

# ELABORACIÓN DE TARIFAS DE VOLÚMENES A PARTIR DE ANÁLISIS TRONCALES.

Aguilar Ramírez Mario\*

## RESUMEN

Los trabajos de campo para este estudio, se realizaron en el predio "Rancho Viejo", municipio de Tejupilco, el cual se ubica dentro de la superficie que comprende la ex-Unidad de Administración Forestal número 4 "Tejupilco", del Estado de México. Se procedió a la elaboración de análisis troncales, aprovechando para ello los cortes a longitudes comerciales en árboles de las clases diamétricas de 5 a 60 cm, en los diferentes frentes de corta.

Para el análisis de las diferentes relaciones, se desarrollaron diversos programas de cómputo que se procesaron en una calculadora programable Texas Instruments 59 (TI-59) de acuerdo con los 11 modelos siguientes:

1. Lineal	$Y = a + bx$
2. Logarítmico	$Y = a + b \ln x$
3. Cuadrático	$Y = a + b x^2$
4. Hiperbólico	$Y = a + b/x$
5. Raíz cuadrada	$Y = a + b \sqrt{x}$
6. Hiperbólico raíz cuadrada	$Y = a + b/\sqrt{x}$
7. Exponencial	$Y = ae^{bx}$
8. Potencial	$Y = ax^b$
9. Asintótico	$Y = bx + a/x$
10. Weibull	$Y = T (1 - e^{-(x-x_0)^w}) + Y_0$
11. Schumacher	$Y = a + b/x^k$

\* Ingeniero Agrónomo Forestal, Investigador Titular del Campo Experimental Forestal y Agropecuario Cuauapán, CIR-Pacífico Centro, INIFAP, SARD.

El modelo de Schumacher fue el que mejor descripción proporciona del evento y por lo tanto fue el utilizado para la elaboración de la tarifa de volúmenes a partir de la información obtenida de los análisis troncales.

Se logró obtener una tarifa de volúmenes para *Pinus pseudostrabus* que tiene por entrada el diámetro normal de las clases diamétricas de 5 a 60 cm; la cual arroja volúmenes ilógicos después de la clase diamétrica de 60 cm, debido a que a partir de esta, los volúmenes fueron extrapolados ya que no se contó con árboles-muestra, por lo que se recomienda para la elaboración de tablas o tarifas de volúmenes con esta metodología, que los árboles-muestra seleccionados comprendan todas las clases diamétricas que se encuentren en el rodal, estrato o bosque al cual se van aplicar.

Palabras clave: Tarifas y tablas de volúmenes, medición forestal, bosques de pino, *Pinus pseudostrabus*, Estado de México.

## ABSTRACT

The field works for this study, were carried out at "Rancho Viejo" estate, in the Tejupilco municipality, that is located within the former Unidad de Administración Forestal number 4 "Tejupilco", on the state of Mexico. Stump analysis were made at commercial length cutting sections, used on trees with diameter classes from 5 to 60 cm on the different cut fronts.

For the analysis for different ratios, there were developed several computer programs procesed with a programable calculator Texas Instruments 59 (TI-59) according to the following eleven models:

1. Lineal	$Y = a + bx$
2. Logaritmico	$Y = a + b \ln x$
3. Cuadratic	$Y = a + b x^2$
4. Hiperbolic	$Y = a + b/x$
5. Square root	$Y = a + b \sqrt{x}$
6. Square root hiperbolic	$Y = a + b/\sqrt{x}$
7. Exponencial	$Y = ae^{bx}$
8. Potential	$Y = ax^b$
9. Asintetic	$Y = bx + a/x$
10. Weibull	$Y = T (1 - e^{-(x-x_0)^b}) + Y_0$

## 11. Schumacher

$$Y = a + b/x^k$$

The Schumacher model describes on better form the event, for this reason it was used to elaborate the volume tables with the information obtained on stump analysis.

A volume table for *Pinus pseudostrobus* was obtained, it began on the 5 cm diameter classes to 60 cm (DBH), this table shows non logical volumes after the 60 cm diameter class, because since this class the volumes were extrapolated due to the inexistence of sample-trees. For this reason is recommended for the elaboration of this kind of volume tables the use of sample-trees in all diameter classes founded on the stand, or forest area in which this volume tables will be used.

