

RUTINAS DE CÁLCULO DE ONCE MÉTODOS PARA DETERMINAR EL INCREMENTO EN VOLUMEN DE CONÍFERAS

Aguilar Ramírez Mario*
Villa Salas Avelino B.**

RESUMEN

En este artículo se analizan y comparan once rutinas usadas o estudiadas en México para el cálculo del incremento en volumen de coníferas, los métodos presentados son los siguientes:

1. Versión modificada del método de Loetsch.
2. Método del área basal.
3. Método Aguilar.
4. Método diferencial de Meyer.
5. Método de Hufnagl, modificado por Aguilar.
6. Método de Hoenadl.
7. Método rápido de Klepac.
8. Método del porcentaje de Meyer.
9. Método de Lachaussee.
10. Método general de tiempo de paso.
11. Método de Kenneth Davis.

Por sus características la versión modificada del método de Loetsch se utilizó como testigo. Los métodos general de tiempo de paso, rápido de Klepac, Lachaussee y Aguilar, son fáciles en su procedimiento y generan resultados aceptables; con cierto

*Ing. Agrónomo, Especialista en Bosques, Investigador Titular del Campo Experimental Uruapan, CIR-Pacífico Centro, INIFAP, SAGDR.

**Ing. Agrónomo, Especialista en Bosques, Investigador Titular del CENID-COMEF, Coyoacán, D.F., INIFAP, SAGDR.

margen de error les siguen el diferencial de Meyer, área basal y Hufnagl. Los métodos de Hoenadl y porcentaje de Meyer sobreestiman el incremento.

Palabras clave: Incremento en volumen, bosque de coníferas.

ABSTRACT

The objective of this article is to present the most common calculation routines used or studied in Mexico to determine the volume increment in conifers species. The following methods are presented:

1. Modified version of the Loetsch Method.
2. Basal area Method.
3. Aguilar Method.
4. Meyer differential Method.
5. Hufnagl Method, modified by Aguilar.
6. Hoenadl method.
7. Klepac fast Method.
8. Meyer Percent Method.
9. Lachaussee Method.
10. General Method of Time Pass.
11. Kenneth-Davis Method.

Because of its characteristics the modified version of the Loetsch Method was used to make comparisons. It is shown that the General Method of Time Pass, the Klepac fast Method, the Lachaussee Method and Aguilar Method are easy to implement and acceptable results are obtained. With a small error margin Meyer differential Method, the Basal area Method and Hufnagl Method follow the previously mentioned. Hoenadl Method and Meyer Percent Method overestimate the volume increment.

Key words: Volume increment, coniferous forests.

INTRODUCCIÓN

México, por ser una sociedad en crecimiento demográfico continuo, requiere satisfacer un mayor número de productos y servicios derivados del bosque; por ello, no puede darse ya el lujo de la improductividad en términos de aprovechamientos extensivos de tierras y bosques, sino por el contrario, se debe incrementar la producción, transformando los bosques en elementos de mayor productividad por unidad de superficie, con base en sujetos jóvenes, sanos y vigorosos, como consecuencia de la aplicación de mejores técnicas silvícolas para el manejo de los recursos forestales.

Uno de los parámetros de mayor importancia que requiere ser calculado con toda precisión, para lograr un buen manejo de los bosques, es el que se refiere a su incremento, considerando a éste como el aumento en las dimensiones (altura, diámetro o volumen) de un árbol, debido a su crecimiento en un período considerado, la forma de expresión del incremento más usual, es la del Incremento Corriente Anual (ICA) en volumen, así como su correspondiente valor en porcentaje.

Su importancia radica en el hecho de que los métodos de ordenación y los planes de manejo forestales más usados, basan el cálculo de la posibilidad o de los volúmenes de corta aprovechables, anual o periódicamente, en cualquiera de las expresiones del incremento; aunque en la primera fase de un aprovechamiento forestal tiene una importancia relativamente secundaria en la regulación de las cortas, dado que después de la primera intervención, la velocidad del crecimiento e incremento varían considerablemente, lo que hace necesario conocer el incremento antes del inicio de los aprovechamientos, para establecer comparación con futuras determinaciones y evaluar la respuesta del bosque a los tratamientos aplicados.

Por otro lado, en bosques de segundo crecimiento con rodales jóvenes como los de muchas partes de nuestro país, un error del diez por ciento en el cálculo del posible volumen de corta, resulta crucial y establece la diferencia entre pérdidas y ganancias; es decir, un cálculo que sobrestime el incremento descapitalizará el bosque y uno que lo subestime proporcionará la pérdida injustificada de volúmenes de acuerdo a su producción real. De ahí que su determinación deba realizarse con sumo cuidado.

OBJETIVO

Por lo anterior, es objetivo de este trabajo presentar y después analizar en forma desglosada y sencilla, las rutinas de cálculo de once procedimientos que se han usado o estudiado en México para determinar el incremento en volumen de coníferas, los cuales se mencionan a continuación:

1. Versión modificada del método de Loetsch.
2. Método del área basal.
3. Método Aguilar.
4. Método diferencial de Meyer.
5. Método de Hufnagl, modificado por Aguilar.
6. Método de Hoenadl.
7. Método rápido de Klepac.
8. Método del porcentaje de Meyer.
9. Método de Lachaussee.
10. Método general de tiempo de paso.
11. Método de Kenneth Davis.

ANTECEDENTES

Para el cálculo del incremento en bosques de coníferas, hasta 1962 se utilizaban en nuestro país diferentes métodos empíricos que estimaban con graves errores el incremento en volumen y el método de tiempo de paso. En 1962, Villa-Salas (1963)¹ por encargo del entonces Instituto Nacional de Investigaciones Forestales (INIF), revisa la metodología descrita por Loetsch (1953)² y la modifica para adaptarla a México, siendo adoptada durante los trabajos del Inventario Nacional Forestal (1962-1982), concediéndosele a ésta un carácter oficial durante mucho tiempo. Posteriormente el mismo Villa Salas (1970)³, complementa la metodología de Loetsch (*op. cit.*) con técnicas para la medición del incremento en el campo.

¹Villa-Salas, A. B. 1963. Cálculo de incrementos en bosques de coníferas.

²Loetsch, F. 1953. "Massen Zuwachsermittlung durch Bohrspanproben unter Anwendung mathematisch-statistischer Methoden". pp. 77-93.

³Villa-Salas, A. B. 1970. Una metodología para la medición y el cálculo del incremento en bosques de coníferas.

Después, Caballero (1970)⁴ describe y discute una metodología para la estimación de los incrementos en bosques de coníferas en función del área basal. Klepac (1976)⁵ durante su estancia en México, proporciona la filosofía y las bases del crecimiento e incremento de árboles y masas forestales. Años después, Aguilar (1983a)⁶ modifica el Método de Hufnagl y genera el Método Aguilar (1983 b)⁷.

En el extranjero Loetsch *et al.* (1973)⁸, Spurr (1951)⁹ y Husch (1971)¹⁰ mencionan métodos y fórmulas para el cálculo del incremento utilizadas en países de una gran tradición forestal.

MATERIALES Y MÉTODOS.

En el Campo Experimental Forestal "Barranca de Cupatitzio" ubicado en las cercanías de la ciudad de Uruapan, en el estado de Michoacán, se hicieron las mediciones de campo en sitios circulares de 1,000 m² distribuidos sistemáticamente: los datos de tiempo de paso y de incremento en diámetro normal (DAP) con corteza se obtuvieron extrayendo los cilindros o virutas de madera con taladro de incremento tipo Pressler. Los resultados obtenidos de estas mediciones se presentan en los Cuadros N^o 1 y 2.

En relación con la tarifa utilizada se elaboró una con base en la relación diámetro-Volumen y la Ecuación de ajuste fue: $y = -23.0909 X + 4.64193$ $K = 0.46$ y $R^2 = 0.99$ observándose los volúmenes en la columna 2 del método de Loetsch.

Los datos que aparecen en los cuadros 1 y 2, se usaron para alimentar de información dasométrica de campo, a las once rutinas de cálculo del incremento que se presentan y analizan en este trabajo.

⁴Caballero, D. M. 1970. "Discusión y descripción de una metodología para estimación de los incrementos de Bosques de Coníferas en función del Área Basal". pp 19-34.

⁵Klepac, D. 1976. Crecimiento e incremento de árboles y masas forestales.

⁶Aguilar R., M. 1983 (a). "El método de Hufnagl modificado por Aguilar". pp 15-21.

⁷Aguilar R., M. 183 (b). "Un nuevo método para determinar el incremento denominado "Método Aguilar". pp. 11-14.

⁸Loetsch *et al.* 1973. Forest Inventory.

⁹Spurr, H. S. 1952. Forest Inventory.

¹⁰Husch, B. 1971. Planificación de un Inventario Forestal.

C D (cm)	Nº árb./Ha	xCorteza (mm)	xIncrem (mm)	Años Tiempo de Paso		
				Me	Mg	Mh
10	48.0	2.9	50.6	10.0	9.9	9.3
15	58.0	3.4	59.5	8.5	9.6	8.6
20	41.3	4.0	60.9	8.4	9.6	8.4
25	42.0	4.3	50.0	12.0	10.6	9.5
30	29.3	5.1	55.1	11.3	10.2	8.9
35	36.7	5.2	50.9	10.2	10.3	10.2
40	26.7	5.6	58.0	9.7	8.0	7.8
45	28.0	6.1	54.9	11.4	10.8	9.1
50	30.0	6.4	53.9	10.7	10.4	9.8
55	13.3	6.6	46.6	11.8	11.6	10.7
60	10.7	6.7	48.6	11.0	10.3	9.9
65	7.3	6.9	53.1	10.9	9.9	9.2
70	2.7	7.1	58.5	9.0	9.0	8.3

Donde: CD = Clase diamétrica, Me = mediana, Mg = media geométrica y Mh = media armónica.

