



## Estrategia de muestreo óptima para la planeación del inventario maderable en plantaciones comerciales de *Tectona grandis* L.f.

### Optimal sampling strategy for timber inventory planning in commercial plantations of *Tectona grandis* L.f.

Juan Carlos Tamarit-Urias<sup>1\*</sup>, Héctor Manuel de los Santos-Posadas<sup>2\*</sup>, Arnulfo Aldrete<sup>2</sup>, José René Valdez-Lazalde<sup>2</sup>, Hugo Ramírez-Maldonado<sup>3</sup>, Vidal Guerra-de la Cruz<sup>4</sup>

#### Abstract

The objective of this study was to evaluate the statistical efficiency of six sampling estimators to propose an optimal sampling strategy in terms of precision and time that allows conducting operational timber inventories that support decision-making aimed at improving the technical management of commercial forest teak plantations (*Tectona grandis*) established in Campeche, Mexico. Data used were from 8 830 sampling sites of a planted area of 2 207.5 hectares. Each sampling site was rectangular of seventy-two m<sup>2</sup> included nine stocks, the number of living trees was counted and their diameter at breast height was measured. The total height and volume of each tree were estimated with Chapman-Richards and Schumacher-Hall models, respectively. Basimetric area and total volume per site were obtained and extrapolated at hectare. Plantations were stratified by age classes; the basimetric area and the age of the plantation were used as auxiliary variables. The sampling strategy to estimate the mean volume was formed by associating simple random sampling as the sampling design with the specific ratio estimator in stratified sampling, with a stratification by age classes of one year and basimetric area as auxiliary variable; this gave the accuracy of 0.21 %. The sample size in stratified sampling could be reduced to 68.3 % with an accuracy of 2.5 % of the original sample. This means less sampling effort and economies by reducing the time for forest inventory.

**Key words:** Sampling estimators, stratification, forest inventory, sample size, teak, auxiliary variables.

#### Resumen

El presente estudio tuvo como objetivo evaluar la eficiencia estadística de seis estimadores de muestreo para plantear una estrategia de muestreo óptima en términos de precisión y tiempo que permita realizar inventarios maderables operativos que apoyen la toma de decisiones orientadas a mejorar el manejo técnico de plantaciones forestales comerciales de *Tectona grandis* (teca), establecidas en Campeche, México. Para ello, se evaluaron 8 830 sitios de muestreo ubicados en 2 207.5 hectáreas. Cada sitio rectangular de 72 m<sup>2</sup> incluyó nueve cepas, se contabilizó el número de árboles vivos y se midió el diámetro normal. La altura total y volumen por árbol se estimaron con modelos tipo Chapman-Richards y Schumacher-Hall, respectivamente. El área basal y el volumen total por sitio se proyectó a nivel de hectárea. Se estratificó por clase de edad; el área basal y la edad de la plantación se utilizaron como variables auxiliares. La estrategia de muestreo para estimar el volumen medio se conformó al asociar como diseño de muestreo al muestreo simple al azar con el estimador de razón específica en muestreo estratificado, con una estratificación por clases de edad de un año y el área basal como variable auxiliar, esto dio la precisión de 0.21 %. El tamaño de muestra en el muestreo estratificado se redujo 68.3 %, con precisión de 2.5 % del muestreo original, lo cual implica que el esfuerzo de muestreo y el tiempo de ejecución para realizar el inventario operativo puede reducirse, con la consecuente disminución de los costos implícitos.

**Palabras clave:** Estimadores de muestreo, estratificación, inventario forestal, tamaño de muestra, teca, variables auxiliares.

Fecha de recepción/Reception date: 29 de enero de 2021

Fecha de aceptación/Acceptance date: 30 de septiembre de 2021

1Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Campo Experimental San Martinito, CIR Golfo Centro. México.

2Posgrado en Ciencias Forestales, Colegio de Postgraduados. México.

3División de Ciencias Forestales, Universidad Autónoma Chapingo. México.

4Instituto Nacional de Investigaciones Forestales, Agrícolas y Pecuarias. Sitio Experimental Tlaxcala, CIR Centro. México.

\*Autor para correspondencia; correo-e: [hectorm.delossantos@gmail.com](mailto:hectorm.delossantos@gmail.com)

## Introducción

Los métodos de muestreo e inventarios con validez estadística son muy útiles para generar estimaciones confiables y científicamente defendibles (Schreuder *et al.*, 2004; Fattorini *et al.*, 2015). En una plantación forestal comercial (PFC) es importante estimar con precisión las existencias maderables, lo que permite tener información para planificar acciones y tomar decisiones informadas sobre el manejo técnico y la inversión por efectuar (Roldán *et al.*, 2014). Cuando la superficie de la PFC es extensa, el inventario se realiza por muestreo para obtener parámetros de interés de la población de manera correcta, precisa y a un costo mínimo (van Laar y Akça, 2007; Köhl y Magnussen, 2016).

El propósito del inventario forestal maderable es aportar información cuantitativa confiable para el manejo operativo de la PFC, para lo cual se requiere el conocimiento acertado, a nivel de unidad mínima de manejo, sobre medias y totales del número de árboles ( $N$ ), área basal ( $AB$ ) y volumen ( $V$ ) por hectárea. Lo anterior obliga a buscar un balance entre los recursos financieros disponibles y la precisión estadística necesaria (Roldán *et al.*, 2014). En ese sentido, el mejor enfoque para optimizar recursos es diseñar una estrategia de muestreo, que debe combinar el método para seleccionar la muestra con el procedimiento para estimar los parámetros de la población (Gregoire y Valentine, 2008; Grafström *et al.*, 2014).

Para realizar un inventario multipropósito, normalmente, se adopta el esquema de muestreo único, simple y flexible, de modo que permita evaluar todas las variables dasométricas de interés (Schreuder *et al.*, 1993; Corona y Fattorini, 2006). Cualquiera que sea el diseño de muestreo y el tamaño de muestra, se tienen implicaciones en términos de costo y eficiencia en la fiabilidad al estimar el inventario, misma que puede cuantificarse en función de la precisión, el sesgo y el error cuadrático medio (Köhl *et al.*, 2011; Roldán *et al.*, 2014). La precisión está en

función de la homogeneidad de la población y del número de sitios de muestreo considerados, por lo que el inventario se debe llevar a cabo para que atienda el nivel de precisión predeterminado y para que se optimice tanto el tiempo, como los costos por efectuarlo (Schreuder *et al.*, 2004; van Laar y Akça, 2007; Marchi *et al.*, 2017).

