest measurements. Waveland Press, Inc. Long Grove, IL, USA. 456 p.

- Barrios, A., A. M. López y V. Nieto. 2014. Predicción de volúmenes comerciales de *Eucalyptus grandis* a través de modelos de volumen total y de razón. *Colombia Forestal* 17(2):137-149. Doi: 10.14483/udistrital.jour.colomb.for.2014.2.a01.
- Bi, H. and Y. Long. 2001. Flexible taper equation for site-specific management of *Pinus radiata* in New South Wales, Australia. *Forest Ecology and Management* 148(1-3):79-91. Doi: 10.1016/s0378-1127(00)00526-0.
- Burkhart, H. E. 1977. Cubic-foot volume of loblolly pine to any merchantable top limit. *Southern Journal of Applied Forestry* 1(2):7-9. Doi: 10.1093/sjaf/1.2.7.
- Burkhart, H. E. and M. Tomé. 2012. Modeling forest trees and stands. Springer. New York, NY, USA. 458 p.
- Castillo-López, A., G. Quiñonez-Barraza, U. Diéguez-Aranda and J. J. Corral-Rivas. 2021. Compatible taper and volume systems based on volume ratio models for four pine species in Oaxaca Mexico. *Forests* 12(2):145-159. Doi: 10.3390/f12020145.
- Chauchard, L. y R. Sbrancia. 2005. Funciones de razón para la estimación de los volúmenes maderables de Pino radiata en el País Vasco. *Investigación agraria, Sistemas y Recursos Forestales* 14(2):185-194. Doi: 10.5424/srf/2005142-00883.
- Corral-Rivas, J. J., D. J. Vega-Nieva, R. Rodriguez-Soalleiro, C. A. López-Sánchez, ... and A. D. Ruiz-González. 2017. Compatible system for predicting total and merchantable stem volume over and under bark, branch volume and whole-tree volume of pine species. *Forests* 8(11):417-434. Doi: 10.3390/f8110417.
- Corral-Rivas, J. J., U. Diéguez-Aranda, S. Corral-Rivas and F. Castedo-Dorado. 2007. A merchantable volume system for major pine species in El Salto, Durango (Mexico). *Forest Ecology and Management* 238(1-3):118-129. Doi: 10.1016/j.foreco.2006.09.074.
- Cruz-Cobos, F., H. M. de los Santos-Posadas y J. R. Valdez-Lazalde. 2008. Sistema compatible de ahusamiento-volumen para *Pinus cooperi* Blanco en Durango, México. *Agrociencia* 42(4):473-485. <https://agrociencia-colpos.org/index.php/agrociencia/article/view/646>. (4 de abril de 2023).

- Fang, Z., B. E. Borders and R. L. Bailey. 2000. Compatible volume-taper models for loblolly and slash pine based on system with segmented-stem form factors. *Forest Science* 46(1):1-12. Doi: 10.1093/forestscience/46.1.1.
- Fonweban, J., B. Gardiner and D. Auty. 2012. Variable-top merchantable volume equations for Scots pine (*Pinus sylvestris*) and Sitka spruce (*Picea sitchensis* (Bong.) Carr.) in Northern Britain. *Forestry An International Journal of Forest Research* 85(2):237-253. Doi: 10.1093/forestry/cpr069.
- García, M. E. 2004. Modificaciones al sistema de clasificación climática de Köppen. Instituto de Geografía, Universidad Nacional Autónoma de México. Coyoacán, México D. F., México. 91 p.
- García-Espinoza, G. G., O. A. Aguirre-Calderón, G. Quiñonez-Barraza, E. Alanís-Rodríguez, H. M. De los Santos-Posadas and J. J. García-Magaña. 2018. Taper and volume systems based on ratio equations for *Pinus pseudostrobus* Lindl. in Mexico. *Forests* 9(6):344-357. Doi: 10.3390/f9060344.
- González-Elizondo, M. S., M. González-Elizondo, J. A. Tena-Flores, L. Ruacho-González e I. L. López-Enríquez. 2012. Vegetación de la Sierra Madre Occidental, México: una síntesis. *Acta Botánica Mexicana* 100:351-403. Doi: 10.21829/abm100.2012.40.
- Hernández-Ramos, J., A. Hernández-Ramos, X. García-Cuevas, J. C. Tamarit-Urias, L. Martínez-Ángel y J. García-Magaña. 2018. Ecuaciones de volumen total y de razón para estimar el volumen comercial de *Swietenia macrophylla* King. *Colombia Forestal* 21(1):34-46. Doi: 10.14483/2256201x.11965.
- Hernández-Ramos, J., H. M. De los Santos-Posadas, J. R. Valdéz-Lazalde, J. C. Tamarit-Urias, ... y A. Peduzzi. 2017. Estimación del volumen comercial en plantaciones de *Eucalyptus urophylla* con modelos de volumen total y de razón. *Agrociencia* 51(5):561-580. <https://agrociencia-colpos.org/index.php/agrociencia/article/view/1311>. (4 de abril de 2023).