Key words: Volume tables, forest mesuration, pine forests, *Pinus pseudostrobus*, state of México.

## INTRODUCCIÓN

En todo estudio dasonómico que sirva para soportar un aprovechamiento forestal, es indispensable conocer el volumen de los árboles que se aprovecharán antes de que estos sean derribados, para ello se realizan tabulaciones ajustadas que relacionan su diámetro normal (DAP o diámetro a 1.3 m de altura), su altura total o ambos, con su volumen. Generalmente en las actividades de marcado de los árboles que se seleccionan para ser derribados, de acuerdo con un proyecto o plan de ordenación o manejo forestales, se hace solo la medición del diámetro normal y con este dato, se obtiene su volumen de acuerdo con una tarifa de volúmenes.

Por esto, en la entonces Unidad de Administración Forestal número 4 "Tejupilco", del Estado de México, se realizó el presente estudio, con la intención de obtener una tarifa de volúmenes a partir de análisis troncales.

## **OBJETIVO**

Este estudio tiene como objetivo dar a conocer los pasos a seguir para la elaboración de una tarifa de volúmenes a partir de análisis troncales, esperando con esto, fomentar el desarrollo de este tipo de herramientas útiles en la evaluación y medición forestales.

## **ANTECEDENTES**

Para el análisis teórico de la elaboración de tarifas o tablas de volúmenes, existen un gran número de artículos, ensayos, trabajos de tesis, e incluso capítulos de todo libro de dasometría o medición forestal; aunque en la práctica, son muy pocos los organismos o agrupaciones forestales que realizan sus propias tarifas o tablas de volúmenes, ya que las que se utilizan en la actualidad, fueron desarrolladas para un grupo de especies y/o para grandes superficies forestales, como en el caso del Inventario Nacional Forestal y de la gran mayoría de los distintos tipos de Unidades Forestales en el país; por lo que en determinadas circunstancias no son funcionales para lugares específicos dentro una misma región.

Por otro lado, casi cualquier profesional forestal, ha escuchado o se ha enterado de que es posible elaborar tarifas o tablas de volúmenes a partir de análisis troncales, pero muy pocos tienen referencias al respecto; por lo que éste trabajo, se considera como una aportación mas en lo que a metodología se refiere, y como tal se expone para su revisión, análisis y/o aplicación, aceptándose de antemano cualquier sugerencia que redunde en el mejoramiento de este tipo de estudios.

## **LOCALIZACIÓN DEL ÁREA DE ESTUDIO**

Las actividades de campo de este estudio se llevaron a cabo en la superficie de la ex- Unidad de Administración Forestal número 4 "Tejupilco", Estado de México, cuya localización geográfica se encuentra entre los paralelos 18°15' y 19°15' de latitud norte y los meridianos 99°45' y 100°20' de longitud oeste, en altitudes que fluctúan entre 3 000 y 700 msnm, con una superficie total de 340 873 Ha de las cuales 88 538 Ha son arboladas y 61 863 Ha corresponden a la superficie forestal aprovechable.

Específicamente para la elaboración del presente estudio, se seleccionó a la especie *Pinus pseudostrobus* localizada en el predio particular denominado "Rancho Viejo" del municipio de Temascaltepec, Estado de México.

## METODOLOGÍA

### Toma de datos

Se realizaron análisis troncales de acuerdo con la metodología propuesta por Klepac (1976)<sup>1</sup>, con modificación en cuanto a la longitud de las trozas para definir las secciones de medición (rodajas) y en cuanto el grupo de anillos anuales de crecimiento, que fue de 5.

Las mediciones y lecturas se tomaron en la sección del tocón a la altura de 0,30 m, todas las demás se tomaron en las secciones obtenidas cada 2.60 m, hasta que el diámetro del fuste comercial se redujera a 30 cm; después, las secciones de medición se obtuvieron a 1.20 m de longitud, hasta un diámetro mínimo de 10 cm; de aquí hasta la punta sólo se midió la longitud en metros. Para esto se aprovechó el frente de corta, para obtener los árboles-muestra y no afectar la obtención de trozas de medidas comerciales de la trocería, a excepción del primer trozo, que es indispensable para hacer las mediciones en la sección a 1.30 m de altura para realizar el análisis en el diámetro normal (DAP). Con los datos de campo se elaboraron las curvas de desarrollo en diámetro, altura y área basal de todas las secciones de cada árbol-muestra que fueron medidas.