Cuadro N° 1. Datos obtenidos de las mediciones de campo.

Dcc (cm)	Grosor de Corteza (cm)	Dsc (cm)	Fc Loetsh
10	2.9	7.1	
15	3.4	11.6	1.1
20	4.0	16.0	1.1
25	4.3	20.7	1.1
30	5.1	24.9	1.1
35	5.2	29.8	1.05
40	5.6	34.4	1.1
45	6.1	34.9	1.1
50	6.4	43.6	1.05
55	6.6	48.4	1.03
60	6.7	53.3	1.03
65	6.9	58.1	1.04
70	7.1	62.9	1.04

Cuadro N° 2. Diámetro con corteza (Dcc) y diámetro sin corteza (Dsc) y factor de conversión (Fc) de acuerdo con la versión modificada del Método de Loetsch.

1. Versión modificada del Método de Loetsch

Este método fue desarrollado por Villa-Salas (*op. cit.*), para el cálculo del incremento en volumen de coníferas, y se lleva a cabo de la siguiente manera:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
CD (cm)	Vol/a (m ³)	Dif vol (cm ³)	Vol/pc diam	Inc A diam sc cm ³	Inc anual Dec cm ³	Inc anual arb m ³	Inc vol %	Nº arb Ha	Vol t Ha	Inc Ha
10	0.035	0.100								
15	0.135	0.173	0.0273	0.595	0.655	0.0178	13.24	58.0	7.83	1.037
20	0.308	0.235	0.0408	0.609	0.670	0.0273	8.88	41.3	12.70	1.29
25	0.543	0.285	0.520	0.500	0.550	0.0286	5.27	42.0	22.8	1.20
30	0.828	0.325	0.0610	0.551	0.606	0.03697	4.46	29.3	24.26	1.0
35	1.153	0.354	0.509	0.534	0.036	0.04636	3.14	36.7	42.31	1.3
40	1.507	0.377	0.0731	0.0580	0.638	0.04664	3.09	26.7	40.23	1.4
45	1.884	0.394	0.0771	0.549	0.604	0.04657	2.40	28.0	52.75	1.3
50	2.278	0.405	0.0779	0.539	0.566	0.04522	1.99	30.0	68.34	1.3
55	2.683	0.414	0.0819	0.466	0.480	0.93931	1.47	13.3	35.68	0.52
60	3.097	0.419	0.0833	0.486	0.501	0.04173	1.35	10.7	33.13	0.44
65	3.516	0.423	0.0842	0.531	0.552	0.04648	1.32	7.3	25.66	0.33
70	3.939	0.423	0.0846	0.585	0.608	0.05144	1.31	2.7	10.63	0.13
75	4.362							326	376.384	135.1 CA m ³

Cuadro N°3. Rutina de cálculo del incremento de acuerdo con la versión modificada del Método de Loetsch.

Columna 1. Se anotan las categorías diamétricas en cm. empezando con la categoría diamétrica inferior a la más pequeña considerada para el cálculo del incremento de una masa arbolada, estrato o rodal, es decir (CD-5) y se termina con la categoría superior a la más grande considerada (CD+5).

Donde: CD = Clase diamétrica actual o considerada
CD-5= Clase diamétrica inferior a la considerada
CD+5= Clase diamétrica superior a la considerada

Columna 2. Se anotan los volúmenes del árbol tipo por cada clase diamétrica, los cuales se obtienen de las tarifas o tablas de volúmenes correspondientes al rodal, estrato o al bosque que se le va a calcular el incremento. Se expresa en metros cúbicos (m^3).

Columna 3. Se determinan las diferencias de volumen existente entre las categorías diamétricas sucesivas, $V_{15} - V_{10}$, $V_{20} - V_{15}$, ... hasta $V_{75} - V_{70}$, por ejemplo:

$$\begin{aligned} V_{15} - V_{10} &= 0.135 - 0.035 = 0.100 \text{ m}^3, \\ V_{20} - V_{15} &= 0.308 - 0.135 = 0.173 \text{ m}^3, \\ \text{hasta} \\ V_{70} - V_{65} &= 3.939 - 3.516 = 0.423 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Columna 4. Se determina el volumen de 1 cm de diámetro de cada clase diamétrica, dividiendo la suma de la diferencia de volumen de la clase diamétrica anterior a la considerada y la diferencia de volumen de la clase diamétrica posterior a la considerada entre 10, por ser la suma de centímetros entre las clases diamétrica anterior y posterior a la considerada, por ejemplo:

$$\begin{aligned} V_{cm15} &= 0.100 + 0.173 / 10 = 0.0273 \text{ m}^3, \\ V_{cm20} &= 0.173 + 0.235 / 10 = 0.0408 \text{ m}^3, \\ \text{hasta:} \\ V_{cm70} &= 0.423 + 0.423 / 10 = 0.0846 \text{ m}^3 \end{aligned}$$

Columna 5. Se anotan los datos de campo, es decir: la media de los valores del incremento corriente anual en diámetro sin corteza (Isc) y se registra en centímetros (cm).

Columna 6. Las tablas de volúmenes que cubican los árboles en función de su diámetro normal o de su diámetro normal y altura, incluyen la madera y la corteza (xilema y floema, respectivamente), al igual que los diámetros normales que se miden

en el campo; sin embargo, el incremento en radio que se transforma después en incremento en diámetro, sólo incluye la madera; por lo tanto, es necesario referirse en forma constante a datos con corteza, por lo que es necesario transformar el incremento en diámetro sin corteza (Isc) en incremento en diámetro con corteza (Icc). Para lo cual es necesario multiplicar el Isc por un factor de conversión.

$$Icc = fc \times Isc$$

Para el cálculo del factor de conversión de Isc a Icc, se grafican los valores del doble del grosor de la corteza (para obtener del incremento radial, el incremento en diámetro) y las clases diamétricas y dependiendo de la relación que representen, se pueden presentar tres casos:

a) Cuando dicha relación queda representada por una recta que parte del origen, el factor de conversión se obtiene dividiendo la suma de los valores de los diámetros con corteza (Dcc) entre la suma de los valores de los diámetros sin corteza (Dsc).

$$fc = \frac{Dcc}{Dsc}$$

El Dsc, corresponde a los valores de las clases diamétricas menos el doble del grosor de la corteza (para considerar el grosor en diámetro y no en radio); por ejemplo: $15 - 3.4 = 11.6$; $20 - 4.0 = 16$, hasta $70 - 7.1 = 62.9$ (Cuadro N° 2).

b) Cuando la relación representa una recta que corte a cualquiera de los ejes, se determina el factor de conversión para una clase diamétrica y este es aplicable para todas las demás (Cuadro N° 2); por ejemplo:

$$Dcc_{20} - Dcc_{10} = 20.0 - 10.0 = 10$$

$$Dsc_{20} - Dsc_{10} = 16.0 - 7.1 = 8.9$$

$$\text{factor de corrección de la clase diamétrica de 15 cm} = \frac{10}{8.9} = 1.1$$

c) Cuando la relación queda representada por una curva de cualquier tipo, el factor de conversión se calcula para cada una de las categorías como en el caso anterior; por ejemplo:

$$Dcc25 - Dsc15 = 25.0 - 15.0 = 10$$

$$Dsc25 - Dsc15 = 20.7 - 11.6 = 9.1$$

$$Fc \text{ de la clase diamétrica de } 20 = \frac{10}{9.1} = 1.1$$

En el presente caso la relación fue una curva y se calculó un factor de conversión por clase diamétrica (Cuadro N° 2); al multiplicar el factor de conversión de cada clase diamétrica por el incremento en diámetro sin corteza (Idsc) se obtiene el incremento en diámetro con corteza (Idcc), de cada clase diamétrica.

Columna 7. Se calcula el incremento en volumen (Iv) por árbol para cada clase diamétrica, al multiplicar el incremento anual en diámetro con corteza Icc (columna 6) por el volumen de 1 cm de diámetro de la categoría considerada (columna 4).

Por ejemplo:

$$Iv15 = 0.655 \times 0.0273 = 0.01788.$$

$$Iv20 = 0.664 \times 0.0408 = 0.02709.$$

hasta

$$Iv70 = 0.608 \times 0.0846 = 0.05144$$

Columna 8. Se obtiene el porcentaje de incremento en volumen por árbol de cada clase diamétrica, al multiplicar por 100 el cociente que resulta de dividir el incremento en volumen (columna 7) entre el volumen por árbol de esa clase (columna 2), ejemplo:

$$Iv \%15 = 0.01788 / 0.1351 \times 100 = 0.1324 \times 100 = 13.24 \%$$

$$Iv \%20 = 0.01709 / 0.3081 \times 100 = 0.08795 \times 100 = 8.80 \%$$

hasta

$$Iv \%70 = 0.05144 / 3.9391 \times 100 = 0.01305 \times 100 = 1.31 \%$$

Columna 9. El número de árboles por hectárea se obtiene de la sumatoria de todos los árboles por clase diamétrica entre la superficie en hectáreas del total de sitios muestreados.

