



DOI: [10.29298/rmcf.v13i73.1199](https://doi.org/10.29298/rmcf.v13i73.1199)

Artículo

Modelo local altura-diámetro para *Metopium brownei* (Jacq.) Urb. en Quintana Roo, México

Local height-diameter model for *Metopium brownei* (Jacq.) Urb. in Quintana Roo, Mexico

Xavier García Cuevas¹, Jonathan Hernández Ramos^{1*}, Juan Carlos Tamarit Urias², Adrián Hernández Ramos³, Enrique Buendía Rodríguez⁴

Fecha de recepción/Reception date: 31 de agosto de 2021

Fecha de aceptación/Acceptance date: 19 de agosto de 2022

¹Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Campo Experimental Chetumal, INIFAP. México.

²Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Campo Experimental San Martinito. México.

³Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Campo Experimental Saltillo. México.

⁴Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Campo Experimental Valle de México. México.

*Autor para correspondencia; correo-e: forestjonathanhdez@gmail.com

*Corresponding author; e-mail: forestjonathanhdez@gmail.com

Resumen

Metopium brownei es una especie maderable de alto valor comercial con potencial para contribuir a satisfacer el mercado de muebles en la Península de Yucatán, México. Conocer la relación alométrica altura total-diámetro normal (*at-d*) reduce tiempos y costos para realizar inventarios forestales. Los objetivos fueron ajustar modelos para estimar la altura total en función del diámetro normal de árboles de *M. brownei*, así como determinar el efecto en precisión y calidad predictiva al incorporar modelos de efectos mixtos (MEM). Para esto, se utilizó una muestra de 2 794 árboles medidos en el Inventario Nacional Forestal y de Suelos 2004–2009 para el estado de Quintana Roo, con los que se ajustaron seis modelos mediante la técnica de mínimos cuadrados no lineales (MCNL). Posteriormente, al mejor modelo se le aplicó la técnica de MEM con niveles de agrupación dados por las covariables de tipo de vegetación (Veg) y municipio (Mpio). El mejor modelo bajo MCNL fue el de *Chapman-Richards* porque explicó 45 % de la variabilidad muestral, mientras que con MEM y al agrupar de forma combinada Veg—Mpio los estadísticos de ajuste fueron superiores ya que la explicación fue de 50 %, el sesgo de 0.003 m y la diferencia porcentual de 0.001 %. La validación mediante muestras independientes no mostró diferencias significativas. El modelo que se propone es confiable para estimar la relación *at-d* de esta especie en selvas de Quintana Roo, tanto para obtener los datos de un inventario forestal como en la elaboración y ejecución de planes de manejo.

Palabras clave: Bosque tropical, efectos aleatorios, funciones no lineales, inventario forestal, manejo forestal, relaciones alométricas.

Abstract

Metopium brownei is a timber species of high commercial value with the potential to help satisfy the furniture market in the Yucatán Peninsula, Mexico. Knowing the allometric relationship total height-normal diameter (*at-d*) reduces time and costs to carry out forest inventories. The objective of this study was to adjust growth models to estimate the total height as a function of the normal diameter in *M. brownei* trees as well as to determine the effect on precision and predictive quality when incorporating the mixed effects model (MEM)

technique. A sample of 2 794 trees measured in the 2004–2009 National Forest and Soil Inventory for the state of *Quintana Roo*, was used with which six models were adjusted with the nonlinear least squares technique (MCNL). Subsequently, the MEM technique was applied to the best model with grouping levels given by the covariates of vegetation type (*Veg*) and municipality (*Mpio*). The best model under MCNL was the Chapman-Richards model because it explained 45 % of the sample variability, while, under MEM and when grouping *Veg-Mpio* in a combined way, the adjustment statistics were higher since the explanation was 50 %, the bias was 0.003 m and the percentage difference was 0.001 %. Validation using independent samples did not show significant differences. The proposed model is reliable to estimate the *at-d* relationship of this species in the tropical forests of *Quintana Roo*, both to obtain data from a forest inventory and in the preparation and execution of management plans.

Key words: Tropical forest, random effects, nonlinear functions, forest inventory, forest management, allometric relationship.

Introducción

Metopium brownei (Jacq.) Urb. (Anacardiaceae) o chechén negro es un árbol de hasta 25 m de altura total (*at*, m) y diámetro normal (*d*, cm) de 60 cm. Se distribuye en la vertiente del Golfo de México, desde el sur de Veracruz, Tabasco, la Península de Yucatán y norte de Chiapas. Es abundante en el estrato medio y superior de las selvas medianas subperennifolias y subcaducifolias, con menor abundancia en las selvas bajas; tanto en suelos someros de buen drenaje superficial, como en suelos profundos que soportan inundaciones periódicas (Pennington y Sarukhán, 2005). Por el atractivo veteado de su madera dado por su estructura anatómica y la combinación de colores del duramen y la albura, se aprovecha comercialmente para la fabricación de chapa, duelas, pisos, lambrines, muebles y artesanías con un alto valor en el mercado (Tamarit y López, 2007). Es un taxón de interés para la industria forestal (Gallegos *et al.*, 2012; Silva y Fuentes, 2012).

El estado de Quintana Roo ocupa el segundo lugar nacional en producción maderable de especies tropicales provenientes de selvas, con un aprovechamiento de 47 139 m³ de madera en rollo de especies duras y blandas tropicales (12.10 %

de la producción nacional) y de 4 807 m³ de taxones preciosos (15.18 % de la producción nacional), con una derrama económica importante (Semarnat, 2016).

En la realización de inventarios forestales maderables, el d y la at son las dos variables más importantes (Liu *et al.*, 2017), pero medir la at de todos los árboles es muy costoso en términos de tiempo y recursos. Además, es la variable en la cual se incurre en los mayores errores durante su medición indirecta (Hunter *et al.*, 2013). Por el contrario, la medición del d es relativamente sencilla, precisa y menos costosa (Larjavaara y Muller-Landau, 2013).

La aplicación del manejo forestal requiere del conocimiento del d y la at a nivel de árbol y rodal para estimar los volúmenes existentes en las masas forestales (Pompa-García *et al.*, 2011). Lo anterior se logra con el empleo de modelos de crecimiento o alométricos que a partir del d y at estiman el volumen (Liu *et al.*, 2017). Por ello, la construcción y el uso de modelos que describen las relaciones funcionales y la dinámica de crecimiento a lo largo del tiempo son de gran utilidad (Regalado *et al.*, 2008). Un modelo alométrico se define como una ecuación que describe cuantitativamente una relación que permite predecir una variable del árbol (at , volumen o biomasa) en función de otra, por ejemplo, el d (Picard *et al.*, 2012).

Las relaciones entre at y d , o alguna otra variable como el diámetro de tocón (dt), obedecen a una regla de proporcionalidad que es la misma para los árboles que crecen en condiciones semejantes (Bohlman y O'Brien, 2006). Esto es un principio básico de la alometría que permite predecir variables difíciles de medir en función de otras de fácil medición (Huxley, 1924).