- Lynch, T. B., D. Zhao, W. Harges and J. P. McTague. 2017. Deriving compatible taper functions from volume ratio equations based on upper-stem height. *Canadian Journal of Forest Research* 47(10):1424-1431. Doi: 10.1139/cjfr-2017-0108.
- Niño L., G. S., P. A. Ramos M., A. Barrios y A. M. López A. 2018. Modelos compatibles de ahusamiento-volumen para árboles de *Gmelina arborea* Roxb. en el Alto Magdalena, Colombia. *Colombia Forestal* 21(2):174-187. Doi: 10.14483/2256201x.12249.
- Özçelik, R. and M. F. Göçeri. 2015. Compatible merchantable stem volume and taper equations for *Eucalyptus* plantations in the Eastern Mediterranean Region of Turkey. *Turkish Journal of Agriculture and Forestry* 39(6):851-863. Doi: 10.3906/tar-1501-27.
- Özçelik, R. and Q. V. Cao. 2017. Evaluation of fitting and adjustment methods for taper and volume prediction of black pine in Turkey. *Forest Science* 63(4):349-355. Doi: 10.5849/fs.2016-067.
- Prodan, M., R. Peters, F. Cox y P. Real. 1997. *Mensura Forestal. Serie Investigación y Educación en Desarrollo Sostenible.* Deutsche Gesellschaft für Technische Zusammenarbeit (GTZ) e Instituto Interamericano de Cooperación para la Agricultura (IICA). San José, SJ, Costa Rica. 586 p.
- Quiñonez-Barraza, G., D. Zhao and H. M. De los Santos-Posadas. 2019. Compatible taper and stem volume equations for five pine species in mixed-species forests in Mexico. *Forest Science* 65(5):602-613. Doi: 10.1093/forsci/fxz030.
- Quiñonez-Barraza, G., H. M. De los Santos-Posadas, J. G. Álvarez-González y A. Velázquez-Martínez. 2014. Sistema compatible de ahusamiento y volumen comercial para las principales especies de *Pinus* en Durango, México. *Agrociencia* 48(5):553-567. <https://agrociencia-colpos.org/index.php/agrociencia/article/view/1102>. (4 de abril de 2023).
- Sakici, O. E., N. Misir, H. Yavuz and M. Misir. 2008. Stem taper functions for *Abies nordmanniana* subsp. *bornmulleriana* in Turkey. *Scandinavian Journal of Forest Research* 23(6):522-533. Doi: 10.1080/02827580802552453.

Statistical Analysis System. 2021. Programming Documentation for SAS® 9.4 and SAS® Viya 3.4. Cary, NC, USA. SAS Institute Inc. [https://documentation.sas.com/doc/en/pgmsascdc/9.4\\_3.4/pgmsaswlcmlcm/home.htm](https://documentation.sas.com/doc/en/pgmsascdc/9.4_3.4/pgmsaswlcmlcm/home.htm).

(04 de abril de 2023).

Silva-González, E., M. A. Nava-Moreno, F. J. Hernández y J. G. Colín. 2018. Funciones compatibles de ahusamiento-volumen para tres especies de *Pinus* en la Unidad de Manejo Forestal 0808 del estado de Chihuahua. *Investigación y Ciencia de la Universidad Autónoma de Aguascalientes* 73:58-67. Doi: 10.33064/iycuaa201873207.

Tamarit U., J. C., H. M. De los Santos P., A. Aldrete, J. R. Valdéz L., H. Ramírez M. y V. Guerra De la C. 2014. Sistema de cubicación para árboles individuales de *Tectona grandis* L. f. mediante funciones compatibles de ahusamiento-volumen. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 5(21):58-74. Doi: 10.29298/rmcf.v5i21.358.

Zhao, D. and M. Kane. 2017. New variable-top merchantable volume and weight equations derived directly from cumulative relative profiles for loblolly pine. *Forest Science* 63(3):261-269. Doi: 10.5849/FS-2016-076.

Zhao, D., T. B. Lynch, J. Westfall, J. Coulston, M. Kane and D. E. Adams. 2019. Compatibility, development, and estimation of taper and volume equation systems. *Forest Science* 65(1):1-13. Doi: 10.1093/forsci/fxy036.

Zimmerman, D. L. and V. Núñez-Antón. 2001. Parametric modeling of growth curve data: an overview. *Test* 10(1):1-73. Doi: 10.1007/BF02595823.



Todos los textos publicados por la **Revista Mexicana de Ciencias Forestales** –sin excepción– se distribuyen amparados bajo la licencia *Creative Commons 4.0 Atribución-No Comercial (CC BY-NC 4.0 Internacional)*, que permite a terceros utilizar lo publicado siempre que mencionen la autoría del trabajo y a la primera publicación en esta revista.