Para este trabajo se utilizaron 15 sitios de 1,000 m²; para obtener el número de árboles por hectárea, se consideró que si en 15,000 m², tenemos 87 árboles muestra en la clase diamétrica de 15 cm; en 10,000 m² (1Ha) tendremos X.

Por lo tanto $X = 10,000 \times 87 / 15,000 = 58$ árb/Ha en la clase diamétrica, de 15 cm y así sucesivamente para las otras clases diamétricas.

Columna 10. Se determina el volumen por hectárea de cada clase diamétrica, multiplicando el N° de árboles/Ha. (columna 9) por el volumen de un árbol de la correspondiente clase diamétrica (columna 2).

Por ejemplo:

$$Vcd15 = 58 \times .135 = 7.830 \text{ m}^3,$$

$$Vcd20 = 41.3 \times .308 = 12.720 \text{ m}^3,$$

hasta

$$Vcd70 = 2.7 \times 3.939 = 10.635 \text{ m}^3$$

Columna 11. Se calcula el incremento corriente anual en volumen por hectárea de cada clase diamétrica, al multiplicar el número de árboles por hectárea (Columna 9) por el incremento en volumen por árbol de la correspondiente clase diamétrica (columna 7). Ejemplo:

$$Iv15 = 58 \times 0.01788 = 1.037 \text{ m}^3$$

$$Iv20 = 41.3 \times 0.02709 = 1.119 \text{ m}^3$$

La sumatoria de los resultados de cada clase diamétrica, proporciona el incremento corriente anual (ICA) en volumen.

Para determinar el ICA en porcentaje, se multiplica por 100 el cociente que resulta de dividir el valor del incremento anual en volumen entre el volumen total.

$$\text{ICA \%} = \frac{11.135}{376.384} = 2.96\%$$

2. Método del Área Basal

Para el cálculo del incremento por medio de este método, se sigue la rutina de llevar la información que se menciona en el Cuadro 4.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
CD (cm)	Vol/árb (m ³)	N° Árb.	Idsc (cm)	ABxÁrb (m ²)	Idcc (m)	Diám 1 año antes (m ²)	ABxÁrb 1 año antes (m ²)	labxÁrb (m ²)	Iab total Ha (m ²)	ICA (m ³)
15	0.135	58.0	00595	017671	007676	142324	015909	001762	102196	1.072.343
20	0.308	41.3	00609	031416	007613	192387	029070	002346	096890	1.016.667
25	0.543	42.0	00500	049087	00605	046740	002347	002347	098574	1.034.337
30	0.828	29.3	00551	070686	006612	293388	067605	003081	090273	947235
35	1.153	36.7	00509	096211	005955	344045	092965	003246	119128	1.250.010
40	1.507	26.7	00580	125664	006728	393272	121472	004192	111926	1.174.440
45	1.884	28.0	00549	159043	006368	443632	154574	004469	125132	1.323.010
50	2.278	30.0	00539	196350	006199	493801	191512	004838	145140	1.522.954
55	2.683	13.3	00466	237584	005312	544688	233016	004568	060754	637492
60	3.097	10.7	00486	282744	005492	594508	277592	005152	055126	578437
65	3.516	7.3	00531	331832	005947	644053	325787	006045	044129	463046
70	3.939	2.7	00585	884846	006494	693506	377739	007107	019189	201350
									1.068457 m ³	11.211321 m ³

Donde: CD = Clases diamétricas, Vol/árb = volumen por árbol, Idsc = Incremento en diámetro sin corteza, AB = área basal, Idcc = Incremento en diámetro con corteza, Iab = Incremento en área basal e ICA = Incremento corriente anual en volumen.

Cuadro N°4. Rutina de cálculo del incremento para el método del área basal.

Procedimiento:

Columna 1. Se anotan las clases diamétricas consideradas.

Columna 2. Se anota el volumen por árbol de cada clase diamétrica.

Columna 3. Se registra el número de árboles por clase diamétrica en una hectárea.

Columna 4. Se anota la media aritmética de los valores del incremento corriente anual en diámetro, el cual se obtiene de los datos de campo y es el incremento sin corteza (Idsc) en centímetros.

Columna 5. Se calcula el área basal por árbol para cada una de las clases diamétricas.

Por ejemplo:

$$AB15 = 0.7854 (0.15)^2 = 0.017671 \text{ m}^2,$$

$$AB20 = 0.7854 (0.20)^2 = 0.031416 \text{ m}^2,$$

hasta

$$AB70 = 0.7854 (0.70)^2 = 0.384846 \text{ m}^2$$

Columna 6. Se determina el incremento anual en diámetro con corteza (Idcc), multiplicando el incremento anual en diámetro sin corteza (Idsc) (columna 4) por el factor de conversión correspondiente a cada clase diamétrica.

Por ejemplo:

Para la clase diamétrica de 15 cm:

$$0.15 - 0.034 = 0.116; \text{ por lo que } Fc15 = \frac{0.15}{0.116} = 1.29,$$

para la clase diamétrica de 20 cm:

$$0.20 - 0.040 = 0.160; \text{ por lo que } Fc20 = \frac{0.20}{0.160} = 1.25,$$

hasta

para la clase diamétrica de 70 cm:

$$0.70 - 0.071 = 0.629; \text{ por lo que } Fc70 = \frac{0.70}{0.629} = 1.11$$

Donde: 0.034, 0.040, 0.071 significan el doble del ancho de la corteza promedio.

Después:

$$Idcc15 = 0.00595 \times 1.29 = 0.007676 \text{ m}^3,$$

$$Idcc20 = 0.00609 \times 1.25 = 0.007613 \text{ m}^3,$$

hasta

$$\text{Idcc70} = 0.00585 \times 1.11 = 0.006494 \text{ m}^3.$$

Columna 7. Se calcula el diámetro con corteza de cada clase diamétrica, para un ciclo anual anterior, restando simplemente al diámetro normal actual (columna 1) el incremento corriente anual en diámetro con corteza (columna 6).

Por ejemplo:

$$\text{Diámetro anterior 15} = 0.15 - 0.007676 = 0.142324 \text{ cm,}$$

$$\text{diámetro anterior 20} = 0.20 - 0.007613 = 0.192387 \text{ cm,}$$

hasta

$$\text{diámetro anterior 70} = 0.70 - 0.006494 = 0.693506 \text{ cm.}$$

Columna 8. Se calcula en área basal (AB) por árbol de cada clase diamétrica, para un año antes, para lo cual se eleva el cuadrado el diámetro con corteza un año antes y se multiplica por la constante 0.7854.

Por ejemplo:

$$\text{AB anterior 15} = (0.142324)^2 \times 0.7854 = 0.015909 \text{ m}^2,$$

$$\text{AB anterior 20} = (0.192387)^2 \times 0.7854 = 0.029070 \text{ m}^2,$$

hasta

$$\text{AB anterior 70} = (0.693506)^2 \times 0.7854 = 0.377739 \text{ m}^2.$$

Columna 9. Se determina el incremento en área basal (Iab) por árbol de cada clase diamétrica, restando el área basal actual (columna 5) al área basal un año antes (columna 8).

Por ejemplo:

$$\text{Iab anterior 15} = 0.017671 - 0.015909 = 0.001762 \text{ m}^2,$$

$$\text{Iab anterior 20} = 0.031416 - 0.029070 = 0.002346 \text{ m}^2,$$

hasta

$$\text{Iab anterior 70} = 0.344846 - 0.377739 = 0.007107 \text{ m}^2$$

Columna 10. Se determina el incremento anual en área basal total por hectárea por clase diamétrica, multiplicando el incremento en área basal por árbol por el número de árboles por hectárea (columna 3).

Por ejemplo:

$I_{ab}/Ha_{15} = 0.001762 \times 58 = 0.102196 \text{ m}^2/Ha,$
 $I_{ab}/Ha_{20} = 0.002346 \times 41.3 = 0.096890 \text{ m}^2/Ha,$
hasta
 $I_{ab}/Ha_{70} = 0.007107 \times 2.7 = 0.019189 \text{ m}^2/Ha.$

La sumatoria de los valores de la columna 10, proporciona el valor del incremento anual en área basal total por hectárea y que en este caso es de 0.100817m^2

Pero para el cálculo del incremento medio anual en volumen, es necesario calcular un **coeficiente de regresión** mediante una regresión lineal simple entre las variables área basal por árbol (x) y volumen (y).

La regresión se puede hacer fácilmente con una calculadora Texas Instruments modelo TI - 55.

Los valores de área basal por árbol se pueden determinar nuevamente en la calculadora o tomarlos de la columna 5, el volumen se toma de la columna 2, para ello se pulsa el primer valor de x 0.17671 utilizando la tecla x:y para los valores de x; después se introduce el valor de y (volumen) correspondiente al valor de x 0.135 y se aplica la tecla z^+ para los valores de y, repitiendo la operación de manera sucesiva:

Por ejemplo:

Para CD20 : 0.031416 x:y 0.308 z^+ ,
para CD25 : 0.049087 x:y 0.543 z^+ ,
hasta
para CD70 : 0.384846 x:y 3.939 z^+

Una vez que se han alimentado todos los datos "x" y "y", el valor de la pendiente (b) o coeficiente de regresión, se obtiene al oprimir las teclas *2nd slope*.