La generación de ecuaciones confiables para algunas variables del árbol es compleja debido a la variabilidad que presentan y a las diferentes condiciones en que se desarrollan (Quiñonez *et al.*, 2012).

Desde hace algunos años, el ajuste de modelos de efectos mixtos (MEM) se ha convertido en una opción viable para este tipo de estudios (Corral-Rivas *et al.*,

2014), los cuales reemplazan a las técnicas clásicas de regresión. La inclusión de parámetros aleatorios y específicos por unidad de muestreo, posibilitan la modelación de la variabilidad de un fenómeno dado como el crecimiento en altura, entre las diferentes localizaciones o factores de agrupación de la variable de interés, y con ello, la varianza del error se reduce notablemente (Rijal *et al.*, 2012; Seoane, 2014). La técnica de MEM incluye parámetros fijos comunes a toda la población y otros aleatorios específicos por niveles de agrupación (Chenge, 2021; Raptis *et al.*, 2021). Al utilizar MEM se obtienen estimadores más eficientes, precisos y confiables que los parámetros fijos del modelo ajustados por MCNL, por lo tanto, se puede reducir la fuente de variación de la variable de interés (Carrero *et al.*, 2008).

Por la importancia ecológica y económica de *M. brownei*, es fundamental que este taxón se estudie con detalle para generar herramientas biométricas que se deriven del uso de técnicas modernas de modelización que garanticen la estimación, con la más alta precisión posible, de variables de interés como la altura total, por lo que bajo la hipótesis de que al incluir la técnica MEM y covariables de agrupación dentro de un modelo *at-d*, se contribuirá a mejorar la calidad de ajuste estadístico, y por tanto, la capacidad predictiva. Los objetivos del presente estudio fueron: 1) Evaluar el ajuste de modelos alométricos y de crecimiento bajo la técnica de MCNL para predecir la *at* en función del *d* en árboles de *M. brownei* para seleccionar al de mejor calidad de ajuste, y 2) Ajustar el modelo base seleccionado mediante MEM, bajo la combinación de dos factores de agrupación para que se incremente la capacidad predictiva de la relación *at-d* para árboles del taxón en Quintana Roo, México.

Materiales y Métodos

El estudio se realizó en el estado de Quintana Roo, México, en selvas medianas subperennifolias, medianas subcaducifolias, bajas subperennifolias y subcaducifolias que se desarrollan en lomeríos y en la llanura rocosa. El clima predominante es cálido subhúmedo (Aw), con temperatura media anual de 26 °C y precipitación media de 1 300 mm (Pennington y Sarukhán, 2005; Conafor, 2014).

Se integró una base de datos conformada por 2 794 pares de datos de *at-d* de *M. brownei*, la cual se obtuvo de 172 conglomerados del Inventario Nacional Forestal y de Suelos 2004–2009 (Conafor, 2012) (Figura 1).

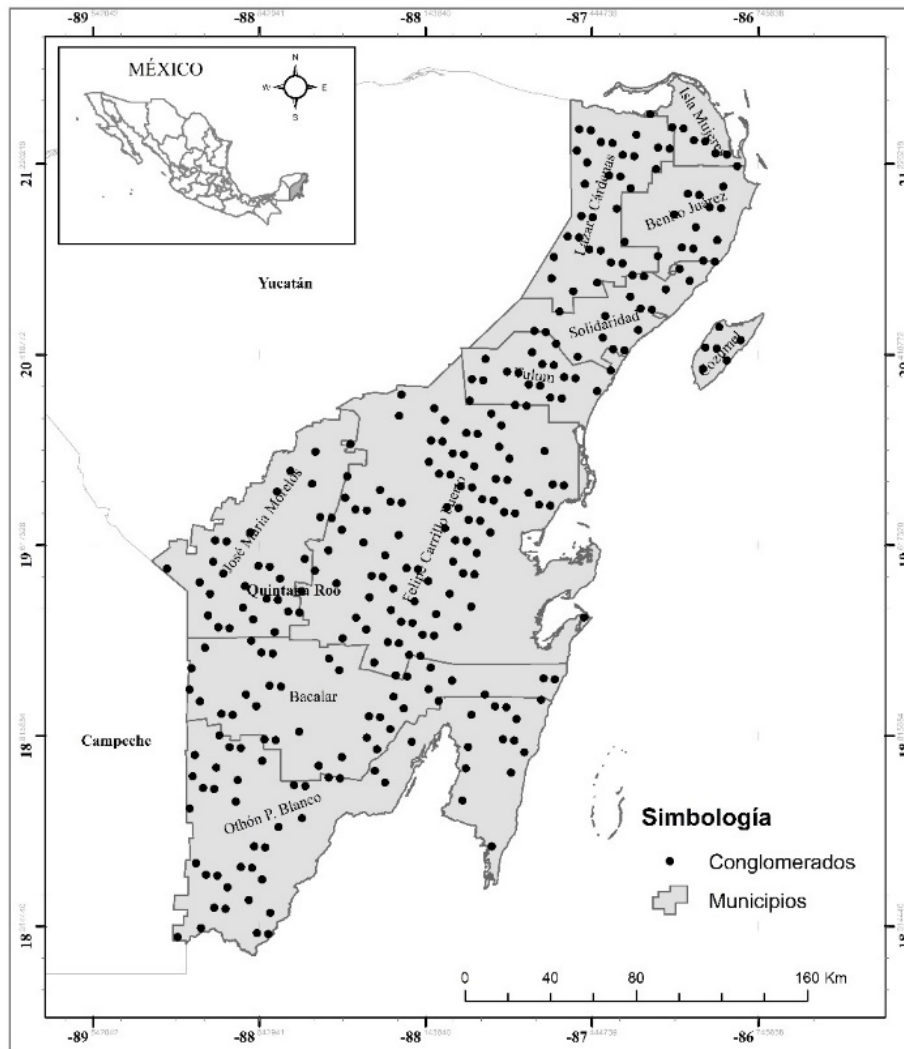


Figura 1. Distribución espacial de los conglomerados por municipio con presencia de *Metopium brownei* (Jacq.) Urb. en Quintana Roo, México.

Para efectos de aplicación práctica del modelo *at-d* por generar, la información se agrupó al combinar los niveles de clasificación de tipo de vegetación (Veg): selva mediada subcaducifolia (SMS), selva mediana subperennifolia (SMQ), selva baja subperennifolia (SBQ) y selva baja caducifolia (SBC), además de las agrupaciones de localidad como municipio (Mpio): Bacalar (Bac), Benito Juárez (BJ), Felipe Carrillo Puerto (FCP), Isla Mujeres (IM), José María Morelos (JMM), Lázaro Cárdenas

(LC), Othón Pompeyo Blanco (OPB) y Solidaridad (Sol), ya que el aprovechamiento en Felipe Carrillo Puerto de esta especie para la elaboración de durmientes durante varias décadas eliminó los mejores individuos y probablemente afectó la morfometría de los árboles residuales.