La literatura especializada sugiere diferentes estimadores de muestreo para hacer un inventario maderable en PFC orientado al manejo técnico-operativo; entre ellos, los que hacen la inferencia sobre la población con base en el diseño: el muestreo simple al azar (MSA), el muestreo sistemático y el muestreo estratificado (ME); así como aquellos en los que la inferencia se hace en función a modelos (Raj, 1980; Scheaffer *et al.*, 1987; Cochran, 1993; Gregoire y Valentine, 2008). Estos últimos usan información auxiliar mediante variables que se correlacionan alta y positivamente con la variable de interés; entre ellos destacan los estimadores de razón y de regresión que pueden aplicarse en MSA y ME (Schreuder *et al.*, 1993; Shiver y Borders, 1996; Pérez, 2005; Grafström *et al.*, 2014). Sin embargo, existe poca evidencia empírica reciente derivada de análisis de casos prácticos específicos que permitan determinar los mejores estimadores de muestreo o sus posibles combinaciones que conduzcan a diseñar una estrategia de muestreo óptima.

En este contexto, los objetivos del presente estudio fueron: 1) evaluar la eficiencia estadística de seis estimadores de muestreo para plantear una estrategia de muestreo óptima en términos de precisión y tiempo para realizar inventarios maderables operativos que apoyen la toma de decisiones orientadas a mejorar el manejo técnico de PFC de *Tectona grandis* L.f. (teca), establecidas en Campeche, México; y 2) determinar el tamaño de muestra óptimo para la media del volumen en MSA y ME que asegure una precisión de 2.5 % y  $\alpha = 0.05$ .

## Materiales y Métodos

El estudio se realizó en una plantación forestal comercial con una superficie de 2 207.5 hectáreas plantadas con *Tectona grandis*, a espaciamiento de 4 m × 2 m (1 250 plantas ha<sup>-1</sup>), que se localiza en el Valle de Edzná, municipio Campeche, estado del mismo nombre, en el sureste de México. El clima que predomina es Aw''0(i')g que corresponde al tipo cálido subhúmedo con lluvias en verano, precipitación promedio anual de 1 094.7 mm, con seis meses de sequía de diciembre a mayo; temperatura promedio anual de 26.6 °C, con ocurrencia de vientos dominantes en invierno y verano, con ráfagas máximas de hasta 60 km h<sup>-1</sup> (Breña, 2004).

Se trabajó un tamaño de muestra ( $n$ ) conformada por 8 830 sitios, cada uno rectangular de 72 m<sup>2</sup> que representó una cobertura de 0.25 hectáreas. El marco de muestreo ( $N$ ) fue de 306 597 unidades y la intensidad de muestreo de 2.9 %. Los sitios se muestrearon bajo un patrón sistemático, en una malla de 50 m × 50 m con lo que se tuvo una distribución uniforme.

Se evaluaron nueve cepas por sitio, cada una referente al punto específico en que se plantó un ejemplar de *Tectona grandis*; de esta forma fue posible contabilizar el número de árboles vivos, a los cuales se les midió el diámetro normal ( $Dn$ ) con cinta diamétrica modelo 283D/5m-CSE; además, se registró la edad ( $E$ ) de la plantación en años; la altura total ( $A$ ) de cada árbol en metros se estimó en función del  $Dn$  con un modelo tipo *Chapman-Richards* utilizado por Tamarit (2013) que presentó la estructura matemática:

$$A = 19.46016 (1 - \exp(-0.065226 Dn))^{1.100977}$$

Donde:

$\exp$  = Función exponencial

El volumen ( $v$ ) fustal con corteza por árbol en  $m^3$  se estimó con el modelo de *Schumacher-Hall* generado por Tamarit *et al.* (2014) expresado como:

$$v = 0.000043 Dn^{1.857931} A^{1.041967}$$

Con base en Fierros *et al.* (2018), el  $AB$  de cada árbol en  $m^2$  se estimó con la fórmula:

$$AB = \frac{\pi}{40\,000} D_n^2$$

Donde:

$\pi$  = Constante con valor de 3.1416

El número de árboles vivos, el área basal y el volumen total estimados por sitio se proyectó a nivel de hectárea, para así obtener las variables  $N$ ,  $AB$  y  $V$  escaladas a unidades convencionales.

Para estimar el volumen medio de madera se aplicaron los estimadores y parámetros del *MSA* y del *ME*, en los que la inferencia sobre la población se basa en diseño (Cochran, 1993; Gregoire y Valentine, 2008). También, se evaluaron los estimadores de razón ( $R$ ) y de regresión ( $Rg$ ) dentro del *MSA*, cuya inferencia se fundamenta en modelos, además de la razón combinada ( $Rc$ ) y la razón específica ( $Re$ ) dentro del *ME* (Shiver y Borders, 1996; Pérez, 2005) (expresiones 1 a 14 del Cuadro 1).

**Cuadro 1.** Estimadores de muestreo y parámetros evaluados para determinar el inventario maderable en una plantación forestal comercial de teca.