Para obtener los valores de las sumatorias, se tiene:

$\sum x_i$ se obtiene en la memoria 2 *Rcl 2* = 1.984

$\sum x_i^2$ se obtiene en la memoria 3 *Rcl 3* = 0.492

$\sum x_i y_i$ se obtiene en la memoria 4 *Rcl 4* = 5.341

$\sum y_i$ En la memoria 5

Zyi En la memoria 6 2nd slope = 10.493
 n En la memoria 7 2nd Corr = 0.996

Para el cálculo manual del coeficiente de regresión muestral b. se puede seguir la secuela que se indica en el cuadro N° 5.

Datos Originales			Datos transformados		
C D	Vol.	X ÁREA BASAL	Y	X ²	XY
15	0.135	0.017671	0.135	0.000312	0.002386
20	0.308	0.031416	0.308	0.000987	0.009676
25	0.543	0.049087	0.543	0.002410	0.026654
30	0.828	0.070686	0.828	0.004997	0.058528
35	1.153	0.096211	1.153	0.009257	0.110931
40	1.507	0.125664	1.507	0.015791	0.189376
45	1.884	0.159043	1.884	0.025295	0.299637
50	2.278	0.19635	2.278	0.038553	0.447285
55	2.683	0.237584	2.683	0.056446	0.637438
60	3.097	0.282744	3.097	0.079944	0.875658
65	3.156	0.331832	3.516	0.110112	1.166721
70	3.939	0.384846	3.939	0.148106	1.515908
		1.983	21.871	0.492	5.340

Cuadro N°5. Cálculo manual del coeficiente de regresión muestral b.

El cálculo de **b** se puede hacer siguiendo cualquiera de las dos alternativas siguientes:

Alternativa N° 1:

$$\Sigma xy \frac{\Sigma x \Sigma y}{n} = 5.340 - \frac{1.983 \times 21.871}{12} = 1.726 \quad (1)$$

Alternativa N° 2:

$$\Sigma x^2 - \frac{(\Sigma x)^2}{n} = 0.492 - \frac{(1.983)^2}{12} = 0.164 \quad (2)$$

Donde:

$$b = (1)/(2) = 1.726/0.164 = 10.524$$

$$b = \frac{\Sigma xy - (\Sigma x)(\Sigma y)/n}{\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2/n} = \frac{5.340 - (1.983)(21.871)/12}{0.492 - (1.983)^2/12} = \frac{1.726}{0.164} = 10.524$$

por lo tanto el incremento en volumen será:

$$IV = b (I AB)$$

donde: b = Coeficiente de regresión

$I AB$ = Incremento en área basal

IV = Incremento en volumen (m_3)

$$IV = 10.493 \text{ (Con calculadora)} \times 1.068457 = 11.211$$

$$IV = 10.524 \text{ (Manual)} \times 1.068457 = 11.2$$

3. Método Aguilar

Este método para el cálculo del incremento aunque no es de uso común o generalizado, se presenta por haberse desarrollado en México, su rutina de cálculo requiere llevar la información requerida en el cuadro N° 6.

1	2	3	4	5	6	7
CD	Vol	Diferencia tiempo del paso x árb regular	Tiempo de paso x armónico	Incr anual del árb regular	Nº árb/Ha	ICA (Tot/Ha)
15	0.135	0.173	8.6	0.020116	58.0	1.166744
20	0.308	0.235	8.4	0.027976	41.3	1.155417
25	0.843	0.285	9.5	0.030000	42.0	1.260000
30	0.828	0.325	8.9	0.036517	29.3	1.069944
35	1.153	0.354	10.2	0.034706	36.7	1.273706
40	1.507	0.377	7.8	0.048333	26.7	1.290500
45	1.884	0.394	9.1	0.043297	28.0	1.212308
50	2.278	0.405	9.8	0.041327	30.0	1.239796
55	2.683	0.414	10.7	0.038692	13.3	0.514598
60	3.097	0.419	9.9	0.42323	10.7	0.452859
65	3.516	0.423	9.2	0.045978	7.3	0.335641
70	3.939	0.423	8.3	0.050964	2.7	0.137602
75	4.362					
						11.109115

11.1 ICAm³ / Ha

Cuadro N° 6. Rutina de cálculo del incremento por el Método Aguilar.

Procedimiento:

Columna 1. Se anotan las clases diamétricas.

Columna 2. Se anota el volumen del árbol tipo para cada clase diamétrica.

Columna 3. Se obtiene la diferencia en volumen del árbol regular que se supone es el incremento en volumen del árbol tipo al pasar de una categoría diamétrica a la siguiente.

Por ejemplo:

diferenciaV15 : $V_{20} - V_{15} = 0.308 - 0.135 = 0.173 \text{ m}^3$,

diferenciaV20 : $V_{25} - V_{20} = 0.543 - 0.308 = 0.235 \text{ m}^3$,

hasta

diferenciaV70 : $V_{75} - V_{70} = 4.362 - 3.939 = 0.423 \text{ m}^3$.

Columna 4. Se anotan los tiempos de paso medios armónicos por clase diamétrica, los que se obtienen fácilmente al sacar el inverso de todos los tiempos de paso individuales y sumarlos para obtener la media armónica; se divide el número de muestras (n) entre la sumatoria obtenida, el cociente de esta división es la media armónica. Cuando los tiempos de paso están agrupados por frecuencia se ahorra tiempo, pues basta dividir el número de tiempos de paso (f) entre su respectivo número de años.

Columna 5. Se obtiene el incremento anual del árbol regular, al dividir la diferencia del volumen del árbol regular (columna 3) entre el tiempo de paso armónico (columna 4).

Por ejemplo:

$$I_{15} = 0.173 - 8.6 = 0.020116$$

Columna 6. Se anota el número de árboles por hectárea de cada clase diamétrica.

Columna 7. Se obtiene el incremento corriente anual (ICA) total por hectárea en cada clase diamétrica, al multiplicar el incremento anual del árbol regular (columna 5) por el número de árboles por hectárea. (columna 6). La suma de los valores de todas las clases diamétricas proporciona el incremento corriente anual por hectárea en metros cúbicos.

Si el valor del incremento se requiere en porcentaje, éste se obtiene multiplicando por cien el cociente que resulta al dividir los valores de la columna 5 (incremento anual del árbol regular) entre los valores de la columna 2 (volumen tipo).

4. Método Diferencial de Meyer

Este método ha tenido poco uso en México y su rutina de cálculo del incremento se lleva de la siguiente manera:

1	2	3	4	5	6	7	8
CD	Vol/ Arb	Diferencia del vol del árbol reg		Idec	Inc anual	Número árboles/ Ha	ICA
10	0.035	0.100					
15	0.135		0.137	0.655	0.0179	58.0	1.0382
		0.173					
20	0.308		0.204	0.670	0.0273	41.3	1.1275
		0.235					
25	0.543		0.260	0.550	0.0286	42.0	1.2012
		0.285					
30	0.828		0.305	0.606	0.0370	29.3	1.0841
		0.325					
35	1.153		0.340	0.534	0.0363	36.7	1.3322
		0.354					
40	1.507		0.366	0.638	0.0467	26.7	1.2469
		0.377					
45	1.884		0.386	0.604	0.0466	28.0	1.3048
		0.394					
50	2.278		0.400	0.566	0.0453	30.0	1.3590
		0.405					
55	2.683		0.410	0.480	0.0394	13.3	0.5240
		0.414					
60	3.097		0.417	0.501	0.0418	10.7	0.4473
		0.419					
65	3.516		0.421	0.552	0.0465	7.3	0.3395
		0.423					
70	3.939		0.423	0.608	0.0514	2.7	0.1388
75	4.362						
						326	11.1435

Cuadro N°7 Rutina de cálculo del incremento por el método diferencial de Meyer.

Procedimiento:

Columna 1. Se registran las clases diamétricas consideradas.

Columna 2. Se anota el volumen del árbol tipo para cada clase diamétrica.

Columna 3. Se determina la diferencia en volumen entre las clases diamétricas sucesivas.

Por ejemplo:

$$V15 - V10 = 0.135 - 0.035 = 0.100,$$

$$V20 - V15 = 0.308 - 0.308 = 0.173,$$

hasta

$$V75 - V70 = 4.362 - 3.939 = 0.423.$$

Columna 4. Se determina la medida del incremento en volumen en metros cúbicos, lo que es el cociente que resulta de la suma de las diferencias de volumen de las clases diamétricas sucesivas divididas entre 2.

Por ejemplo:

$$\text{Para la CD15 : } 0.100 + 0.173 = 0.273 / 2 = 0.137,$$

$$\text{para la CD20 : } 0.173 + 0.235 = 0.408 / 2 = 0.204$$

hasta

$$\text{para la CD70 : } 0.423 + 0.423 = 0.846 / 2 = 0.423$$

Columna 5. Se anota la media del incremento corriente anual en diámetro con corteza para cada clase diamétrica proveniente de los datos de campo, el cálculo del Idsc a Idcc se realizó de acuerdo con el método de Loetsch.

Columna 6. Se determina el incremento anual del árbol regular por clase diamétrica, al multiplicar la medida del incremento en volumen (columna 4) por la media del incremento en diámetro con corteza (columna 5) y el producto se divide entre 5.