El d con corteza se midió a 1.30 m del suelo, con cinta diamétrica graduada de cinco metros marca Qualitäts-bandmaß de Forestry Suppliers Inc., graduada en centímetros y milímetros. La at se obtuvo desde la base del árbol hasta la punta de la copa con clinómetro Suunto® graduado en grados y porcentajes.

La base de datos se dividió de manera aleatoria en 60 %, que se utilizó para realizar el ajuste estadístico de los modelos $at-d$ y 40 % para validar el modelo seleccionado. Seis modelos no lineales se ajustaron, así como uno alométrico de tipo potencial (Burkhardt y Tomé, 2012; Panik, 2014; Tuan *et al.*, 2019; Hernández-Ramos *et al.*, 2020) (Cuadro 1). En una primera etapa, con el fin de obtener una ecuación base, el ajuste se realizó mediante el enfoque de mínimos cuadrados no lineales (MCNL) en el paquete estadístico R con el comando *nls* (R Core Team, 2016).

Cuadro 1. Modelos locales de $at-d$ ajustados mediante MCNL para *Metopium brownie* (Jacq.) Urb. en Quintana Roo, México.

Modelo	Expresión	Identificador
Potencial	$at = \beta_0 d^{\beta_1}$	1
Hossfeld I (Modificado)	$at = d^2 / (\beta_0 + \beta_1 d)^2$	2
Verhulst-Logística	$at = \beta_0 / (1 - e)^{\beta_1 - \beta_2 d}$	3
Chapman-Richards	$at = \beta_0 \cdot (1 + e^{-\beta_1 \cdot d})^{\beta_2}$	4
Weibull	$at = \beta_0 \cdot (1 + e^{-\beta_1 \cdot d^{\beta_2}})$	5
Strand	$at = (d / \beta_0 + \beta_1 d)^3$	6

at = Altura total (m); d = Diámetro normal (cm); e = Base de los logaritmos neperianos; β_i = Parámetros a ser estimados.

La evaluación de bondad de ajuste y selección del modelo se realizó considerando la significancia de los parámetros ($\alpha \leq 0.05$) y los mejores valores en los estadísticos coeficiente de determinación (R^2), criterios de información de Akaike y Bayesiano (AIC y BIC) y logaritmo de la verosimilitud ($loglik$) (Corral-Rivas *et al.*, 2014; Guerra-De la Cruz *et al.*, 2019). Después de seleccionar el mejor modelo, se ejecutó el MEM bajo la combinación de los factores de agrupación de Veg-Mpio.

La estructura matemática en forma matricial del modelo por ajustar bajo MEM, se basó en Bronisz y Mehtätalo (2020) y Chenge *et al.* (2021), la cual para un modelo no lineal se expresó como:

$$Y_{ij} = f(\theta_{ij}, X_{ij}) + \varepsilon_{ij} \quad (1)$$

Donde:

f = Función no lineal

Y_{ij} y X_{ij} = i -ésima observación dependiente e independiente, respectivamente procedentes de la i -ésima unidad o nivel de clasificación

θ_{ij} = Vector de parámetros $r \times 1$. r = Número de parámetros en el modelo y específico del j -ésimo grupo de clasificación, este vector puede dividirse para los parámetros fijos y aleatorios definidos como:

$$\theta_{ij} = A_i \gamma + B_i b_i \quad (2)$$

Donde:

A_i y B_i = Matrices de tamaño $r \times p$ y $r \times q$ para los efectos fijos y aleatorios, respectivamente, de cada nivel de clasificación

γ y b_i = Vector $p \times 1$ y $q \times 1$ de los parámetros fijos y aleatorios. $p \times 1$ = Número de parámetros fijos. $q \times 1$ = Parámetros aleatorios

La inclusión de los efectos aleatorios (β_i) se realizó de manera individual en cada uno de sus parámetros de los modelos de forma separada; por ejemplo:

$$at = (\beta_0 + \beta_i) \cdot (1 + e^{-\beta_1 \cdot d})^{\beta_2} \quad (3)$$

$$at = \beta_0 \cdot (1 + e^{(-\beta_1 + \beta_i) \cdot d})^{\beta_2} \quad (4)$$

$$at = \beta_0 \cdot (1 + e^{-\beta_1 \cdot d})^{(\beta_2 + \beta_i)} \quad (5)$$

Además, en el ajuste de MEM se incluyó una estructura de tipo *varPower* que representa una estructura de función de varianza de tipo potencia en la cual la distribución de los residuos se corrige por cada factor o nivel de agrupación. En este caso, los ajustes se realizaron mediante máxima verosimilitud en el paquete estadístico R con el comando *nlme* (Pinheiro y Bates, 2000; R Core Team, 2016).

La selección del mejor modelo se hizo con los mismos criterios que los modelos de efectos fijos con MCNL. Asimismo, se verificaron los supuestos de regresión de la ecuación seleccionada mediante la comprobación gráfica de los supuestos de normalidad de los datos con la distribución de frecuencias y homocedasticidad de los residuales (R Core Team, 2016). Las desviaciones globales del modelo seleccionado con MEM se verificaron con la raíz del cuadrado medio del error (*RCME*), mientras que la capacidad de predicción se confirmó a través del sesgo promedio de los residuales (\bar{E} , *m*) y la diferencia agregada expresada en porcentaje (*DA* %) (Lencinas y Mohr-Bell, 2007; Hernández-Ramos *et al.*, 2020).

El proceso de validación se realizó con dos muestras independientes: (i) con 40 % de la muestra separada de la base de datos original, y (ii) con 1 861 pares de datos *at-d* obtenidos en predios forestales en la zona de estudio. En ambos casos, se aplicó una prueba de *t* para comparar medias independientes ($\alpha=0.01$) (Infante y Zarate, 2012).

Resultados

El valor promedio para el *d* fue 17.88 cm, con valores mínimos y máximos de 7 y 80 cm, respectivamente; el coeficiente de variación fue de 49.36 % y presentaron una distribución leptocúrtica y asimétrica positiva. La *at* promedio fue 10.88 m, con valores extremos de 6 y 22 m, un coeficiente de variación de 27.58 %, y una distribución leptocúrtica con tendencia a ser simétrica (Cuadro 2).

Cuadro 2. Estadísticos descriptivos de 2 974 pares de datos *at-d* utilizados en el ajuste de modelos para *Metopium brownei* (Jacq.) Urb. en Quintana Roo, México.

Estadísticos	Variables	
	<i>d</i> (cm)	<i>at</i> (m)
Media	17.88	10.88
Máximo	80.00	22.00
Mínimo	7.50	6.00
Varianza	77.86	8.99
Desviación estándar	8.82	3.00
Coefficiente de variación (%)	49.36	27.58
Curtosis	4.80	0.17
Asimetría	1.79	0.64

En el ajuste de las ecuaciones locales de efectos fijos, se obtuvieron parámetros significativamente diferentes de cero a un nivel de significancia de 5 % ($p \leq 0.05$) en todos los casos. Los valores de R^2 explicaron entre 39 % y 45 % de la variabilidad de los datos; los valores en los criterios de información *Akaike* y *Bayesiano* variaron entre 7 688 y 7 901, y el logaritmo de verosimilitud promedio fue de -3 857 (Cuadro 3).