### Obtención de volumen

Los volúmenes de las trozas a las diferentes clases de edad, se calcularon de acuerdo con la fórmula de Smalian:

$$V = \frac{S_1 + S_2}{2} \cdot L$$

---

<sup>1</sup> Klepac, D. 1976. Crecimiento e Incremento de árboles y masas forestales.

Donde:

- $S_1$  = Área de la Sección (base) mayor
- $S_2$  = Área de la Sección (base) menor
- L = Longitud de la troza
- V = Volumen

El volumen de la punta se calculó con la fórmula del cono:

$$V = \frac{S}{3} L$$

Donde:

- S = Área de la Sección (base)
- L = Longitud de la troza (a la punta)
- V = Volumen

Para la rápida obtención de los volúmenes, se desarrolló un programa de cómputo para ser utilizado en una calculadora Texas Instruments 59 (Camarena, 1984)<sup>2</sup>.

Dado que los datos a utilizar deberían estar referidos a cada clase diamétrica, se procedió a determinar, de la relación edad-diámetro, las edades a las cuales los árboles alcanzaron las distintas clases diamétricas. Para lograr lo anterior, dichas relaciones fueron armonizadas para obtener la ecuación de la curva con menor variación entre aquellas del mismo tipo, utilizándose para ello los 11 modelos siguientes:

Modelo	Fórmula
1. Lineal	$Y = a + bx$
2. Logarítmico	$Y = a + b \ln x$
3. Cuadrático	$Y = a + b x^2$
4. Hiperbólico	$Y = a + b/x$
5. Raíz cuadrada	$Y = a + b \sqrt{x}$
6. Hiperbólico raíz cuadrada	$Y = a + b/\sqrt{x}$
7. Exponencial	$Y = ae^{bx}$
8. Potencial	$Y = ax^b$
9. Asintótico	$Y = bx + a/x$
10. Weibull	$Y = T (1 - e^{-(x-x_0)^k}) + Y_0$
11. Schumacher	$Y = a + b/x^k$

<sup>2</sup>Camarena, V.R. 1984. Las calculadoras programables. Inédito

Donde:

- Y = Término dependiente
- a = Punto de intersección
- b = Pendiente
- x = Término independiente
- T = Límite mayor de los datos de Y
- Xo = Límite menor de los datos de X
- Yo = Límite menor de los datos de Y
- Ln = Logaritmo natural
- k = Constante
- v = Constante
- e = Base de los logaritmos naturales (e= 2.718281828)

Para la obtención de las ecuaciones predictivas a partir de los datos no ajustados, se utilizaron los primeros nueve modelos y un programa de cómputo para la calculadora Texas Instruments 59 (Micheal, 1979)<sup>3</sup>; el modelo de Weibull fue procesado igualmente en una TI-59 (Day, 1980)<sup>4</sup>; y para probar el modelo de Schumacher fue necesario desarrollar un programa de cómputo para esta misma calculadora (Camarena, *op. cit.*), de acuerdo con la metodología presentada por Aguilar (1983)<sup>5</sup>.

Una vez que se determinaron las edades a las cuales se alcanzaban las diferentes clases diamétricas, se procedió a obtener el volumen correspondiente para cada clase. Estos volúmenes fueron obtenidos de la relación edad-volumen, utilizando el modelo de Schumacher.

Posteriormente se obtuvo la relación diámetro-volumen y se probaron los 11 modelos mencionados, resultando nuevamente el modelo de Schumacher con el mayor coeficiente de correlación; de esta relación se obtuvieron los volúmenes ajustados y con éstos se realizó la tabulación.

---

<sup>3</sup>Micheal, G.L. 1979. Ajuste automático de curvas.

<sup>4</sup>Day, R.J. 1980. El modelo de Weibull modificado.