Por ejemplo:

$$\text{Para la CD15 : } 0.137 \times 0.655 / 5 = 0.0179,$$

$$\text{para la CD20 : } 0.204 \times 0.670 / 5 = 0.271,$$

hasta

$$\text{para la CD70 : } 0.423 \times 608 / 5 = 0.514$$

Columna 7. Se anota el número de árboles por hectárea de cada clase diamétrica.

Columna 8. Se determina el incremento corriente anual en volumen en metros cúbicos para cada clase diamétrica; para ello se multiplica el número de árboles por hectárea de cada clase diamétrica (columna 7) por el incremento anual del árbol regular de su correspondiente clase diamétrica (columna 6).

Por ejemplo:

Para la CD15 : $58 \times 0.0179 = 1.0382$ y

para la CD20 : $41.3 \times 0.0271 = 1.1192$

La suma de los valores de todos ellos proporciona el ICA m^3/Ha .

5. Método de Hufnagl, modificado por Aguilar.

Aguilar (*op. cit.*), describe una versión modificada del método de Hufnagl, cuya rutina para el cálculo del incremento se describe enseguida.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
CD	N° árb/ Ha	Vol m^3 / árb	Vol/ Ha	Incr ce	DAP des- pués de 10 años	Vol árb. regular después de 10 a.	Vol total después de 10 a.	ICA
15	58.0	0.135	7.830	0.655	15.655	0.154	8.932	1.102
20	41.3	0.308	12.720	0.670	20.670	0.336	13.877	1.157
25	42.0	0.543	22.806	0.550	25.550	0.571	23.982	1.176
30	29.3	0.828	24.260	0.606	30.606	0.864	25.315	1.055
35	36.7	1.153	42.315	0.534	35.534	1.187	43.563	1.248
40	26.7	1.507	40.237	0.638	40.638	1.551	41.412	1.175
45	28.0	1.884	52.752	0.604	45.604	1.929	54.012	1.260
50	30.0	2.278	68.340	0.566	50.566	2.322	69.660	1.320
55	13.3	2.683	35.684	0.480	55.480	2.724	36.229	0.545
60	10.7	3.097	33.138	0.501	60.501	3.143	33.600	0.492
65	7.3	3.516	25.667	0.552	65.552	3.571	26.068	0.401
70	2.7	3.939	10.653	0.608	70.608	4.002	10.805	0.152
SUMAS			376.384				387.485	11.083

Cuadro N° 8. Rutina de cálculo del incremento por el método modificado de Hufnagl.

Procedimiento:

Columna 1. Se anotan las clases diamétricas consideradas.

Columna 2. Se anota el número de árboles por hectárea de cada clase diamétrica.

Columna 3. Se anota el volumen del árbol tipo de cada clase diamétrica.

Columna 4. Se determina el volumen por hectárea para cada clase diamétrica, el cual se obtiene al multiplicar el volumen del árbol tipo (columna 3) por el número de árboles por hectárea (columna 2).

Por ejemplo:

Para la CD15 : $0.135 \times 58 = 7.830 \text{ m}^3$,
 para la CD20 : $0.308 \times 41.3 = 12.720 \text{ m}^3$,
 hasta
 para la CD70 : $3.939 \times 2.7 = 10.653 \text{ m}^3$.

Columna 5. Se anotan los valores medios del incremento en diámetro con corteza, calculando el factor de corteza de acuerdo con el método de Loetsch.

Columna 6. Se determina el diámetro a la altura del pecho con corteza después de 10 años. Para lo cual la categoría diamétrica actual (columna 1) se le suma el valor del incremento con corteza de los últimos 10 años (columna 5) Ejem:

15 : $15 + 0.655 = 15.655$
 70 : $70 + 0.608 = 70.608$

Columna 7. Se determina el volumen del árbol regular después de 10 años. En este punto es donde la metodología de Hufnagl es modificada, introduciendo para el pronóstico de los volúmenes 10 años después el modelo de Schumacher (Aguilar, *op. cit.*), este modelo es muy versátil demostrándose una más de sus aplicaciones y su precisión.

Para el cálculo del porcentaje del incremento en volumen, se resta al volumen total por hectárea después de diez años, el volumen actual por hectárea; esta diferencia se divide después entre este último volumen de la siguiente manera:

$387.485 - 376.389 = 11.1$

$$\text{ICA} = \frac{11.1}{376.384} \times 100 = 2.95\%$$

6. Método de Hoenadl

Esta metodología para el cálculo del incremento es poco conocida en México, fue introducida al país por Klepac (*op. cit.*); la rutina correspondiente se desarrolla enseguida.

1	2	3	4	5	6	7
CD	Nº arb/ Ha	CD x N	\bar{D}	$A=D-\bar{D}$	$(D-\bar{D})^2$	$(D-\bar{D})^2n$
15	58.0	870	33.06	-18.06	326.20	18,917.50
20	41.3	826	33.06	-13.06	170.56	7,044.28
25	42.0	1,050	33.06	- 8.06	64.96	2,728.47
30	29.3	879	33.06	- 3.06	9.36	274.35
35	36.7	1,285	33.06	1.94	3.76	138.12
40	26.7	1,068	33.06	6.94	48.16	1,285.97
45	28.0	1,260	33.06	11.94	142.56	3,991.78
50	30.0	1,500	33.06	16.94	286.96	8,608.91
55	13.3	732	33.06	21.94	481.36	6,402.14
60	0.7	642	33.06	26.94	725.76	7,765.67
65	7.3	475	33.06	31.94	1,020.16	7,447.19
70	2.7	189	33.06	36.94	1,364.56	3,684.32
	326.0	10,776				68,288.69

Cuadro N° 9 Rutina de cálculo del incremento por el método de Hoenadl.

Procedimiento:

Columna 1. Se anotan las clases diamétricas consideradas

Columna 2. Se anota el número de árboles por hectárea de cada clase diamétrica, las cuales se suman al final (326).

Columna 3. Se anota el producto resultante de multiplicar el valor de cada clase diamétrica por el número de árboles que tiene cada una de ellas, sumándose estos valores al final (10,776).

Columna 4. Se calcula la media aritmética de los diámetros normales de acuerdo con:

$$\bar{D} = \frac{\sum nD \text{ (columna 3)}}{\sum n \text{ (columna 2)}}$$

Donde:

\bar{D} = Promedio de las clases diamétricas.

D = Diámetros de las clases diamétricas.

n = Número de árboles por clase diamétrica.

$$\bar{D} = \frac{10,776}{326} = 33.06$$

Columna 5. Se calcula la diferencia entre la clase diamétrica (columna 1) y la media aritmética de los diámetros normales (columna 4).

Por ejemplo:

Para CD15 : $15 - 33.06 = -18.06$,

para CD20 : $20 - 33.06 = -13.06$.

hasta

para CD70 : $70 - 33.06 = -36.94$

Columna 6. Esta diferencia se eleva al cuadrado en cada clase diamétrica.

Columna 7. Los cuadrados de estas diferencias en cada clase diamétrica se multiplican por el número de árboles que pertenecen a su correspondiente clase diamétrica, los números así obtenidos se suman y dividen entre el número total de árboles; al cociente se le calcula la raíz cuadrada.

Por ejemplo:

$$\frac{68,288.69}{326} = 209.47$$

$$\sqrt{209.47} = \pm 14.47$$

Posteriormente se determina el diámetro normal (DN) de los dos árboles ejemplares (inferior y superior) a utilizar, de la siguiente manera:

DN inferior = 33.06 - 14.47 = 18.59, que se aproxima a la CD 20, y

DN superior = 33.06 + 14.47 = 47.53, que se aproxima a la CD 50.

El incremento anual en volumen se obtiene por interpolación de la siguiente manera:

DN inferior = 20 - 18.59 = 1.41 cm

DN superior = 50 - 47.53 = 2.47 cm

Se calcula el incremento de las clases diamétricas de 20 y 25 y de 45 y 50 al seguir la siguiente secuela:

Paso 1. Se obtienen las diferencias entre los volúmenes de las clases diamétricas sucesivas consideradas, las diferencias se suman y se dividen entre 2. Ejem:

CD	Vol	Dif Vol	Σ dif/2	CD	Vol	Dif Vol	Σ dif/2
15	.135			40	1.507		
		.173				.377	
20	.308		.204	45	1.884		.386
		.235				.394	
25	.543		.260	50	2.278		.400
		.285				.405	
30	.828			55	2.683		

Paso 2. Con los resultados anteriores, se hacen los siguientes cálculos:

Para CD20 : $0.204 \times 0.664/5 = 0.0271$ y
 para CD25 : $0.260 \times 0.550/5 = 0.0286$.

Para CD45 : $0.386 \times 0.593/5 = 0.0458$ y
 para CD50 : $0.400 \times 0.566/5 = 0.0453$.