Cuadro 3. Estadísticos de ajuste de los modelos altura total-diámetro (*at-d*) de efectos fijos evaluados para *Metopium brownei* (Jacq.) Urb. en Quintana Roo, México.

Identificador	R^2	AIC	BIC	logLik
1	0.45	7 697.71	7 714.06	-3 845.86
2	0.44	7 711.85	7 728.20	-3 852.93
3	0.45	7 689.31	7 711.11	-3 840.66
4	0.45	7 688.06	7 709.86	-3 840.03
5	0.45	7 688.51	7 710.31	-3 840.26
6	0.44	7 718.95	7 735.30	-3 856.48

R^2 = Coeficiente de determinación; AIC = Criterio de información de *Akaike*; BIC = Criterio de información Bayesiano; $logLik$ = Logaritmo de verosimilitud.

Los mejores ajustes se obtuvieron para el modelo 4 que corresponde al de *Chapman-Richards* (Cuadro 3 y Figura 2). Al analizar las tendencias de las estimaciones, se observó que este modelo reproduce una trayectoria promedio similar a la de los datos observados (Figura 2) y presentó los valores más bajos del AIC y BIC , además del más alto del $loglik$, por lo tanto, fue seleccionado para ajustarlo mediante MEM y analizar el efecto de la inclusión de variables de clasificación. El modelo potencial sobreestima las dimensiones de altura a partir de las categorías mayores de 35 cm y los modelos de *Strand*, *Hossfeld I* Modificado y *Verhulst*-logístico subestiman la altura en las mismas categorías, por lo que fueron desestimados (Figura 2).

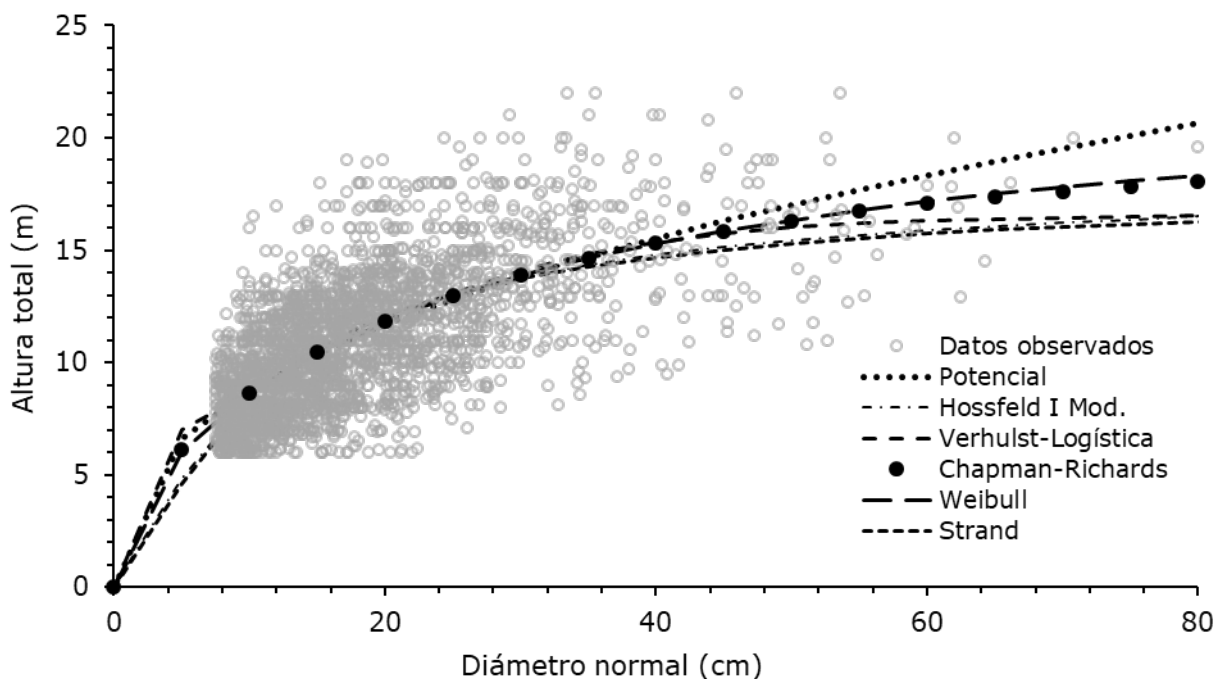


Figura 2. Distribución de datos observados y estimados por las ecuaciones de efectos fijos para los modelos *at-d* para *Metopium brownei* (Jacq.) Urb. en Quintana Roo, México.

Cuando en el modelo se incorporó el componente aleatorio por el nivel de agrupación (Veg-Mpio), se observó que algunos de los parámetros no todos sus valores fueron significativos. Por ejemplo:

$$at = \beta_0 \cdot (1 + e^{(-\beta_1 + \beta_i) \cdot \alpha})^{\beta_2} \quad (6)$$

$$at = \beta_0 \cdot (1 + e^{-\beta_1 \cdot \alpha})^{(\beta_2 + \beta_i)} \quad (7)$$

Donde:

β_i : Inclusión del efecto aleatorio

En el cuadro 4 solo se presentan los efectos que fueron mejores y significativos. Se determinó que al incluir el efecto mixto en el parámetro asintótico $(\beta_0 + \beta_i)$, se obtuvo el mejor comportamiento gráfico de los residuales, indicativo de que la modelación de la varianza es adecuada (Figura 3).

Cuadro 4. Parámetros fijos del modelo de *Chapman-Richards* al incluir una combinación de niveles de agrupación por tipo de vegetación y municipio para *Metopium brownei* (Jacq.) Urb. en Quintana Roo, México.

Parámetro	Estimador	Error estándar	Valor t	Valor p	R^2	AIC	BIC	$logLik$
β_0	17.6583	1.3804	12.7920	<0.0001				
β_1	0.0326	0.0090	3.6088	<0.0001	0.50	7 493.31	7 531.45	-3 739.66
β_2	0.5867	0.0543	10.8064	<0.0001				

R^2 = Coeficiente de determinación; AIC = Criterio de información de *Akaike*; BIC = Criterio de información; $logLik$ = Logaritmo de verosimilitud.