Estimador	Parámetro	Ecuación
MSA	Media	$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} \quad (1)$
	Varianza de la media	$S_{\bar{y}}^2 = \frac{S_y^2}{N} f \quad (2)$
	Tamaño de muestra	$n = \frac{t_{\alpha, gl}^2 NS_{\bar{y}}^2}{t_{\alpha, gl}^2 S_{\bar{y}}^2 + B^2 N} \quad (3)$
ME	Media	$\bar{y}_{st} = \frac{\sum_{h=1}^L N_h \bar{y}_h}{N} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h \quad (4)$
	Varianza de la media	$V(\bar{y}_{st}) = \sum_{h=1}^L W_h^2 \frac{S_h^2}{n_h} (1 - f_h) \quad (5)$
	Tamaño de muestra	$n = \frac{t_{\alpha, gl}^2 \sum_{h=1}^L \frac{N_h^2 S_h^2}{W_h}}{B^2 N} \quad (6)$
Razón bajo MSA	Media	$\bar{y}_R = \hat{R} \mu_x = \bar{y} \frac{\mu_x}{\bar{x}} \quad (7)$
	Varianza de la media	$S_{\bar{y}_R}^2 = \frac{S_u^2}{n} f \quad (8)$
Regresión bajo MSA	Media	$\bar{y}_{RG} = \bar{y} + b(\mu_x + \bar{x}) \quad (9)$
	Varianza de la media	$S_{\bar{y}_{RG}}^2 = \frac{S_{xy}^2}{n} f \quad (10)$ $S_{xy}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 - b^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 2}$
Razón combinada en ME	Media	$\bar{y}_{\hat{R}_C} = \hat{R}_C \mu_x = \frac{\sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h}{\sum_{h=1}^L W_h \bar{x}_h} \mu_x \quad (11)$
	Varianza de la media	$S_{\bar{y}_{RC}}^2 = \sum_{h=1}^L \frac{W_h^2 (1 - f_h)}{n_h (n_h - 1)} \left( \sum_{i=1}^{n_h} (y_{hi} - \hat{R}_C x_{hi})^2 \right) \quad (12)$
Razón específica en ME	Media	$\bar{y}_{\hat{R}_S} = \sum_{h=1}^L W_h \hat{R}_h \mu_{x_h} \quad (13)$
	Varianza de la media	$S_{\bar{y}_{RS}}^2 = \sum_{h=1}^L \frac{W_h^2 (1 - f_h)}{n_h (n_h - 1)} \left( \sum_{i=1}^{n_h} (y_{hi} - \hat{R}_h x_{hi})^2 \right) \quad (14)$

$y_i$  = Volumen con corteza observado en el  $i$ -ésimo sitio de muestreo y extrapolado a hectárea ( $m^3 \text{ ha}^{-1}$ );  $f$  = Factor de corrección por finitud  $1-n/N$ ;  $t$  = Valor de la distribución  $t$  de Student al 95 % de confiabilidad ( $1-\alpha = 0.95$ ) con  $n-1$  grados de libertad ( $gl$ );  $B$  = Magnitud del error de muestreo aceptable al nivel de confianza  $1-\alpha$  especificado y resultado de multiplicar la precisión requerida ( $E_\mu$ ) por la media muestral;  $L$  = Número total de estratos en la población objetivo;  $N_h$  = Marco de muestreo en el  $h$ -ésimo estrato, con  $N = \sum_{h=1}^L N_h$ ;  $n_h$  = Tamaño de muestra en el  $h$ -ésimo estrato, con  $n = \sum_{h=1}^L n_h$ . El componente  $W_h=N_h/N$  corresponde a la ponderación por estrato;  $f_h=n_h/N_h$  = Fracción de muestreo en el  $h$ -ésimo estrato;  $S_y^2 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^n y_i)^2}{n}}{n-1}$  = Varianza estimada de las observaciones de la variable principal;  $\hat{R} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} = \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{\sum_{i=1}^n x_i}$  Razón bajo MSA,  $x_i$  = Variable auxiliar;  $S_{\hat{R}}^2 = \frac{1}{\mu_x^2} \frac{S_u^2}{n} f$  = Varianza de la razón bajo MSA, con  $S_u^2 = \frac{\sum_{i=1}^n y_i^2 + \hat{R}^2 \sum_{i=1}^n x_i^2 - 2\hat{R} \sum_{i=1}^n y_i x_i}{n-1}$ ;  $b = \frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})(x_i - \bar{x})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$  = Pendiente de la recta de regresión bajo MSA;  $\hat{R}_c = \frac{\bar{y}_{st}}{\bar{x}_{st}}$  = Razón combinada bajo ME;  $\hat{R}_h = \frac{\bar{y}_h}{\bar{x}_h}$  = Razón estimada en el  $h$ -ésimo estrato;  $\bar{y}_{\hat{R}_h} = \hat{R}_h \mu_{x_h}$  = Media por estrato;  $\mu_y$  = Media poblacional de la variable principal;  $\mu_x$  = Media poblacional de la variable auxiliar;  $B_{\hat{R}}$ ,  $B_{RG}$  = Magnitud del error de muestreo aceptable para Razón y Regresión, respectivamente;  $\bar{y}_h$ ,  $\bar{x}_h$  = Medias de los totales en el  $h$ -ésimo estrato.

En todos los casos se trabajó con el MSA como diseño de muestreo de referencia. Para estratificar se usó la edad de la plantación como variable auxiliar, se definieron seis clases de edad (CE) con intervalos de un año (Cuadro 2).

**Cuadro 2.** Clases de edad para la estratificación, sitios y superficie respectiva en plantación forestal comercial de teca.

<i>CE</i>	<i>LI</i>	<i>LS</i>	<i>EP</i>	<i>n</i>	Superficie (ha)
3	2	2.99	2.92	100	25.00
4	3	3.99	3.62	897	224.25
5	4	4.99	4.37	3 436	859.00
6	5	5.99	5.46	2 503	625.75
7	6	6.99	6.58	874	218.50
8	7	7.99	7.21	1 020	255.00
Total				8 830	2 207.5

*CE* = Clase de edad; *LI* = Límite inferior; *LS* = Límite superior; *EP* = Edad promedio; *n* = Tamaño de muestra.

En cada estrato del *ME* se aplicaron los mismos estimadores referidos para el *MSA*. En los estimadores de Razón y Regresión se utilizó el *AB* y la edad de la plantación como variables auxiliares, se determinó el valor del coeficiente de correlación ( $\rho$ ) entre el *V* con el *AB* y la edad, la variable auxiliar es mejor cuando  $\rho$  es cercano a 1. En el estimador de *R* bajo *MSA* se asumió como valor poblacional verdadero a la media muestral del *AB* obtenida bajo *ME*. Con el estimador de *R* en *ME*, la edad fue conocida sin error de muestreo porque se tuvo su registro exacto.