Los incrementos calculados de las categorías mencionadas se restan y la diferencia se multiplica por la diferencia D - el resultado se divide entre 5 y a éste se le suma el valor del incremento de la categoría diamétrica inferior, Ejem:

CD20-CD25 : $0.0271 - 0.0286 = -0.0015$ y
 CD45-CD50 : $0.0450 - 0.0453 = 0.0005$

después:

$-0.0015 \times 1.41/5 = -0.00042$ y $0.0005 \times 2.47/5 = 0.00025$;
 $0.0271 - 0.00042 = 0.0267$ y $0.0458 + 0.00025 = 0.04605$

El incremento corriente anual en volumen será:

$$\text{I.C.A.} = \frac{(\Sigma-) + (\Sigma+)}{2} = \frac{0.0267 + 0.04605}{2} = 0.036 \text{ m}^3$$

Núm. de árboles/Ha x I.C.A. = $326 \times 0.036 \text{ m}^3 = 11.7 \text{ m}^3/\text{Ha}$

7. Método rápido de Klepac

Este método fue introducido a México por el autor durante su estancia en nuestro país hace 20 años; dado el desempeño de este profesional en la enseñanza superior, fue enseñando a sus estudiantes (Klepac, *op. cit.*). La secuela de cálculo del incremento por este método se describe enseguida.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
				MEDIANA		M. GEOM.		M.(H) ARM.		
n arb/ Ha	VOL	CD	Vol Ha	P% I	P NV 100	P% I	P NV 100	P% I	P NV 100	
58.0	.135	15	7.830	7.84	.61	6.94	.51	7.75	.61	
41.3	.308	20	12.720	5.95	.76	5.21	.66	5.95	.76	
42.0	.543	25	22.806	3.33	.76	3.77	.86	4.21	.96	
29.3	.828	30	24.260	2.95	.72	3.27	.79	3.75	.91	
26.7	1.153	35	42.315	2.80	1.19	2.77	1.17	2.80	1.18	
28.0	1.507	40	40.237	2.58	1.04	3.13	1.26	3.21	1.29	
30.0	2.278	50	52.752	1.95	1.03	2.06	1.09	2.44	1.29	
13.3	2.683	55	68.340	1.87	1.28	1.92	1.31	2.04	1.39	
10.7	3.097	60	33.138	1.52	.55	1.57	.56	1.70	.61	
7.3	3.516	65	25.667	1.41	.35	1.55	.54	1.68	.56	
2.7	3.939	70	10.635	1.59	.17	1.59	.17	1.72	.18	
326						8.96		9.35		10.16
						x 1.1		x 1.1		x 1.1
						9.9		10.3		11.2

Cuadro N° 10. Rutina de cálculo del incremento por el método de Klepac.

Procedimiento:

Columna 1. Se anota el número de árboles por hectárea de cada clase diamétrica.

Columna 2. Se anota el volumen del árbol tipo de cada clase diamétrica.

Columna 3. Se anotan las clases diamétricas consideradas.

Columna 4. Se obtiene el volumen total por hectárea de cada clase diamétrica, al multiplicar el número de árboles por hectárea (Columna 1) por su correspondiente volumen (Columna 2).

Columnas 5, 7 y 9. Se calcula el porcentaje del incremento, mediante la siguiente fórmula:

$$P = \frac{1000 \quad I}{D \quad T}$$

Donde:

P = Porcentaje del incremento.

D = Diámetro normal.

T = Tiempo de paso medio.

$$P(\text{Me}) = \frac{1,000}{15} \cdot \frac{1}{8.5} = 7.84 \quad (\text{columna 5})$$

$$P(\text{MG}) = \frac{1,000}{15} \cdot \frac{1}{9.6} = 6.94 \quad (\text{columna 7})$$

$$P(\text{MH}) = \frac{1,000}{15} \cdot \frac{1}{8.6} = 7.75 \quad (\text{columna 9})$$

En el presente ejemplo se usó el tiempo de paso basado en la mediana (Me), la mediana geométrica (MG) y la mediana armónica (MH) (Aguilar, *op. cit.*); además de que se debe incluir la aplicación de un factor de corrección de la corteza, que hasta el momento en ninguna aplicación del tiempo de paso se ha aplicado.

Columnas 6, 8 y 10. Los valores de las columnas 6, 8 y 10 se obtienen al multiplicar respectivamente los valores de las columnas 5, 7 y 9 por el producto de la columna 4 y dividiendo entre 100.

Por ejemplo:

$$\text{Para Me15} : 7.84 \times 7.830 = 0.61$$

$$\text{Para Me20} : 5.95 \times 1.2720 = 0.76$$

$$\text{Para MG15} : 6.94 \times 7.830 = 0.51$$

$$\text{Para MG20} : 5.21 \times 12.720 = 0.66$$

$$\text{Para MH15} : 7.75 \times 7.830 = 0.61$$

$$\text{Para MH20} : 5.95 \times 12.720 = 0.76$$

La suma de las columnas 6, 8 y 10 proporcionan el valor del complemento corriente anual en volumen, resultados que se multiplican por un factor de conversión de la corteza, que en este caso es el valor más frecuente (1.1) determinado de acuerdo con el método de Loetsch.

$$\text{Mediana ICA} = 8.96 \times 1.1 = 9.9$$

$$\text{M Geométrica ICA} = 9.35 \times 1.1 = 10.3$$

$$M \text{ Armónica ICA} = 10.16 \times 1.1 = 11.2$$

Observándose que el valor proporcionado por la media armónica es más preciso, comparándolo con los demás.

8. Método del porcentaje de Meyer

El cálculo del incremento en volumen por el método del porcentaje de Meyer, ha tenido uso limitado en México, su rutina se describe enseguida.

1	2	3	4	5	6
D	INC cc Z	Z — D	Z b x 10 — D	Vol/ Ha	ICA/ Ha
15	6.55	0.4367	9.3435	7.830	0.7316
20	6.70	0.3350	7.1676	12.720	0.9117
25	5.50	0.2200	4.7071	22.806	1.0735
30	6.06	0.2020	4.3219	24.260	1.0485
35	5.34	0.1526	3.2650	42.315	1.3816
40	6.38	0.1595	3.4126	40.237	1.3731
45	6.04	0.1342	2.8713	52.752	1.5147
50	5.66	0.1132	2.4220	68.340	1.6552
55	4.80	0.0873	1.8679	35.684	0.6665
60	5.01	0.0835	1.7865	33.138	0.5920
65	5.52	0.0849	1.8165	25.667	0.4662
70	6.08	0.0869	1.8593	10.635	0.1977
				376.384	11.6

Cuadro N° 11. Rutina de cálculo del incremento por el método del porcentaje de Meyer.

Procedimiento:

Columna 1. Se anotan las clases diamétricas consideradas.

Columna 2. Se anota el incremento con corteza en cm y se le denomina (Z).

Columna 3. Se obtiene para cada clase diamétrica el cociente del incremento con corteza (columna 2) y el valor de esta clase diamétrica (columna 1).

Columna 4. Se multiplica el valor de la columna 3 (Z/D) por el coeficiente de regresión (b) previamente calculado y después por 10.

El cálculo de b, se hizo en una calculadora Texas Instruments modelo T1 - 55.

Para lo anterior, se registra el primer valor de X (diámetro) como su logaritmo de base 10 y su correspondiente valor de Y (volumen) también como logaritmo.

Por ejemplo: Para la clase diamétrica de 15, se registra 15 en la pantalla, se presiona *2nd Log* y aparece 1.1760913; este valor, se incluye en memoria con la tecla X:Y para los valores de X, después se registra en pantalla el valor del volumen correspondiente al valor de x que en este caso es 0.135 (observar cualquier método que tenga los volúmenes) y presionando las teclas *2nd Log* aparece el número - 0.8696662 y se guarda en la memoria con la tecla z+ para todos los valores de (y), obteniéndose los resultados dados a continuación.

$$b = 2.1395781$$

D	Y	Log 10 X	Log 10 Y	X ²	XY
15	0.135	1.176091	-0.86966	1.383190	-1.022806
20	0.308	1.301030	-0.511449	1.692679	-0.665410
25	0.543	1.397940	-0.265200	1.954236	-0.370734
30	0.828	1.477121	-0.081970	2.181886	-0.121080
35	1.153	1.544068	0.061820	2.384146	0.095468
40	1.507	1.602060	0.178113	2.566596	0.285348
45	1.884	1.653213	0.275081	2.733113	0.454767
50	2.278	1.698970	0.357554	2.886499	0.607474
55	2.683	1.740363	0.428621	3.028863	0.745956
60	3.097	1.778151	0.490941	3.1618210	0.872967
65	3.516	1.812913	0.546049	3.286654	0.989939
70	3.939	1.845098	0.595386	3.404387	1.098546
		19.027018	1.205289	30.664071	2.970435

$$\Sigma xi = 19.027018$$

$$\Sigma xi^2 = 30.664072$$

$$\Sigma xy = 2.9704342$$

$$\Sigma yi = 1.2052886$$

$$b = \frac{\Sigma xy - (\Sigma x)(\Sigma y)/n}{\Sigma x^2 - (\Sigma x)^2/n} = \frac{2.970435 - (19.027018)(1.205289)/12}{30.664071 - (19.027018)^2/12}$$

$$b = \frac{1.059347}{0.4951198} = 2.1395771$$

Columna 5. Se obtiene el volumen total por hectárea, al multiplicar el número de árboles/Ha por el volumen del árbol tipo (consultar cualquier otro método que contenga estos conceptos).

Columna 6. Se multiplican los valores de la columna 4 de cada clase diamétrica por los correspondientes valores de la columna 5, y se divide este producto entre 100.