<sup>5</sup>Aguilar, R.M. 1983. "El método de Hufnagl modificado por Aguilar".pp.15-21.

## RESULTADOS

Se logró obtener una tarifa de volúmenes la cual tiene como entrada el diámetro normal (DAP) en centímetros, que proporciona el volumen en metros cúbicos (Cuadro N° 1), siendo el modelo matemático el siguiente:

$$Lny = a + b 1/x^k$$

Donde:

y = Volumen (metros cúbicos)

x = Diámetro (centímetros)

a = -10.1098

b = -2.28801

k = -0.3448

Substituyendo estos valores tenemos:

$$Lny = -10.1098 + (-2.8801) / X^{-0.3448}$$

Diámetro normal (cm)	Volumen (m3)
5	0.0061
10	0.0238
15	0.0619
20	0.1330
25	0.2540
30	0.4478
35	0.7443
40	1.1820
45	1.1820
50	2.6893
55	3.8968
60	5.5263

**Cuadro N° 1.** La tabulación del volumen por clases diamétricas.



Ahora bien, a **manera de ejemplo** se presenta el desarrollo del cálculo que se realizó para obtener la edad correspondiente a los 20 cm de diámetro normal en el árbol-muestra número 1.

Se parte de que ya se tiene el conteo y medición de los anillos de crecimiento a las diferentes alturas y en períodos de 5 años.

Se toman los valores de las mediciones del diámetro normal y con estos datos se procede a ajustar o armonizar la curva de la relación edad-diámetro, para ajustar o armonizar la relación edad-diámetro; como ya se dijo, se probaron 11 modelos matemáticos, resultando ser el de Schumacher el que mejor ajusta esta relación.

Así pues, una vez obtenidos los coeficientes del modelo, se procedió a encontrar la edad a la cual este árbol alcanzó un diámetro normal de 20 cm. El despeje y sustitución resultó como sigue:

La fórmula del modelo Schumacher es:

$$Lny = a + b / x^k$$

Donde ahora:

$$a = \text{Punto de intersección} = 5.5730$$

$$b = \text{Pendiente} = -10.3576$$

$$k = \text{Constante} = 0.5138$$

$$x = \text{Para este caso es igual a la edad} = x_i$$

$$y = \text{En este caso es el diámetro} = 20 \text{ cm.}$$

Despejando x se tendrá:

$$Lny = a + b / x^k$$

$$Lny - a = b / x^k$$

$$x^k (Lny - a) = b$$

$$x^k = b / Lny - a$$

Ahora, substituyendo las literales por sus correspondientes valores:

$$x^{0.5138} = -10.3576 / (\text{Ln } 20 - 5.5730)$$

$$x^{0.5138} = -10.3576 / 2.5773$$

$$x^{0.5138} = 4.0188$$

$$x = 15.0$$

De lo que se concluye que el árbol necesita 15 años para alcanzar un diámetro normal de 20 cm. De igual manera, se procedió con todas las clases diamétricas y con todos los árboles tomados como muestra. De esta forma se puede observar la relación edad-diámetro ajustada o armonizada para el árbol-muestra número 1 (Cuadro N° 2)

Edad (años)	Diámetro normal (cm)
5	6.5
10	9.4
15	12.2
20	15.0
25	17.9
30	20.9
35	24.1
40	27.6
45	31.3
50	35.2
55	39.5
60	44.2

**Cuadro N° 2.** Relación edad-diámetro del árbol muestra número 1.

Posteriormente se procedió de manera análoga a la expuesta en la relación edad-diámetro para ajustar la relación edad-volumen con el modelo de Schumacher; los coeficientes fueron obtenidos por medio de una calculadora programable.

Así para esta relación, el modelo con sus respectivos coeficientes quedó de la siguiente manera:

$$Lny = a + b 1/x^k$$

Donde en este caso:

$$\begin{aligned}y &= \text{Volumen} \\a &= 11.1593 \\b &= -29.1760 \\k &= 0.2924 \\x &= \text{Edad}\end{aligned}$$

Para continuar con el ejemplo se debe encontrar el volumen que este árbol tenía a la edad de 15 años, que es cuando el individuo tenía 20 cm de diámetro normal; por lo tanto, lo que finalmente se determina es el volumen del árbol a los 20 cm.