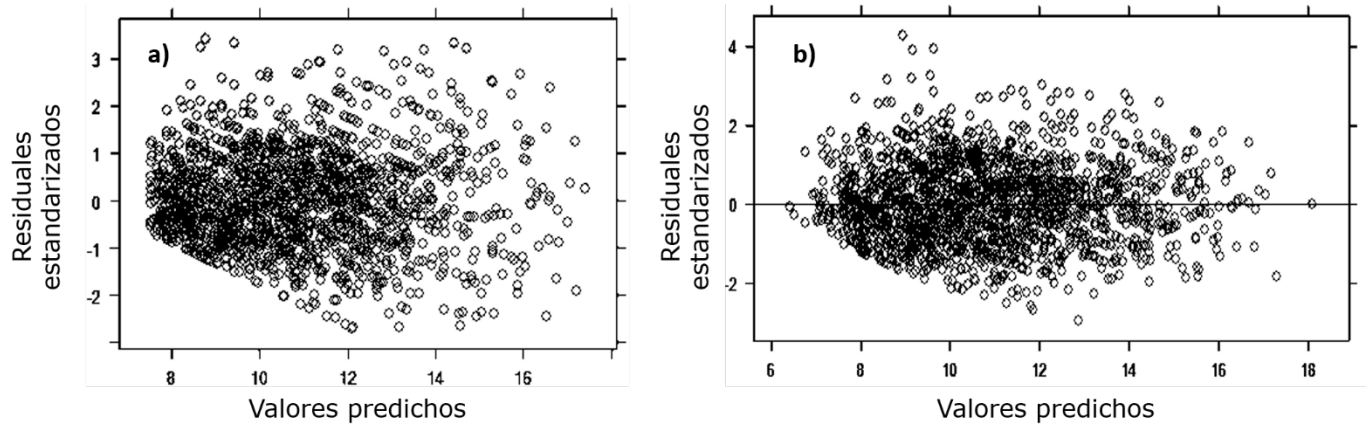


Figura 3. Distribución de residuales estandarizados con respecto a los valores predichos en los ajustes por la técnica de MCNL (a) y por la técnica de MEM (b) con el modelo de *Chapman-Richards* para *Metopium brownei* (Jacq.) Urb. en Quintana Roo, México.

La inclusión de las covariables combinadas (Veg-Mpio) en el modelo, condujo a una ganancia estadística porque el valor de R^2 mejoró 11.11 % con respecto al valor del modelo ajustado con MCNL. Los indicadores de verosimilitud (AIC , BIC y $logLik$), también mejoraron en promedio 2.5 % (Cuadro 4). Al contrastar la distribución de los residuales entre el ajuste con MCNL (Figura 3a) y la técnica MEM (Figura 3b), se obtuvo que esta última proporciona un patrón homocedástico con una distribución

que se centra sobre el cero. La prueba de normalidad de *Shapiro-Wilk* mostró valores superiores a 0.91, lo que evidencia el cumplimiento de este supuesto de regresión.

Al evaluar la capacidad de ajuste por MEM, se determinó que el valor de la *RCME* fue de 2.36 m, el sesgo promedio de 0.003 y la *DA* fue de 0.0002 %. La validación por comparación estadística de medias en muestras independientes al 99 % de confiabilidad ($\alpha=0.01$) evidenció que no existen diferencias significativas entre ellas.

Para la primera muestra independiente se obtuvo $t=0.582$ y $\text{valor-}p=0.5604$, mientras que para la segunda muestra de validación, se produjo un valor de $t=1.623$ y $\text{valor-}p=0.102$, aspectos que pueden constatar de manera gráfica en la Figura 4 (a y b).

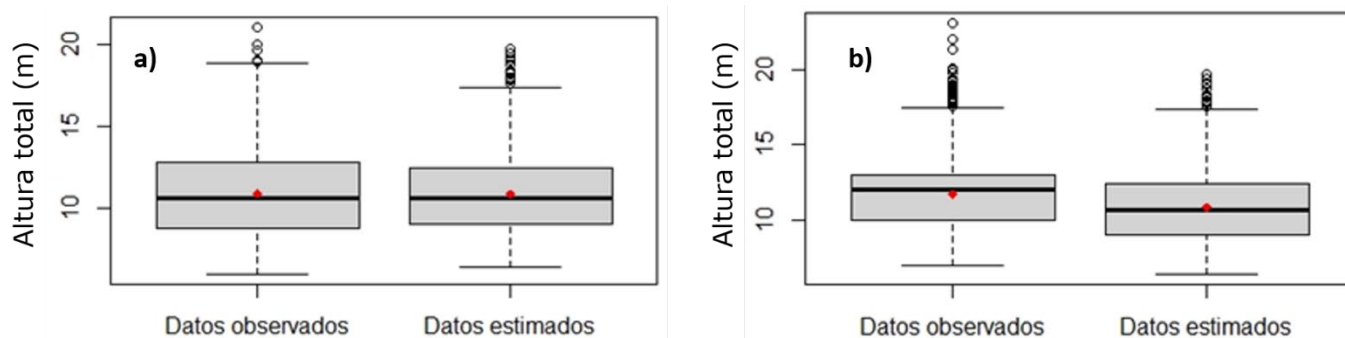


Figura 4. Comparación de medias del proceso de validación del modelo mediante muestras independientes *versus* los datos estimados: (a) muestra compuesta por 40 % de las observaciones de la base original, y (b) muestra independiente de inventarios forestales.

Debido a la robustez estadística y mejora de los MEM con respecto al ajuste por MCNL (cuadros 3 y 4), así como su validación mediante muestras independientes (Figura 4), se obtuvieron los parámetros aleatorios específicos para cada nivel

combinado de agrupación (Veg-Mpio) que podrán emplearse para cada condición específica de crecimiento (Cuadro 5).

Cuadro 5. Parámetros específicos del modelo de *Chapman-Richards* al incluir una combinación de niveles de agrupación por tipo de vegetación y municipio para *Metopium brownei* (Jacq.) Urb. en Quintana Roo, México.

Agrupación	Tipo vegetación/Municipio	Valor del efecto	Valor del parámetro β_0
SMQ-BJ	Selva mediana subperennifolia-Benito Juárez	-1.8866	15.7717
SBQ-OPB	Selva baja subperennifolia-Othón P. Blanco	-1.3013	16.3569
SBC-OPB	Selva baja caducifolia-Othón P. Blanco	-1.2021	16.4562
SMQ-SOL	Selva mediana subperennifolia-Solidaridad	-0.7481	16.9102
SMS-SOL	Selva mediana subcaducifolia-Solidaridad	-0.6426	17.0156
SMQ-BAC	Selva mediana subperennifolia-Bacalar	-0.5097	17.1486
SMQ-OPB	Selva mediana subperennifolia-Othón P. Blanco	-0.2756	17.3827
SMS-BAC	Selva mediana subcaducifolia-Bacalar	-0.0820	17.5763
SBQ-FCP	Selva baja subperennifolia-Felipe Carrillo Puerto	-0.0729	17.5854
SMS-LC	Selva mediana subcaducifolia-Lázaro Cárdenas	0.2412	17.8994
SBQ-JMM	Selva baja subperennifolia-José María Morelos	0.4505	18.1088
SMQ-IM	Selva mediana subperennifolia-Isla Mujeres	0.4926	18.1509
SMS-FCP	Selva mediana subcaducifolia-Felipe Carrillo Puerto	0.6763	18.3346
SMQ-FCP	Selva mediana subperennifolia-Felipe Carrillo Puerto	1.0206	18.6789
SMQ-JMM	Selva mediana subperennifolia-José María Morelos	1.7978	19.4561
SMS-JMM	Selva mediana subcaducifolia-José María Morelos	2.0419	19.7002

Además, al contrastar tendencias extremas de *at-d*, se observó una diferencia promedio de 3.20 m en la altura, y en las categorías diamétricas de 35 y 40 cm (Figura 5).