Por ejemplo:

$$\text{Para CD15 : } 9.3435 \times 7.830/100 = 0.7316,$$

$$\text{para CD20 : } 7.1676 \times 12.720/100 = 0.9117,$$

hasta

$$\text{para CD70 : } 1.8593 \times 10.635/100 = 0.1977$$

La suma de los valores de la columna 6 (11.6), proporciona el incremento corriente anual (ICA) en volumen (metros cúbicos); el ICA en porcentaje (%) se obtiene al dividir el valor del ICA entre el volumen total por hectárea de la columna 5 (376.384).

$$\text{ICA \%} = \frac{11.6}{376.384} = 3.08 \%$$

9. Método de Lachaussee

			Mediana	Media Geom.	Media Armónica	
P =	$\frac{N_{10} + N_{15}}{2T_{10}}$	$V_{15} = \frac{48 + 58}{2 \times 10}$	Incorporación X 0.135 =			
			0.716	0.723	0.782	
P15=1/2	$\frac{V_{20} - V_{15}}{T_{15}}$	$+ \frac{N_{15} = 1/2 \cdot 0.308 - 0.135}{8.5}$	X 58 =			
			0.590	0.523	0.583	
P20=1/2	$\frac{V_{20} - V_{15}}{T_{15}}$	$+ \frac{V_{25} - V_{20}}{T_{20}}$	$\frac{308 - 0.135}{8.5}$	$\frac{0.543 - 0.308}{8.4}$	X 41.3 =	
			0.998	0.878	0.993	
P25=1/2	$\frac{V_{25} - V_{20}}{T_{20}}$	$+ \frac{V_{30} - V_{25}}{T_{25}}$	$\frac{0.543 - 0.308}{8.4}$	$\frac{0.828 - 0.543}{12}$	X 42 =	
			1.086	1.079	1.218	
P30=1/2	$\frac{V_{30} - V_{25}}{T_{25}}$	$+ \frac{V_{35} - V_{30}}{T_{30}}$	$\frac{0.828 - 0.543}{12}$	$\frac{1.153 - 0.828}{11.3}$	X 29.3 =	
			0.769	0.861	0.974	
P35=1/2	$\frac{V_{35} - V_{30}}{T_{30}}$	$+ \frac{V_{40} - V_{35}}{T_{35}}$	$\frac{1.153 - 0.828}{11.3}$	$\frac{1.507 - 1.153}{10.2}$	X 36.7 =	
			1.165	1.215	1.307	
P40=1/2	$\frac{V_{40} - V_{35}}{T_{35}}$	$+ \frac{V_{45} - V_{40}}{T_{40}}$	$\frac{1.507 - 1.153}{10.2}$	$\frac{1.884 - 1.507}{9.7}$	X 26.7 =	
			0.982	1.088	1.109	
P50=1/2	$\frac{V_{50} - V_{45}}{T_{45}}$	$+ \frac{V_{55} - V_{50}}{T_{50}}$	$\frac{2.278 - 1.884}{11.4}$	$\frac{2.683 - 2.278}{10.7}$	X 30 =	
			1.086	1.131	1.269	
P60=1/2	$\frac{V_{60} - V_{55}}{T_{55}}$	$+ \frac{V_{65} - V_{60}}{T_{60}}$	$\frac{3.097 - 2.683}{11.8}$	$\frac{3.516 - 3.097}{11}$	X 10.7 =	
			0.391	0.409	0.433	
P65=1/2	$\frac{V_{65} - V_{60}}{T_{60}}$	$+ \frac{V_{70} - V_{65}}{T_{65}}$	$\frac{3.516 - 3.097}{11}$	$\frac{3.939 - 3.516}{10.9}$	X 7.3 =	
			0.281	0.304	0.322	
P70=1/2	$\frac{V_{70} - V_{65}}{T_{65}}$	$+ \frac{V_{75} - V_{70}}{T_{70}}$	$\frac{3.939 - 3.516}{10.9}$	$\frac{4.362 - 3.939}{9}$	X 2.7 =	
			0.116	0.121	0.131	
			9.8	10.2	11.2	

Cuadro N° 12. Rutina de cálculo del incremento por el método de Lachaussee.

Esta metodología también fue introducida por Klepac (*op. cit.*), antes era desconocida en México; la rutina de cálculo del incremento para este método se describe a continuación.

Procedimiento:

Este método considera la incorporación y para su determinación se aplica la fórmula:

$$I = \frac{ND - 5 + ND}{2T D-5} \times VD$$

Donde:

I = Incorporación

ND = Número de árboles de la clase diamétrica considerada.

ND-5 = Número de árboles de la clase diamétrica anterior a la considerada.

TD = Tiempo de paso de la clase diamétrica considerada.

TD-5 = Tiempo de paso de la clase diamétrica anterior a la considerada.

VD = Volumen de la primera clase diamétrica tomada como límite de medición.

Para la primera clase diamétrica el incremento en volumen se determinará de la siguiente manera:

$$IV = 1/2 \frac{VD + VD-5}{TD} \times 15$$

Donde:

IV = Incremento en volumen.

VD = Volumen de la clase diamétrica considerada.

VD-5 = Volumen de la clase diamétrica anterior a la considerada.

TD = Tiempo de paso de la clase diamétrica actual.

Para las siguientes clases diamétricas el incremento en volumen se determinará como se indica enseguida:

$$IV = 1/2 \frac{VD - VD-5}{TD-5} + \frac{VD + VD-5}{TD}$$

Donde:

IV = Incremento en volumen del árbol regular de la clase diamétrica considerada.

(VD-5), (VD) y (VD+5) = Son los volúmenes promedios de los árboles con diámetros (D-5), (D) y (D+5).

(TD-5) y (TD) = Tiempos de paso medios de las categorías (D-5) y (D).

Para determinar el incremento anual en volumen para clase diamétrica, sólo basta multiplicar el incremento en volumen del árbol regular por el número de árboles de la correspondiente clase diamétrica; la suma de los valores de todas las clases diamétricas proporciona el incremento corriente anual en volumen por hectárea.

Para este cálculo se pueden obtener las medianas, la media geométrica y la media armónica, con este método se debe utilizar la media armónica y no la mediana, y mucho menos la media aritmética, ya que éstas subestiman el valor del incremento (Aguilar. 1983 c)¹¹

Es necesario el uso de un factor de conversión de la corteza.

10.Método General de Tiempo de Paso

Aunque este método para el cálculo del incremento tenía cierto uso en el país, Klepac (*op. cit.*), durante su estancia en México lo presentó; la rutina se desarrolla enseguida.

¹¹ Aguilar R., M. 1983 (c). "Comparación y secuencia de cálculo de diez métodos para determinar el incremento". pp. 11-14.

1	2	3	4	5	6	7	8
CD	N° árb./Ha incorporados después	P% de árb.	N°, arb tipo	Vol. árb.	Vol 10 años	Vol. tot.	IC'Am ³
15	58	13	50	0.135	7.830	6.750	-1.08
20	41	13	44	0.308	12.628	13.552	-0.924
25	42	11	42	0.543	22.806	22.806	0.000
30	29	13	29	0.828	24.012	24.012	0.000
35	37	11	37	1.153	42.661	42.661	0.000
40	27	13	27	1.507	40.689	40.689	0.000
45	28	12	29	1.884	52.752	54.636	1.884
50	30	11	30	2.278	68.340	68.340	0.000
55	13	10	15	2.683	34.879	40.245	5.366
60	11	10	11	3.097	34.067	34.067	0.000
65	7	11	7	3.516	24.612	24.612	0.000
70	3	12	4	3.939	11.817	15.756	3.939
					377.093	388.126	11.033

Cuadro N° 13. Rutina de cálculo del incremento por el método general de tiempo de paso.

Procedimiento:

Columna 1. Se anotan las clases diamétricas consideradas.

Columna 2. Se anota el número de árboles por hectárea de cada clase diamétrica considerada..

Columna 3. Se determina el porcentaje de árboles incorporados al dividir los valores del incremento anual en diámetro con corteza (observar el método de Loetsch, Columna 6) entre 50 y multiplicando por 100.

Por ejemplo:

Para la CD15 : $6.55 / 50 \times 100 = 13\%$,

para la CD20 : $6.70 / 50 \times 100 = 13\%$,

hasta

para la CD70 : $6.08 / 50 \times 100 = 12\%$

Columna 4. Se determina el número de árboles 10 años después, al multiplicar el porcentaje de árboles incorporados a cada clase diamétrica (Columna 3) por el número de árboles por hectárea (Columna 2).

Por ejemplo:

Para la CD15 : $58 \times 0.13 = 7.54 = 8$

Lo que significa que después de 10 años, de 58 árboles que había, 8 pasaron a la siguiente clase diamétrica CD20, y en la CD15, quedaron 50 árboles.

Para la CD20 : $41 \times 0.13 = 5.33 = 5$

Es decir de 41 árboles en la CD20, pasan 5 a la CD25 quedando 36, más 8 que vienen de la CD15 quedando en total 44 ($41 - 5 + 8 = 44$).

Para la CD25 : $42 \times 0.11 = 4.62 = 5$; entonces: $42 - 5 = 37 + 5 = 42$ y así sucesivamente.

Columna 5. Se anota el volumen del árbol tipo en cada clase diamétrica considerada.

Columna 6. Se obtiene el volumen total por hectárea al multiplicar los datos de la columna 5 (volumen por árbol tipo) por los datos de la columna 2 (número de árboles por hectárea).

Columna 7. Se determina el volumen total diez años después, al multiplicar los datos de la columna 5 (volumen por árbol tipo) por los datos de la columna 4 (número de árboles 10 años después).

Columna 8. Se determina el incremento corriente anual (ICA) en volumen, al obtener la diferencia entre el volumen total diez años después (columna 7) y el volumen total actual (columna 6), la suma de estos valores proporciona el valor del ICA total.