La forma en que se calculó el intervalo de confianza (*IC*) para la media ( $\bar{y}$ ) del volumen en  $\text{m}^3 \text{ ha}^{-1}$ , su respectiva precisión (*P*) en porcentaje y el inventario ( $\hat{y}$ ) correspondiente para el *MSA* se muestra enseguida (Cochran, 1993) y es aplicable al resto de los estimadores evaluados.



$$IC = \bar{y} \pm t_{\alpha,gl} \sqrt{S_{\bar{y}}^2} \quad (15)$$

$$P = t_{\alpha,gl} \frac{\sqrt{S_{\bar{y}}^2}}{\bar{y}} 100 \quad (16)$$

$$\hat{y} = N\bar{y} \quad (17)$$

De acuerdo con Freese (1976), Schreuder *et al.* (1993) y Schreuder *et al.* (2004), el planteamiento teórico referido para estimar la media tiene mayor significado cuando se establece un *IC* con un nivel de confiabilidad previamente establecido (en este estudio  $\alpha=0.05$ ), lo que significa que bajo muestreo repetido, en promedio una de cada 20 muestras tiene la probabilidad de producir un *IC* que no contenga la media verdadera del volumen; por lo que, para lograr este nivel de confiabilidad en promedio se necesitan dos errores estándar del estimador.

El mejor estimador de muestreo se seleccionó con base en el valor más bajo de la varianza de la media, la más alta precisión y la menor amplitud de los intervalos de confianza. Los estimadores del *MSA* se consideraron como línea base de referencia sobre los que se comparó el resto de los estimadores (West, 2017). La estrategia de muestreo se conformó al combinar el diseño de muestreo con el mejor estimador. Los cálculos para aplicar los estimadores se realizaron en la hoja de cálculo *Excel* 2013 de *Microsoft Office*®.

El tamaño de muestra óptimo para la media del volumen en *MSA* y *ME* se determinó al simular un muestreo repetido mediante la técnica de *Bootstrap* con el programa estadístico libre R versión 3.6.2 (<https://www.r-project.org>, R Development Core Team, 2020) para *Windows*. La muestra total (8 830 sitios = 100 %) se redujo gradualmente en intervalos de 5 %, en cada nivel de reducción se obtuvieron 30 muestras sin reemplazo (Marchi *et al.*, 2017) a las que se les calculó la media, la varianza de la media, los *IC* y la precisión; posteriormente, se obtuvo el promedio

de cada parámetro para analizar sus comportamientos gráficos. El tamaño de muestra óptimo se determinó con precisión de 2.5 % ( $\alpha=0.05$ ) y se comparó con el calculado por la ecuación 3. Para el *ME*, la distribución del tamaño de muestra en cada estrato se realizó de acuerdo con las formulaciones respectivas citadas por Cochran (1993) y Pérez (2005) para las asignaciones proporcional y *Neyman*.

## Resultados y Discusión

Todos los estimadores evaluados tuvieron precisiones por abajo de 2 %. El estimador de Razón específica en *ME* registró la mejor eficiencia estadística, seguido del estimador de Regresión en *MSA* y de la Razón combinada en *ME*. Estos tres estimadores presentaron las mejores precisiones, las menores varianzas, *IC* estrechos y usaron como variable auxiliar el *AB* (Cuadro 3).

**Cuadro 3.** Parámetros por estimador de muestreo evaluado en plantación forestal comercial de tecla.

Estimador	Parámetro					Inventario (m <sup>3</sup> )	GP (%)	A
	Media	VM	LI	LS	P (%)			
<i>MSA</i>	29.98	0.0609	29.49	30.46	1.61	66 177	-	0.97
<i>ME</i>	29.98	0.0432	29.56	30.39	1.39	66 177	0.23	0.83
<i>R V/AB MSA</i>	29.98	0.0024	29.96	29.99	0.33	66 177	1.29	0.03
<i>R V/E MSA</i>	33.32	0.0495	33.24	33.40	1.34	73 560	0.28	0.16
<i>Rg V/AB MSA</i>	29.98	0.0014	29.90	30.05	0.25	66 177	1.36	0.15
<i>Rg V/E MSA</i>	29.98	0.0475	29.54	30.41	1.45	66 177	0.16	0.87
<i>Rc V/AB ME</i>	29.98	0.0024	29.88	30.08	0.33	66 177	1.29	0.20
<i>Re V/AB ME</i>	29.98	0.0010	29.92	30.04	0.21	66 177	1.40	0.13
<i>Rc V/E ME</i>	29.98	0.0499	29.53	30.43	1.49	66 177	0.12	0.89
<i>Re V/E ME</i>	29.98	0.0423	29.57	30.39	1.37	66 177	0.24	0.82

$VM$  = Varianza de la media muestral en  $m^3 \text{ ha}^{-1}$ ;  $LS$  y  $LI$  = Límite superior e inferior de la media;  $P$  = Precisión;  $GP$  = Ganancia en precisión;  $A$  = Amplitud de los intervalos de confianza.

Destaca el efecto favorable, cuando se hizo la estratificación por clase de edad. Al respecto, Lencinas y Mohr-Bell (2007) señalan que una estrategia para optimizar un inventario consiste en estratificar con alguna variable fuertemente relacionada con la variable de interés, como en este caso lo fue la edad de las PFC. De lo anterior, se deduce que al implementar en la práctica la estratificación por clase de edad se puede lograr que el esfuerzo de muestreo sea bajo, ya que se requiere un menor tamaño de muestra lo que coincide con lo determinado por Roldán *et al.* (2014). Además, el error de muestreo se favorece al estimar el parámetro poblacional. En contraste, cuando la edad se utilizó solo como variable auxiliar, en particular el caso del estimador de  $R$  en  $MSA$ , se obtuvieron valores pobres en los parámetros de eficiencia estadística referidos y la media se sobreestimó.