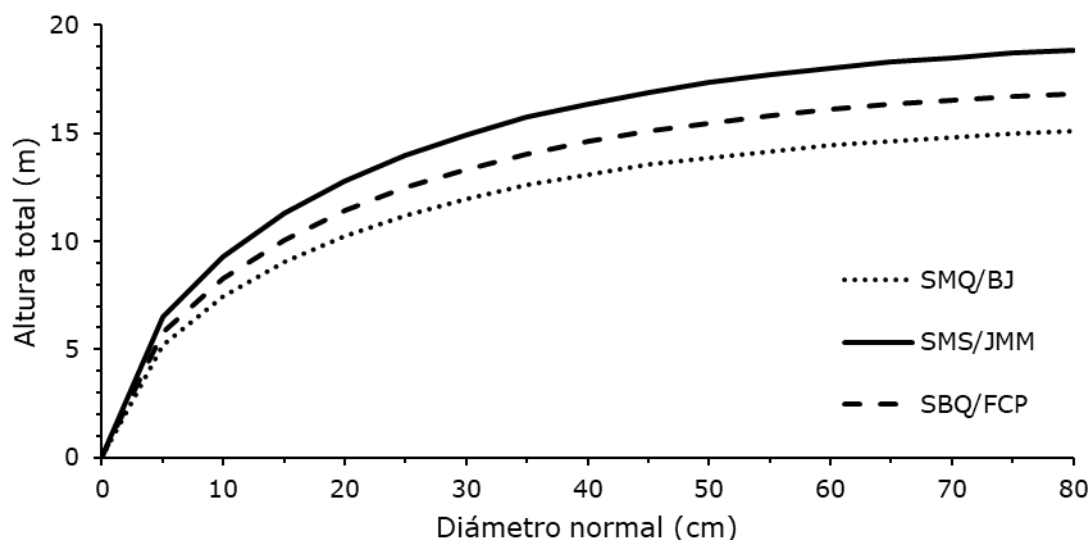


Figura 5. Tendencia entre *at-d* en algunas condiciones de referencia específicas para *Metopium brownei* (Jacq.) Urb. en Quintana Roo, México.

Discusión

La ganancia en la calidad de ajuste del modelo 6 obtenida bajo la técnica de MEM, se debe a que de acuerdo con García y Rapelli (2011), al agrupar la información por alguna covariable, se reducen las desviaciones con respecto a los datos observados y el error de estimación, ya que se corrige la estructura de varianzas-covarianzas (Littell *et al.*, 2006) porque con esta técnica de análisis, la varianza es específica para cada nivel de agrupación (Rijal *et al.*, 2012; Seoane, 2014), y con ello se logra incrementar el R^2 y mejorar los valores de otros estadísticos de bondad de ajuste (*AIC*, *BIC* y *loglik*).

La inclusión de un solo efecto aleatorio específico en los niveles de agrupación (Veg-Mpio) ofreció la más alta calidad predictiva cuando se asoció al parámetro asintótico, esto se explica porque es el atributo más variable y menos lineal (Tamarit-Urias *et al.*, 2014). Esa situación condujo a obtener estimadores más eficientes, precisos y confiables de los parámetros fijos del modelo y predecir parámetros aleatorios de cada unidad experimental que reflejan apropiadamente el patrón de desviación en relación a la media (De los Santos-Posadas *et al.*, 2006; García-Espinoza *et al.*, 2019).

Por tanto, la expresión de *Chapman-Richards* ajustada bajo el enfoque de MEM es confiable para realizar estimaciones de at en función del d en árboles de *M. brownei* en los bosques naturales de Quintana Roo, México, tal como lo hizo Arias (2004) quien obtuvo un R^2 de 0.64 para seis especies maderables de Costa Rica y Castillo-Gallegos *et al.* (2018) que citan valores de $R^2=0.49$ para *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen en plantaciones forestales de Tlapacoyan, Veracruz. En ambos estudios se utiliza la expresión de *Chapman-Richards*.

El modelo de *Chapman-Richards* también lo utilizaron Saunders y Wagner (2008) con éxito en una relación $at-d$ bajo la técnica MEM e inclusión de covariables para nueve especies de árboles del noreste de los Estados Unidos de América. Dichos autores señalan que los modelos sigmoides son biológicamente más apropiados para estudiar las relaciones $at-d$. Rijal *et al.* (2012) y Raptis *et al.* (2021) también indican que, con la inclusión de covariables del rodal como predictores, se mejora la precisión de las estimaciones del modelo de *Chapman-Richards* al ajustarlo mediante MEM.

Es notable el efecto favorable que se logra cuando se usa la técnica de MEM en relaciones $at-d$. Así, Hernández-Ramos *et al.* (2020) obtuvieron un R^2 de 0.46 y un incremento del valor referido a este estadístico a 0.70 con el modelo de *Hossfeld IV* bajo los enfoques de efectos fijos y aleatorios, respectivamente para *Lysiloma*

latisiliquum (L.) Benth. en Quintana Roo, mientras que García *et al.* (2017) determinaron modelos locales de efectos fijos con R^2 de 0.92 a 0.97 para predecir la *at* en función del *d* en ocho especies tropicales de Quintana Roo, México.

Hernández-Ramos *et al.* (2019) ajustaron modelos *at-d* para árboles de *Bucida buceras* L. (pukté) bajo el enfoque de efectos mixtos. En ese estudio, el control de la variabilidad, al igual que para *M. brownei*, se realizó por agrupaciones al emplear el conglomerado, y obtuvieron una mejora estadística importante con el enfoque de MEM respecto al ajuste de parámetros fijos. Sin embargo, los autores referidos registraron un sesgo de -0.46 m, el cual es superior a lo estimado para *M. brownei* de 0.003 m, por ello, la ecuación propuesta es confiable para la estimación de la *at*, en función del *d* para esta especie en los bosques tropicales de Quintana Roo.

Al emplear el mejor modelo ajustado por MCNL se observa una tendencia de crecimiento constante (Figura 5), mientras que al aplicar los resultados obtenidos con el ajuste de MEM esta tendencia tiende a una asíntota con una diferencia entre ambos de 4.16 m, por lo que este enfoque contribuye a disminuir los errores de sobrestimación en la *at* utilizada en la elaboración de planes de manejo forestal para *M. brownei*, especie de interés comercial.

Conclusiones

La selección de un modelo base y su posterior ajuste mediante el uso combinado de la técnica de MEM con factores de agrupación dados por covariables, es un procedimiento eficiente para generar expresiones que permitan estimar la altura total en función del diámetro normal en árboles de *Metopium brownei* en Quintana

Roo, México, por lo que puede adoptarse como una excelente estrategia para generar este tipo de herramientas biométricas.