La sustitución y cálculo correspondiente se presenta a continuación:

$$Lny = 11.5993 + (-29.1760) x^{0.2924}$$

$$Lny = 11.1593 - (29.1760/2.2074)$$

$$Lny = 11.1593 - 13.2174$$

$$y = \text{Antilogaritmo} - 2.0581$$

$$y = 0.1277$$

Finalmente se concluye que cuando el árbol muestra número 1 tenía un diámetro normal de 20 cm, le correspondía un volumen de 0.1277 metros cúbicos (sin corteza). De esta manera se calculan los volúmenes correspondientes a todas las categorías diamétricas encontradas y para todos los árboles-muestra.

Lo anterior en forma breve significa que para el cálculo de los volúmenes de las diferentes clases diamétricas, se requiere encontrar primeramente la edad a la cual el

individuo alcanzó un determinado diámetro normal; para esto, se requieren mediciones realizadas en la sección a la altura de 1.30 m. Posteriormente, con esa edad se determina el correspondiente volumen en la relación ajustada o armonizada edad-volumen.

## CONCLUSIONES

1. Se puede afirmar que el modelo de Schumacher es el que mejor se adapta a las **relaciones de crecimiento edad-diámetro, edad-volumen y diámetro-volumen**.
2. Al realizar los análisis troncales no se encontraron árboles-muestra con diámetros normales mayores de 60 cm, por lo que a partir de esta clase diamétrica, los volúmenes extrapolados para los diámetros normales mayores a 60 cm son irreales por falta de muestra.
3. Los procesos matemáticos utilizados en este estudio, solían ser complicados, pero fueron simplificados enormemente al utilizar una máquina calculadora programable, con los programas de cómputo adecuados.

## RECOMENDACIONES

- El modelo de Schumacher puede ser utilizado para ajustar o armonizar las **relaciones edad-diámetro, edad-volumen y diámetro-volumen** obteniéndose un alto coeficiente de correlación.
- Para estudios de este tipo se requiere un mayor número de árboles-muestra, que contemplen todas las clases diamétricas, esto se logra tomando como muestra individuos de todas las dimensiones.
- Se recomienda que se pruebe esta metodología tomando como muestra individuos de otras especies y otras condiciones de calidad de estación.
- Se propone la elaboración con esta metodología de tablas de volúmenes que tengan por entradas el diámetro normal y la altura total del árbol.

- Se deben realizar estimaciones del volumen de la corteza por especie y localidad, con el fin de encontrar los correspondientes volúmenes con corteza para cada categoría diamétrica.
- Se pueden realizar análisis troncales tomando las secciones a diferentes medidas comerciales, sin tener el temor de incurrir en errores o encontrarse con dificultades de conteo y/o medición, de esta manera se aprovechan las trozas que del árbol-muestra pudieran resultar, sin sacrificio de la calidad.
- Se recomienda la utilización de máquinas calculadoras programables en el caso de que no se tenga acceso a una computadora, con la ventaja de que los cálculos los puede realizar cualquier individuo aún cuando no sepa programar, lográndose con esto un considerable ahorro de tiempo y de esfuerzo.

## BIBLIOGRAFÍA

- Aguilar, R.M. 1983. "El método de Hufnagl modificado por Aguilar". CIFO-INIF. Notas técnicas. México. 1(1):15-21.
- Camarena, V.R. 1984. Las calculadoras programables. Inédito
- Day, R.J. 1980. El modelo de Weibull modificado. Texas Instruments. Profesional Program Exchange. CPD. Canadá.
- Klepac, D. 1976. Crecimiento e Incremento de árboles y masas forestales. Departamento de Enseñanza e investigación y Servicio en Bosques. UACH. México. 365 p.
- Micheal, G.L. 1979. Ajuste automático de curvas. Texas Instruments. Profesional Program Exchange. CPD. Canadá.

## AGRADECIMIENTOS

El autor desea manifestar su particular agradecimiento al Ing. Avelino B. Villa Salas y al Lic. Javier Sosa Cedillo por la revisión que hicieron a la versión original, lo cual permitió una mejor presentación de este artículo.