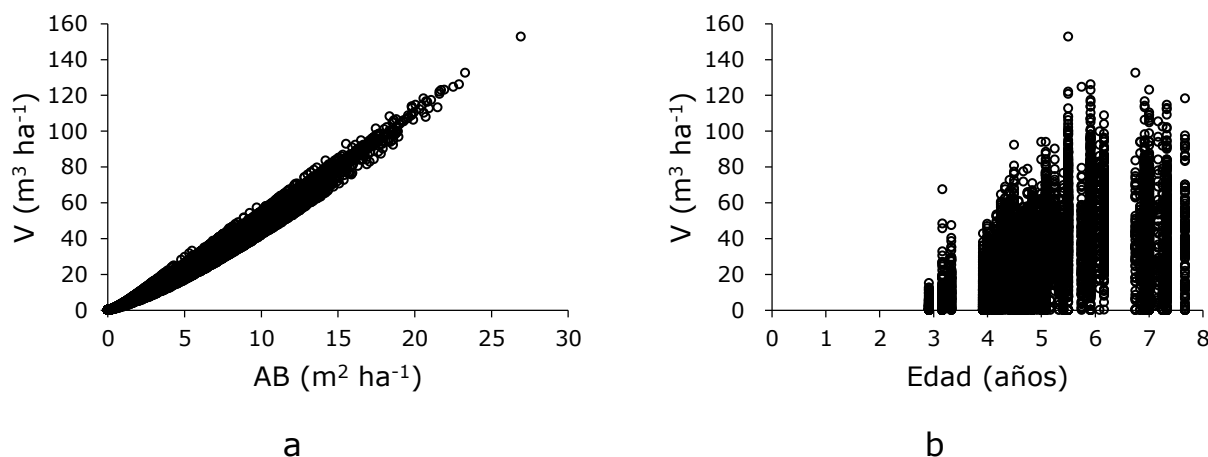
Cuando se usó al  $AB$  como variable auxiliar, los estimadores de razón dentro del  $ME$  fueron superiores respecto a los estimadores de razón en el  $MSA$ , con base en Freese (1976), Scheaffer *et al.* (1987) y Corona y Fattorini (2006). Esto se debe a que con la partición de la población en estratos se logra homogeneidad dentro de ellos, con lo que se reduce la varianza total; y con ello, se incrementa la exactitud del estimador. Así para una misma intensidad de muestreo, el  $ME$  genera estimaciones más precisas que el  $MSA$ . Con base en esta experiencia y en Köhl y Magnussen (2016), otras variables, además de la edad, que se pueden considerar como lógicas y factibles para estratificar PFCs son las clases por índice de sitio, por categoría diamétrica o de incremento en  $AB$ .

El  $AB$  como variable auxiliar fue mejor que la edad, efecto más acentuado para los estimadores de  $R_c$  y  $R_e$  dentro del  $ME$ ; al respecto Fattorini *et al.* (2015), Vallée *et al.* (2015) y Adichwal *et al.* (2019) indican que las variables auxiliares que se usen,

además de tener una correlación alta con la variable de interés, deben de ser fáciles, rápidas y baratas de medir, lo cual las hace altamente eficientes. Scheaffer *et al.* (1987) refieren que, cuando el coeficiente de correlación ( $\rho$ ) entre la variable de interés y la auxiliar es mayor a 0.5, el estimador de razón para la media poblacional es más precisa que el *MSA*; en este caso, la superioridad del *AB* como variable auxiliar se debe a que el valor de  $\rho$  fue de 0.99 y el de la edad de 0.47.

El volumen frente al *AB* mostró una relación lineal a través del origen (Figura 1a), la varianza del volumen mantuvo una tendencia proporcional en relación al *AB*, condiciones favorables por las que los estimadores de razón y de regresión tuvieron una menor varianza para la media poblacional; y en consecuencia mayor precisión que la media simple obtenida del *MSA*. Lo anterior coincide con lo documentado por Roldán *et al.* (2014) para PFC de *Eucalyptus urophylla* S. T. Blake, quienes para la media del volumen indican que el *AB* con  $\rho=0.97$  fue más precisa para el estimador de *Rc* en *ME*. Asimismo, concuerda con lo registrado por Fierros *et al.* (2018), al señalar que el estimador de *Rg*, con el *AB* como variable auxiliar fue el más preciso para estimar el inventario maderable en PFC de *Pinus chiapensis* (Martínez Andersen).





**Figura 1.** Comportamiento del volumen respecto al área basal (a) y edad (b) usadas como variables auxiliares en los estimadores de razón y regresión en plantación forestal comercial de teca.

Los estimadores de razón tienen la ventaja adicional de que la variable auxiliar ofrece una implicación práctica al estimar el inventario; en el presente estudio, el valor de la razón indica que por cada  $\text{m}^2$  de  $AB$  se estima un volumen de  $4.7 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ , lo que permite calcular el inventario en volumen de forma inmediata, con solo conocer de manera precisa el  $AB$  poblacional, la cual podría determinarse mediante la obtención de puntos de muestreo con relascopio. Cuando la edad fue la variable auxiliar, se determinó que por cada año que transcurre, el volumen se incrementa en promedio  $5.8 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$ ; esto hace posible que el estimador funcione como un sistema de crecimiento y rendimiento simplificado, porque al conocer la edad ponderada por estratos (5.7 años), es posible estimar el inventario en forma anualizada conforme la plantación crece; para ello se asume el supuesto de que la superficie plantada se mantendrá constante en el tiempo y que no se incorporan o se remuevan áreas de plantaciones.

El valor de la razón  $V/AB$  en este estudio fue ligeramente menor al que se obtiene con un sistema de crecimiento desarrollado por Tamarit *et al.* (2019) para la misma

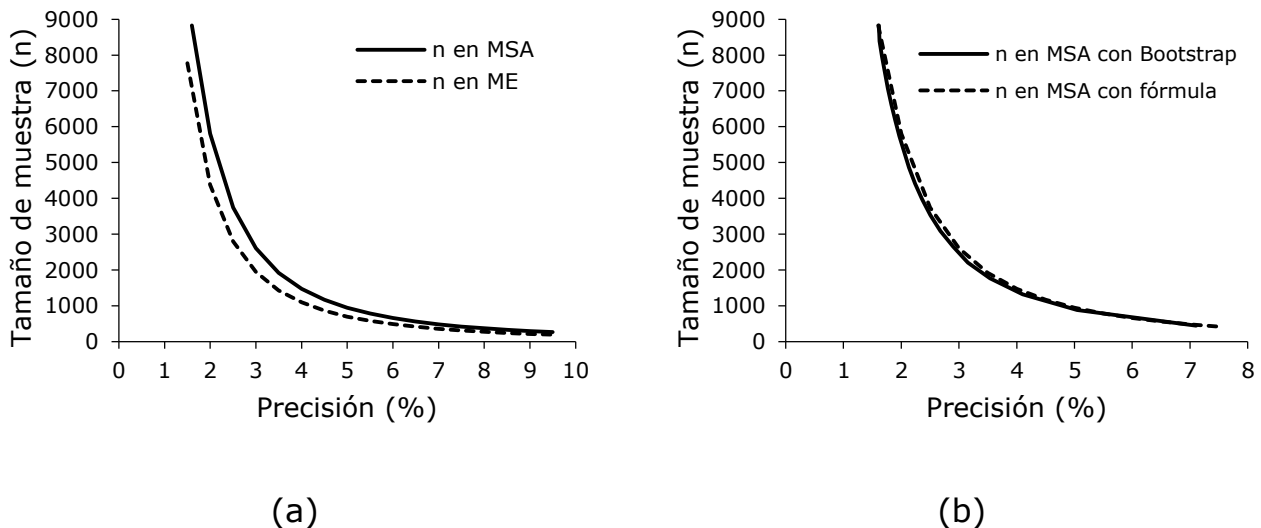
especie y región de estudio, el cual fue de  $5.3 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  para la condición promedio (índice de sitio 15 m). En tanto, el valor de razón  $V/\text{edad}$  fue menor al de  $9.3 \text{ m}^3 \text{ ha}^{-1}$  estimado con el sistema de crecimiento para la misma condición promedio referida.