El modelo de *Chapman-Richards* parametrizado a una relación *at-d* y ajustado mediante MEM con el factor combinado entre los tipos de vegetación y el municipio en el parámetro asintótico (β_0), es el de mejor calidad predictiva porque aumenta la precisión de las predicciones, por lo tanto, se recomienda su uso en la realización de inventarios maderables de *M. brownei* en la región de estudio.

La aplicación de las ecuaciones obtenidas permitirá completar las bases de datos de inventarios forestales en las que por cuestiones logísticas de tiempo y económicas, no es posible la medición de las alturas de todos los árboles de la muestra.

Agradecimientos

A la Comisión Nacional Forestal por permitir el uso de datos de campo del Inventario Nacional Forestal y de Suelos 2004-2009 del estado de Quintana Roo.

Conflicto de intereses

Los autores declaran no tener conflicto de intereses.

Contribución por autor

Xavier García Cuevas y Jonathan Hernández Ramos: análisis de datos y redacción del documento; Juan Carlos Tamarit Urias, Adrián Hernández Ramos y Enrique Buendía Rodríguez: revisión y discusión del documento.

Referencias

- Arias A., D. 2004. Estudio de las relaciones altura-diámetro para seis especies maderables utilizadas en programas de reforestación en la Zona Sur de Costa Rica. Kurú: Revista Forestal 1(2):1-11. <https://revistas.tec.ac.cr/index.php/kuru/article/view/571/497>. (30 de abril de 2021).
- Bohlman, S. and S. O'Brien. 2006. Allometry, adult stature and regeneration requirement of tree species on Barro Colorado Island, Panama. *Journal of Tropical Ecology* 22(2):123–136. Doi: 10.1017/S0266467405003019.
- Bronisz, K. and L. Mehtätalo. 2020. Mixed-effects generalized height–diameter model for young silver birch stands on post-agricultural lands. *Forest Ecology and Management* 460:1-9. Doi: 10.1016/j.foreco.2020.117901.
- Burkhardt, H. E. and M. Tomé. 2012. *Modeling forest trees and stands*. Springer-Dordrecht. Dordrecht, Netherlands. 458 p.
- Carrero, O., M. Jerez, R. Macchiavelli, G. Orlandoni y J. Stock. 2008. Ajuste de curvas de índice de sitio mediante modelos mixtos para plantaciones de *Eucalyptus urophylla* en Venezuela. *Interciencia* 33(4):265-272. https://www.researchgate.net/publication/46406313_Ajuste_de_curvas_de_indice_de_sitio_mediante_modelos_mixtos_para_plantaciones_de_Eucalyptus_urophylla_en_Venezuela. (10 de abril de 2021).
- Castillo-Gallegos, E., J. Jarillo-Rodríguez and R. Escobar-Hernández. 2018. Diameter-height relationships in three species grown together in a commercial forest plantation in eastern tropical Mexico. *Revista Chapingo, Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 24(1):33-48. Doi: 10.5154/r.rchscfa.2017.05.033.

Chenge, I. B. 2021. Height-diameter relationship of trees in Omo strict nature forest reserve, Nigeria. *Trees, Forests and People* 3:100051. Doi: 10.1016/j.tfp.2020.100051.

Comisión Nacional Forestal (Conafor). 2012. Inventario Nacional Forestal y de Suelos. Informe 2004-2009. Comisión Nacional Forestal (Conafor) y Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales (Semarnat). Zapopan, Jal., México. 228 p.

Comisión Nacional Forestal (Conafor). 2014. Inventario Estatal Forestal y de Suelos-Quintana Roo 2013. Colección de inventarios estatales forestales y de suelos 2013-2014. Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales (Sermarnat). Tlalpan, México, D. F., México. 128 p.

Corral-Rivas, S., J. G. Álvarez-González, F. Crecente-Campo y J. J. Corral-Rivas. 2014. Local and generalized height-diameter models with random parameters for mixed, uneven-aged forests in Northwestern Durango, Mexico. *Forest Ecosystems* 1(6):1-9. Doi: 10.1186/2197-5620-1-6.

De los Santos-Posadas, H. M., M. Montero-Mata y M. Kanninen. 2006. Curvas dinámicas de crecimiento en altura dominante para *Terminalia amazonia* (Gmel.) Excell en Costa Rica. *Agrociencia* 40(4):521-532. <https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=30240411>. (30 de abril de 2021).

Gallegos R., A., M. Sánchez D., G. A. González C., L. Román M., E. Hernández A. y A. Mora S. 2012. Diagnóstico del potencial, productividad y manejo de especies nativas maderables tropicales con alto potencial comercial. Universidad de Guadalajara-Centro Universitario de Ciencias Biológicas y Agropecuarias, Departamento de Producción Forestal. Guadalajara, Jal., México. 41 p.

García C., X., J. Hernández R., A. Hernández R., G. Quiñonez B., J. C. Tamarit U. y G. G. García E. 2017. Predicción del diámetro normal, altura y volumen a partir del diámetro del tocón en especies tropicales. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 8(43):89-116. Doi: 10.29298/rmcf.v8i43.67.

García-Espinoza, G. G., O. A. Aguirre-Calderón, G. Quiñonez-Barraza, E. Alanís-Rodríguez, M. A. González-Tagle y J. J. García-Magaña. 2019. Global-local and fixed-random parameters to model dominant height growth of *Pinus pseudostrobus* Lindley. *Revista Chapingo, Serie Ciencias Forestales y del Ambiente* 25(1):141-156. Doi: 10.5154/r.rchscfa.2018.06.047.

García, M. del C. y C. Rapelli. 2011. Selección de un modelo no lineal mixto de niveles múltiples para modelar el crecimiento de la soja. *FABICIB* 15:11-22. Doi: 10.14409/fabicib.v15i1.877.

Guerra-De la Cruz, V., F. Islas-Gutiérrez, E. Flores-Ayala, M. Acosta-Mireles, E. Buendía-Rodríguez, F. Carrillo-Anzures, J. C. Tamarit-Urías y T. Pineda-Ojeda. 2019. Modelos locales altura-diámetro para *Pinus montezumae* Lamb. y *Pinus teocote* Schiede ex Schltdl. en Nanacamilpa, Tlaxcala. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 10(51):133-156. Doi: 10.29298/rmcf.v10i51.407.

Hernández-Ramos, J., J. C. Tamarit-Urías, X. García-Cuevas, A. Hernández-Ramos, R. Reynoso-Santos y V. Reyes-Hernández. 2019. Modelos alométricos altura-diámetro para *Bucida buceras* (pukté) en Quintana Roo, México. *Bosque* 40(3):267-276. Doi: 10.4067/S0717-92002019000300267.

Hernández-Ramos, J., J. I. Valdez-Hernández, X. García-Cuevas, G. Quiñonez-Barraza, V. J. Reyes-Hernández y A. Hernández-Ramos. 2020. Modelos altura-diámetro con efectos mixtos para *Lysiloma latisiliquum* (L) Benth. en Quintana Roo, México. *Madera y Bosques* 26(2): e2622046. Doi: 10.21829/myb.2020.2622046.