La determinación del ICA en porcentaje, se obtiene al dividir el valor del ICA en volumen total (final de la columna 8) entre el volumen total por hectárea (final de la columna 6), por 100.

$$\text{ICA \%} = \frac{11.0}{377.093} \times 100 = 2.92 \%$$

11. Método de Kenneth Davis

Este método de cálculo del incremento, desconocido en México, también fue presentada por Klepac (*op. cit.*); la rutina de cálculo se desarrolla enseguida.

Es necesario señalar que la única diferencia con el método general del tiempo de paso, es en lo que se refiere al cálculo del porcentaje (%) de árboles ascendidos, para lo cual es necesario considerar el diámetro exacto medido en el campo, así como su incremento respectivo (incremento radial por 2).

Por ejemplo:

CD	Inc		SITUACIÓN
21.5	1.05	$21.5 + 2(1.05) = 23.6$	pasa a la CD25
19.2	0.30	$19.2 + 2(0.3) = 19.8$	se queda en la CD20
20.3	0.40	$20.3 + 2(0.4) = 21.1$	se queda en la CD20
21.7	0.40	$21.7 + 2(0.4) = 22.5$	se queda en la CD20
21.8	0.75	$21.8 + 2(0.75) = 23.3$	pasa a la CD25
21.6	0.65	$21.6 + 2(0.65) = 22.9$	pasa a la CD25

Es decir, del total de árboles que pasan a esta clase diamétrica se establece la siguiente relación:

$$\text{Porcentaje de árboles incorporados} = \frac{\text{Número de árboles que pasan}}{\text{Número total de árboles}}$$

Si fueron 36 árboles muestra en la clase diamétrica de 20 y se determinara que 13 de ellos pasaran en los próximos diez años a la de 25, el porcentaje sería igual a:

$$P = \frac{13}{36} \times 100 = 36 \%$$

Con el porcentaje de árboles por clase diamétrica, se procede idénticamente que en el método general de tiempo de paso; es decir, se determina el número de árboles que se quedan y que se incorporan con cada categoría.

RESULTADOS Y DISCUSIÓN

En resumen las características de cada método, se discuten enseguida; un análisis sencillo de los métodos mencionados nos muestra que todos utilizan para el cálculo del incremento los datos de volumen, incremento en diámetro con corteza y número de árboles, con excepción de los de Lachaussee, rápido de Klepac y Aguilar, que aplican el dato de incremento en diámetro, en sustitución del "Tiempo de Paso".

1. La versión modificada del método de Loetsch es relativamente fácil en la forma como la presentó hace ya más de 30 años por Villa-Salas (*op. cit.*), a excepción del factor de corrección de la corteza en el que se puede utilizar la regresión, pero esto no es siempre necesario. Cabe mencionar que por sus características, en este artículo, se tomo este método para establecer comparaciones, aunque lo ideal sería tener como testigo el incremento obtenido a través de la diferencia de dos pasos de inventario, de un modelo para análisis troncales, etc.

2. El método del área basal es laborioso pero sencillo, especialmente se recomienda la versión modificada realizada por Caballero en 1970 (*op. cit.*). Existe otra modificación por Aguilar en 1983 (*op. cit.*), pero esta sobrestima el incremento en un 3.6% lo que equivale en el ejemplo usado a 0.4 m³/Ha. En el presente trabajo se utilizó la metodología tradicional del área basal, la cual con respecto al testigo (Loetsch) sobrestima el incremento en 0.9 % ó 0.1 m en el ejemplo.

3. El método Aguilar utiliza el tiempo de paso, presentándose la situación de que la media armónica da resultados precisos, mientras que la media geométrica y la mediana subestiman el incremento.

4. El método diferencial de Meyer se asemeja en algunos pasos al método modificado de Loetsch los cuales son sencillos, aunque con este método se sobrestima el incremento en 0.9 % ó 0.1 m³ en el ejemplo.

5. El método de Hufnagl, modificado por Aguilar, es relativamente más complicado pero proporciona resultados precisos de incremento, la modificación se refiere a la proyección de los volúmenes 10 años después, utilizando para ello el modelo matemático de Schumacher, que es un modelo de gran versatilidad, pues ayuda también a efectuar correcciones de corteza y armonizar curvas de crecimiento para determinar la calidad de estación.

6. El método de Hoenadl es laborioso pero sencillo, aunque sobrestima el incremento en un 5.4%, equivalente a 0.6 m³/Ha en el ejemplo.

7. El método rápido de Klepac es sencillo y utiliza igual que el de Lachaussee el volumen, número de árboles y tiempo de paso, genera resultados sin considerar la corteza. Se observa como en el método de Lachaussee, que la mediana subestima fuertemente el incremento y la media armónica se aproxima más al valor del testigo, usando el factor de conversión de la corteza.

8. El método del Porcentaje de Meyer tiene como lo más complicado relativamente, elaborar una regresión entre las clases diamétricas y el volumen, utilizando para ello logaritmos de base 10, para cuando dicha relación es una línea recta y aún para los casos en los cuales esta relación no da líneas rectas perfectas. Este método sobrestima el incremento en 4.5% ó 0.5 m³/Ha en el ejemplo.

9. El método de Lachaussee es sumamente sencillo, tan sólo basta sustituir en la fórmula de Lachaussee el volumen, número de árboles y tiempo de paso, este método proporciona además, la incorporación de la masa. Hubo observaciones importantes tales como: la mediana subestima el incremento en un 10.8% equivalente a 1.2 m³/Ha. La media geométrica en 7.2% ó 0.8 m³/ha., pero cabe aclarar que aquí intervino un factor de conversión de la corteza, el cual es necesario usar cuando se trabaja con este parámetro.

En este caso se utilizó el factor de conversión de la corteza más frecuente por clase diamétrica, determinado de acuerdo con Loetsch y que fue de 1.1; si se utiliza un promedio de los mismos, este baja a 1.07.

Los conservadores pueden utilizar la media armónica sin considerar el factor de conversión de la corteza; o bien, considerar el promedio de dicho factor.

10. En el método general de tiempo de paso, se utiliza el incremento para obtener mediante una relación el porcentaje de árboles incorporados, utilizándose además el volumen y número de árboles; es sencillo y práctico, dando resultados que subestiman al incremento en 0.9% que equivale a 0.1 m³/Ha en el ejemplo.

11. El método de Kenneth Davis es muy simplista y sólo proporciona resultados aproximados.

12. En síntesis se puede decir que los métodos general de tiempo de paso, rápido de Klepac, Lachaussee y Aguilar son fáciles y proporcionan resultados aceptables. Le

siguen en orden de relativa dificultad y aceptabilidad de resultados los de Meyer, Loetsch, área basal y Hufnagl. finalmente se observó que los métodos de Hoenadl y del porcentaje de Meyer sobrestiman fuertemente el incremento.

BIBLIOGRAFÍA

- Aguilar R., M. 1983(a). "El método de Hufnagl modificado por Aguilar". CIFO-INIF. Uruapan, Michoacán. Notas Técnicas N° 1 (1): 15-21.
- Aguilar R., M. 1983(b). "Un nuevo método para determinar el incremento denominado "Método Aguilar". CIFO-INIF. Uruapan, Michoacán. Notas Técnicas 1 (1): 22-23.
- Aguilar R., M. 1983(c). "Comparación y secuencia de cálculo de diez métodos para determinar el incremento". CIFO-INIF. Uruapan, Michoacán. Notas Técnicas 1 (1): 11-14.
- Caballero D., M. 1970. "Discusión y descripción de una metodología para estimación de los incrementos de Bosques de Coníferas en función del Área Basal". A.M.P.F., A.C. México, D.F. México y sus Bosques: 19-34.
- Husch, B. 1971. Planificación de un Inventario Forestal. D.R.F. Departamento de Montes. FAO, Roma. 136 p.
- Klepac, D. 1976. Crecimiento e Incremento de Árboles y Masas Forestales. Departamento de Enseñanza e Investigación y Servicio en Bosques. UACH Chapingo. México. 365 p.
- Loetsch, F. 1953. "Massen Zuwachsermittlung durch Bohrspanproben unter Anwendung mathematisch-statistischer Methoden". Zeitschrift für Weltforwirtschaft. 3: 77-93 (Alemania).
- Loetsch, F. and K. E. Haller. 1973. Forest Inventory. Vol I. 2° edición. (versión en inglés de E.F. Brünning). BLV Verlagsgesellschaft. München. 436 p.
- Loetsch, F.; F. Zöhler and K. E. Haller. 1973. Forest Inventory. Vol. II. (versión en inglés de E.F. Brünning) BLV Verlagsgesellschaft. München. 472 p.

Spurr, H. S. 1952. Forest Inventory. John Wiley and Sons. New York. 476 p.

Villa-Salas, A. B. 1963. Cálculo de incrementos en los bosques de coníferas. INIF, Bol. Téc. N° 11. México, D.F. 36 p.

Villa-Salas, A. B. 1970. Una metodología para la medición y el cálculo del incremento en bosques de coníferas. I.N.F. México, D.F. Publicación N° 17. 40 p.

AGRADECIMIENTOS

Los autores expresan un especial agradecimiento al Lic. Javier Sosa Cedillo y al Ing. Carlos E. González Vicente, por el particular empeño que pusieron para la mejor presentación de este artículo.