A pesar de que los estimadores de razón son sesgados, el sesgo es mínimo y se puede considerar despreciable siempre que el tamaño de muestra por estrato sea igual o mayor a 30 unidades de muestreo (Freese, 1976; Scheaffer *et al.*, 1987; Velasco *et al.*, 2003); condición que se cumple en este análisis para cada estrato, porque el estrato más pequeño fue de 100 sitios. Lo anterior contribuye a explicar la mayor eficiencia del estimador de  $Re$ , que tiene la ventaja adicional contra el de  $Rc$  de que al obtener el estimador para cada estrato y luego sumarlos, hace que la razón varíe entre estratos, lo que da estimaciones separadas e información de la población a nivel de estrato.

Cuando la relación entre la variable principal y la auxiliar es lineal a través del origen (Figura 1a), los estimadores de  $Rc$  y  $Re$  por estrato son prácticamente insesgados y en la *praxis* el sesgo puede considerarse nulo. En este contexto, de acuerdo con Raj (1980) y Pérez (2005), el estimador de  $Re$  fue superior al de  $Rc$  (en ambos el  $AB$  fue variable auxiliar), porque el número de estratos fue reducido y cada estrato fue relativamente grande, lo que implicó tener pocos sumandos y la acumulación del sesgo fue mínimo; además, las razones por estrato fueron distintas y ascendentes conforme la clase de edad aumentó.

Con respecto al estimador de  $Rc$  en el  $ME$  con el  $AB$  como variable auxiliar, Pérez (2005) indica que su ventaja sobre el de  $Re$  es que no presenta acumulación de sesgos en los estratos, por lo que el sesgo total cuando está presente se reduce al mínimo. Sin embargo, tiene el inconveniente de que no ofrece estimaciones separadas por estratos; en la práctica, la  $Rc$  se debe usar cuando la cantidad de estratos es grande y el tamaño de cada uno es pequeño.

El análisis del comportamiento del tamaño de muestra ( $n$ ) al variar la precisión evidenció que para lograr altas precisiones (menores a 2 %) se requiere un número más grande de sitios (Figura 2a), lo que implica un mayor esfuerzo de muestreo y que los costos se incrementen. Se detectó que el *MSA* es más exigente en tamaño de muestra que el *ME*, situación lógica porque el primero no se apoya en la información auxiliar de estratos en la población, en la que las unidades que los componen son internamente lo más homogéneas posibles y lo más heterogéneas entre ellos; esto permite que el error de muestreo se reduzca y que la precisión mejore (Pérez, 2005). Por lo anterior, para un mismo tamaño de muestra, el *ME* tiene mayor ganancia en precisión que el *MSA*.



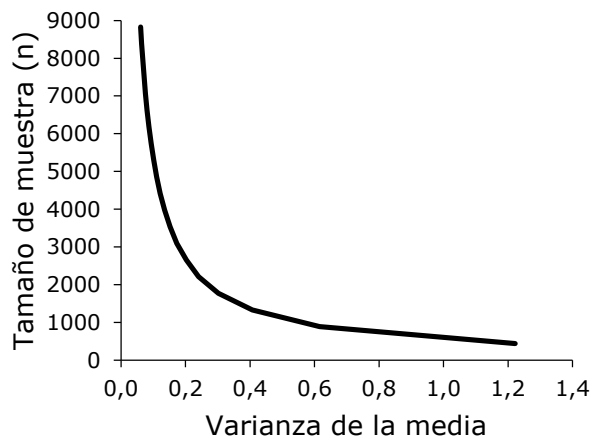
**Figura 2.** Tamaño de muestra calculado al variar la precisión en *MSA* y *ME* (a) y tamaño de muestra en *MSA* calculado con la técnica de *Bootstrap* y por fórmula (b).

La tendencia de los promedios de las precisiones estimadas, al variar el tamaño de muestra, fue muy similar cuando se le determinó con la técnica de *Bootstrap* para el *MSA* que cuando se obtuvo con fórmula (Figura 2b); comportamiento que da pauta

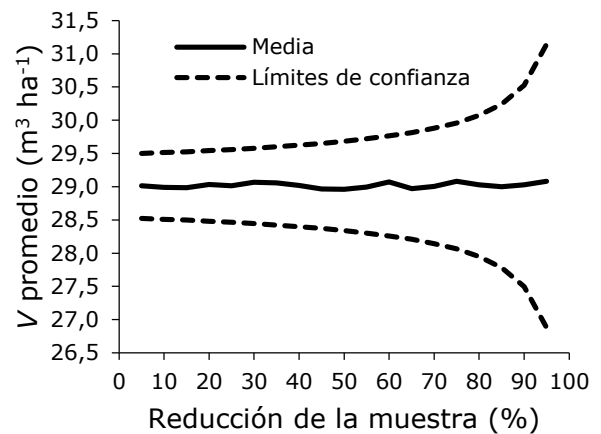
para asumir que en el resto de los estimadores evaluados se definirían patrones de correspondencia similares.

Para lograr la precisión fijada en 2.5 %, se determinó que el  $n$  óptimo calculado con las fórmulas respectivas fue de  $n = 3\ 744$  para el *MSA* y de  $n = 2\ 799$  para el *ME*; lo que implica que el tamaño de muestra original se puede reducir en 57.6 % y 68.3 %, respectivamente; ello significa menor esfuerzo de muestreo para obtener la información en campo y, en consecuencia, se acorta el tiempo y disminuye el costo de inversión para efectuar el inventario.