Hunter, M. O., M. Keller, D. Vitoria y D. C. Morton. 2013. Tree height and tropical forest biomass estimation. *Biogeosciences* 10(12):8385-8399. Doi: 10.5194/bg-10-8385-2013.

Huxley, J. S. 1924. Constant differential growth-ratios and their significance. *Nature* 114(2877):895-896. Doi: <https://doi.org/10.1038/114895a0>.

Infante G., S. y G. P. Zárate de L. 2012. Métodos estadísticos: un enfoque interdisciplinario. Colegio de Postgraduados. Texcoco, Edo.Méx., México. 624 p.

Larjavaara, M. and H. C. Muller-Landau. 2013. Measuring tree height: a quantitative comparison of two common field methods in a moist tropical forest. *Methods in Ecology and Evolution* 4(9):793-801. Doi: <https://doi.org/10.1111/2041-210X.12071>.

Lencinas, J. D. y D. Mohr-Bell. 2007. Estimación de clases de edad de las plantaciones de la provincia de Corrientes, Argentina, con base en datos satelitales Landsat. *Bosque* 28(2):106-118. Doi: 10.4067/S0717-92002007000200003.

Littell, R. C., G. A. Milliken, W. W. Stroup, R. D. Wolfinger and O. Schabenberger. 2006. SAS® for Mixed Models. SAS Institute Inc. Cary, NC, USA. 814 p.

Liu, M., Z. Feng, Z. Zhang, C. Ma, M. Wang, ... and L. Zhang. 2017. Development and evaluation of height diameter at breast models for native Chinese *Metasequoia*. *PLoS One* 12(8):e0182170. Doi: 10.1371/journal.pone.0182170.

Panik, M. J. 2014. Growth curve modeling: Theory and applications. Jhon Wiley & Sons, Inc. Hoboken, NJ, USA. 467 p.

Pennington, T. D. y J. Sarukhán. 2005. Árboles tropicales de México. Manual para la identificación de las principales especies. Universidad Nacional Autónoma de México y Fondo de Cultura Económica. Coyoacán, México D.F., México. 523 p.

Picard, N., L. Saint-André y M. Henry. 2012. Manual de construcción de ecuaciones alométricas para estimar el volumen y la biomasa de los árboles: del trabajo de campo a la predicción. Naciones Unidas para la Alimentación y la Agricultura (FAO) y Centre de Coopération Internationale en Recherche Agronomique pour le Développement. Roma, RM, Italia. 223 p.

Pinheiro, J. C. y D. M. Bates. 2000. Mixed-effects models in S and S-PLUS. Springer-Verlag. New York, NY, USA. 528 p.

- Pompa-García, M., H. M. de los Santos-Posadas, M. E. Zepeda-Bautista y J. J. Corral-Rivas. 2011. Un modelo dendrométrico para estimación del diámetro normal a partir de las dimensiones del tocón. *Agrociencia* 45(3):379-387. <https://www.scielo.org.mx/pdf/agro/v45n3/v45n3a10.pdf>. (12 de abril de 2021).
- Quiñonez B., G., F. Cruz C., B. Vargas L. y F. J. Hernández. 2012. Estimación del diámetro, altura y volumen a partir del tocón para especies forestales de Durango. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 3(9):23-39. Doi: 10.29298/rmcf.v3i9.535.
- R core Team. 2016. RStudio: Publish your R and Python content with RStudio Connect. Boston, MA, USA. RStudio, Inc. <http://www.rstudio.com/>. (Consultado 11 de abril de 2021).
- Raptis, D. I., V. Kazana, A. Kazaklis and C. Stamatiou. 2021. Mixed-effects height-diameter models for black pine (*Pinus nigra* Arn.) forest management. *Trees* 35(4):1167-1183. Doi: 10.1007/s00468-021-02106-x.
- Regalado M., A., E. Peralta R. y C. A. González R. 2008. Cómo hacer un modelo matemático. *Temas de Ciencia y Tecnología* 12(35):1-18. https://www.utm.mx/edi_anteriores/temas035/2%20ensayo-35.pdf. (12 de abril de 2021).
- Rijal, B., A. R. Weiskittel and J. A. Kershaw. 2012. Development of regional height to diameter equations for 15 tree species in the North American Acadian Region. *Forestry: An International Journal of Forest Research* 85(3):379-390. Doi: 10.1093/forestry/cps036.
- Saunders, M. R. and R. G. Wagner. 2008. Height-diameter models with random coefficients and site variables for tree species of Central Maine. *Annals of Forest Science* 65(2):203-212. Doi: 10.1051/forest:2007086.
- Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales (Semarnat). 2016. Anuario estadístico de la producción forestal 2016. Secretaría de Medio Ambiente y Recursos Naturales. Miguel Hidalgo, D. F., México. 225 p.

Seoane, J. 2014. ¿Modelos mixtos (lineales)? Una introducción para el usuario temeroso. *Etologuía* 24:15-37. https://nanopdf.com/download/modelos-mixtos-universidad-autonoma-de-madrid_pdf. (12 de abril de 2021).

Silva G., J. A. y F. J. Fuentes T. 2012. Industrialización, comercialización y manejo sostenible de diez especies nativas mexicanas. Universidad de Guadalajara-Centro Universitario de Ciencias Biológicas y Agropecuarias, Departamento de Madera, Celulosa y Papel. Guadalajara, Jal., México. 75 p.

Tuan, N. T., T. T. Dinh and S. H. Long. 2019. Height-diameter relationship for *Pinus koraiensis* in Mengjiagang Forest Farm of Northeast China using nonlinear regressions and artificial neural network models. *Journal of Forest Science* 65(4):134–143. Doi: 10.17221/5/2019-JFS.

Tamarit U., J. C. y J. L. López T. 2007. Xilotecología de los principales árboles tropicales de México. Libro técnico Núm. 3. INIFAP-Centro de Investigación Regional del Centro, Campo Experimental San Martinito. Tlahuapan, Pue., México. 264 p.

Tamarit-Urias, J. C., H. M. De los Santos-Posadas, A. Aldrete, J. R. Valdez-Lazalde, H. Ramírez-Maldonado y V. Guerra-De la Cruz. 2014. Ecuaciones dinámicas de índice de sitio para *Tectona grandis* en Campeche, México. *Agrociencia* 48(2):225-238. <https://www.scielo.org.mx/pdf/agro/v48n2/v48n2a8.pdf>. (30 de abril de 2021).



Todos los textos publicados por la **Revista Mexicana de Ciencias Forestales** –sin excepción– se distribuyen amparados bajo la licencia *Creative Commons 4.0 Atribución-No Comercial (CC BY-NC 4.0 Internacional)*, que permite a terceros utilizar lo publicado siempre que mencionen la autoría del trabajo y a la primera publicación en esta revista.