El procedimiento *Bootstrap* también permitió apreciar de mejor manera el efecto de la reducción del tamaño de muestra sobre la varianza, la cual se incrementa hasta cierto límite a medida que la muestra disminuye (Figura 3a); además, los límites superior e inferior de los *IC* de la media tienden a ampliarse, lo cual se acentúa cuando esta se reduce por arriba de 70 % (Figura 3b).



(a)



(b)

**Figura 3.** Efecto de la reducción del tamaño de muestra en *MSA* sobre la varianza de la media en volumen (a) y sobre los respectivos *IC* (b).



El tamaño de muestra se podría reducir aún más conforme la precisión disminuye, sobre todo en *ME*; sin embargo, se debe tener presente que para poner en práctica los mejores estimadores referidos, hay que asegurar que la muestra tenga al menos 30 sitios por estrato; con ello, los parámetros de la población alcanzarán la mejor precisión. Al respecto, la distribución del tamaño de muestra calculado por estrato y total para la precisión de 2.5 % ( $\alpha=0.05$ ) en la asignación proporcional y la *Neyman* se muestran en el Cuadro 4. De un total de  $n$  unidades de muestreo, Cochran (1993) y Pérez (2005) refieren que en la asignación proporcional el número de unidades muestrales en cada estrato es proporcional a su tamaño, y en la *Neyman* se garantiza que el tamaño de muestra en cada estrato tenga varianza mínima y por lo tanto, la estimación de la media poblacional es más precisa. El aumento del número de sitios en ambos tipos de asignaciones al pasar del estrato 7 al 8, posiblemente, se deba a que las condiciones de crecimiento, dadas por la calidad de sitio, para la clase de edad 8 sean comparativamente más heterogéneas, además de que la superficie es mayor en 36.5 ha (Cuadro 4).

**Cuadro 4.** Distribución proporcional y *Neyman* del tamaño de muestra por estrato y total en plantación forestal comercial de teca.

Asignación	Estrato (clase de edad)						Total
	3	4	5	6	7	8	
Proporcional	32	284	1 089	793	277	323	2 799
<i>Neyman</i>	6	130	906	975	349	434	2 799

Cuando el objetivo es obtener estimadores separados para cada estrato y se considera al estimador global como de importancia secundaria, Freese (1976) señala que se debe realizar un muestreo intenso en los estratos que tienen material de alto valor comercial, entonces las asignaciones referidas pasan a segundo plano. Bajo ese escenario, se debe de muestrear el número de sitios necesarios de modo

tal que se alcance el grado de precisión deseado para los estratos de interés. Esto es relevante para aplicarse en PFC, cuyas edades están próximas al turno y en las que se aplicarán aclareos comerciales.

Un factor más que se debe considerar en la determinación del tamaño de muestra es lo que en términos de precisión y confiabilidad establece la legislación forestal vigente. Al respecto, la Norma Oficial Mexicana NOM-152-SEMARNAT-2006 exige que, en la elaboración de inventarios maderables mediante muestreo, se debe de tener una confiabilidad mínima de 95 % ( $\alpha=0.05$ ) a nivel de predio y un error de muestreo máximo de 10 % (Semarnat, 2008).

La cuantificación eficiente de las existencias maderables da certidumbre para encarar procesos de pignoración forestal, con ello se contribuye a la capitalización de la PFC como negocio y empresa forestal, porque es posible colocar el valor de la plantación como título prendario para la transacción bancaria o bien para mejorar las condiciones de bursatilización y de mercado.

## **Conclusiones**

La estrategia de muestreo óptima en términos de precisión para realizar el inventario operativo y estimar el volumen medio de PFC de teca en Campeche, México, se conforma al asociar el diseño de muestreo bajo muestreo simple al azar con el estimador de razón específica dentro del muestreo estratificado, con el área basal como variable auxiliar y al estratificar por clase de edad.

En el muestreo estratificado el tamaño de muestra inicial se reduce hasta 68.3 % para mantener la precisión de 2.5 % (confiabilidad de  $\alpha=0.05$ ), lo que implica menor tiempo y esfuerzo, con la consecuente reducción de costos en el inventario maderable.

La edad de la PFC es más eficiente cuando se utiliza para estratificar que cuando se usa como variable auxiliar en los estimadores de razón y de regresión. Para obtener la precisión más alta en los parámetros poblacionales se recomienda estratificar por clases de edad con intervalos de un año.

### **Conflicto de intereses**

Lo autores declaran que no existe conflicto de interés.

### **Contribución por autor**

Juan Carlos Tamarit-Urias y Héctor Manuel de los Santos-Posadas: conceptualización y organización de la investigación, conformación de bases de datos, análisis estadístico y escritura del documento; Arnulfo Aldrete, José René Valdez-Lazalde, Hugo Ramírez-Maldonado y Vidal Guerra-de la Cruz: aporte de referencias documentales y revisión del documento. Todos los autores participaron en la corrección del documento.

### **Referencias**

Adichwal, N. K., P. Sharma, Y. R. Singh, and R. Singh. 2019. A class of estimators for population mean utilizing information on auxiliary variables using two phase sampling schemes in the presence of non-response when study variable is an attribute. *Pakistan Journal of Statistics* 35(3): 187-196. <http://www.pakjs.com/wp-content/uploads/2019/10/35301.pdf> (23 de diciembre de 2020).

Breña P., A. F. 2004. *Precipitación y recursos hidráulicos en México*. Universidad Autónoma Metropolitana. México, D. F.

<https://uamenlinea.uam.mx/materiales/licenciatura/hidrologia/precipitacion/PRHMO4-libro.pdf> (25 de mayo de 2020).

Cochran, W. G. 1993. Técnicas de muestreo. Compañía Editorial Continental. México, D. F., México. 513 p.

Corona, P. and L. Fattorini. 2006. The assessment of tree row attributes by stratified two-stage sampling. *European Journal of Forest Research* 125(1): 57-66. Doi:10.1007/s10342-005-0078-2.

Fattorini, L., P. Corona, G. Chirici and M. C. Pagliarella. 2015. Design-based strategies for sampling spatial units from regular grids with applications to forest surveys, land use, and land cover estimation. *Environmetrics* 26(3): 216-228. Doi:10.1002/env.2332.

Fierros M., R., H. M. De los Santos P., A. M. Fierros G., F. Cruz C., L. Martínez Á., E. Velasco B. y G. Quiñonez B. 2018. Estimadores de muestreo para inventario de plantaciones de *Pinus chiapensis* (Martínez) Andresen. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 9(47): 131-148. Doi: 10.29298/rmcf.v9i47.155.

Freese, F. 1976. Elementary forest sampling. USDA FS Agriculture Handbook Num. 232. Washington, DC, USA. 91 p.

Grafström, A., S. Saarela and L. T. Ene. 2014. Efficient sampling strategies for forest inventories by spreading the sample in auxiliary space. *Canadian Journal of Forest Research* 44(10): 1156-1164. Doi: 10.1139/cjfr-2014-0202.

Gregoire, T. G. and T. H. Valentine. 2008. Sampling strategies for natural resources and the environment. Chapman & Hall/CRC. Boca Raton, FL, USA. 474 p.

Köhl, M. and S. Magnussen. 2016. Sampling in forest inventories. *In: Pancel, L. and Köhl M. (eds). Tropical Forestry Handbook. Heidelberg, Germany. pp. 777-837.*

- Köhl, M., A. Lister, C. T. Scott, T. Baldauf and D. Plugge. 2011. Implications of sampling design and sample size for national carbon accounting systems. *Carbon Balance and Management* 6(1): 10. Doi:10.1186/1750-0680-6-10.
- Lencinas, J. D. y D. Mohr-Bell. 2007. Estimación de clases de edad de las plantaciones de la provincia de Corrientes, Argentina, con base en datos satelitales Landsat. *Bosque* 28(2): 106-118. Doi:10.4067/S0717-92002007000200003.
- Marchi, M., C. Ferrara, G. Bertini, S. Fares and L. Salvati. 2017. A sampling design strategy to reduce survey costs in forest monitoring. *Ecological Indicators* 81: 182-191. Doi:10.1016/j.ecolind.2017.05.011.
- Pérez, L. C. 2005. Muestreo estadístico. Conceptos y problemas resueltos. Pearson Prentice Hall. Madrid, España. 374 p.
- R Core Team. 2020. R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing. Vienna, Austria. <http://www.r-project.org/> (28 de febrero de 2020).
- Raj, D. 1980. Teoría del muestreo. Fondo de Cultura Económica. México, D. F., México. 305 p.
- Roldán, C. M. A., H. M. De los Santos P., H. Ramírez M., J. R. Valdez L., G. Ángeles P. y A. Velázquez M. 2014. Estimadores de muestreo para inventario de plantaciones forestales comerciales de eucalipto en el sureste Mexicano. *Revista Mexicana de Ciencias Forestales* 5(26): 38-56. Doi:10.29298/rmcf.v5i26.289.
- Scheaffer, R. L., W. Mendenhall y L. Ott. 1987. Elementos de muestreo. Grupo Editorial Iberoamérica. México, D. F., México. 321 p.
- Schreuder, H. T., G. T. Gregoire and G. B. Wood. 1993. Sampling methods for multiresource forest inventory. John Wiley & Sons, Inc. New York, NY, USA. 446 p.

Schreuder, H. T., R. Ernst and H. Ramírez M. 2004. Statistical techniques for sampling and monitoring natural resources. USDA F S. General Technical Report Num. 126. Fort Collins, CO, USA. 111 p.

Secretaría del Medio Ambiente y Recursos Naturales (Semarnat). 2008. Norma Oficial Mexicana NOM-152-SEMARNAT-2006, Que establece los lineamientos, criterios y especificaciones de los contenidos de los programas de manejo forestal para el aprovechamiento de recursos forestales maderables en bosques, selvas y vegetación de zonas áridas. Diario Oficial de la Federación. Secretaría de Gobernación. México, D. F., México. [http://dof.gob.mx/nota\\_detalle.php?codigo=5064731&fecha=17/10/2008](http://dof.gob.mx/nota_detalle.php?codigo=5064731&fecha=17/10/2008) (2 de abril de 2021).

Shiver, B. D. and E. B. Borders. 1996. Sampling techniques for forest resources inventory. John Wiley & Sons, Inc. New York, NY, USA. 356 p.

Tamarit U., J. C. 2013. Cubicación, crecimiento y rendimiento maderable e inventario operativo para *Tectona grandis* en el Sureste de México. Tesis Doctoral. Programa Forestal. Colegio de Postgraduados. Texcoco, Edo. de Méx., México. 97 p.

Tamarit U., J. C., H. M. De los Santos P., A. Aldrete, J. R. Valdez L., H. Ramírez M. y V. Guerra D. 2014. Sistema de cubicación para árboles individuales de *Tectona grandis* L. f. mediante funciones compatibles de ahusamiento-volumen. Revista Mexicana de Ciencias Forestales 5(21): 58-74. Doi:10.29298/rmcf.v5i21.358.

Tamarit U., J. C., H. M. De los Santos P., A. Aldrete, J. R. Valdez L., H. Ramírez M. y V. Guerra D. 2019. Sistema de crecimiento y rendimiento maderable para plantaciones de teca (*Tectona grandis* L. f.) en Campeche, México. Madera y Bosques 25(3):e2531908. Doi:10.21829/myb.2019.2531908.

Vallée, A. A., F. R. Bastien, L. P. Rivest and Y. Tillé. 2015. Incorporating spatial and operational constraints in the sampling designs for forest inventories. Environmetrics 26(8): 557-570. Doi:10.1002/env.2366.

van Laar, A. and A. Akça. 2007. Forest mensuration. Springer. Dordrecht, The Netherlands. 383 p.

Velasco B., E., H. Ramírez M., F. Moreno S. y A. de la Rosa V. 2003. Estimadores de razón para el inventario nacional forestal de México. *Ciencia Forestal en México* 28(94): 23-43.

<https://cienciasforestales.inifap.gob.mx/editorial/index.php/forestales/article/view/882/2145> (4 de mayo de 2020).

West, P. W. 2017. Simulation studies to examine bias and precision of some estimators that use auxiliary information in design-based sampling in forest inventory. *New Zealand Journal of Forestry Science* 47: 22. Doi:10.1186/s40490-017-0101-7.



Todos los textos publicados por la **Revista Mexicana de Ciencias Forestales** –sin excepción– se distribuyen amparados bajo la licencia *Creative Commons 4.0 Atribución-No Comercial (CC BY-NC 4.0 Internacional)*, que permite a terceros utilizar lo publicado siempre que mencionen la autoría del trabajo y a la primera publicación en esta revista.