

# SISTEMA DE CUBICACIÓN PARA EL GÉNERO *Pinus* EN LA UCODEFO No. 7 "NOROGACHI-GUACHOCHI", CHIHUAHUA

Pompa Garcia Marin.<sup>1</sup>  
Velázquez Martínez Alejandro.<sup>2</sup>  
Ramírez Maldonado Hugo.<sup>2</sup>  
Rodríguez Franco Carlos.<sup>3</sup>  
Serrano Gálvez Enrique.<sup>3</sup>

## RESUMEN

El estudio presenta un sistema de cubicación para las especies del género *Pinus* de la Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal (UCODEFO) No. 7 "Norogachi-Guachochi", en el estado de Chihuahua.

Dicho sistema está constituido por ecuaciones para estimar el volumen de fuste total (con y sin corteza), volumen rollo total árbol, diámetros a lo largo del fuste, por medio de ecuaciones de ahusamiento y volúmenes comerciales con corteza a diferentes diámetros límites, generados mediante la integración matemática de las ecuaciones de ahusamiento.

El mejor ajuste para volumen rollo total árbol y fuste total fue para el modelo de la variable combinada logarítmica, mientras que para las ecuaciones de ahusamiento el mejor ajuste correspondió al modelo "Cielito1", mostrando los resultados, en todos los casos, ajustes y estimaciones satisfactorias.

Por lo anterior se concluye que la alta asociación entre las variables de diámetros (normal y parcial) y alturas (parcial y total) con volumen, permite utilizarlas como variables independientes para formular sistemas de ecuaciones que estimen el volumen de árboles con mayor precisión.

**Palabras clave:** Cubicación, *Pinus*, Chihuahua.

## ABSTRACT

This study was carried out aimed at obtaining an equations system to predict individual tree volume outside bark, and both outside and inside total stem volume for pine trees growing at the Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal No. 7 (UCODEFO No. 7) "Norogachi-Guachochi", in the Chihuahua region.

Taper equations were developed to estimate outside and inside commercial volume at different stem heights, through the mathematical integration of such equations.

The best model to estimate total tree volume and total bole volume, was the logarithmic combined variable model. The taper equation that better fitted the data, was the "Cielito1" model.

The achieved results permit to reach the conclusion that there is a high degree of association between diameter at breast height (dbh and top end) and height (top end and total) with tree volume. For this reason they can be used to integrate an equations system to predict more accurately the estimated volumes.

**Key words:** Cubic volume, *Pinus*, Chihuahua State.

---

<sup>1</sup> Ingeniero Forestal. División de Ciencias Forestales. Universidad Autónoma Chapingo.  
<sup>2</sup> Profesor Investigador Adjunto. Programa Forestal. Colegio de Postgraduados.  
<sup>3</sup> Profesor Colaborador. Programa Forestal. Colegio de Postgraduados.



## INTRODUCCIÓN

Dentro de la Dasonomía, la rama de los inventarios forestales acusa un alto grado de transformación. Los nuevos procedimientos de cuantificación forestal proporcionan continuamente nuevos elementos de cambio sin menoscabo de la validez y la confiabilidad estadística de los resultados.

El empleo de los sistemas de ecuaciones para estimación de volúmenes de árboles en pie, de aplicación sencilla, es ejemplo de una de tales técnicas. A través de un mayor y mejor uso de metodologías estadísticas, particularmente de los procedimientos de regresión, dichas ecuaciones han permitido alcanzar considerables reducciones de costos, sin tener que disminuir la precisión de los estimadores (Caballero, 1970).

La Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal No. 7 del estado de Chihuahua, en su complejo ecológico vegetal, está limitada en su conocimiento veraz del potencial productivo de pinos en la región. La necesidad de estudios justificativos para el aprovechamiento racional de este valioso recurso forestal maderable, hacen imperativa la elaboración de un conjunto de ecuaciones de cubicación para el género *Pinus*, en el área de "Nogochi-Guachochi", Chihuahua, conforme al siguiente objetivo: Generar un sistema de cubicación para arbolado en pie (SCAP), del género *Pinus*, con un alto índice de confiabilidad en su uso operativo para el área geográfica de interés.

## REVISIÓN DE LITERATURA

### Tablas y ecuaciones de volumen

Las ecuaciones de volumen, representadas en forma de "tablas de volúmenes", se han venido empleando a partir de la segunda mitad del siglo XVIII a la fecha (Husch, 1963). El inicio del uso de las tablas de volúmenes en la forma conocida actualmente, fue en 1804, en Alemania, para la cubicación de especímenes de Haya (*Fagus sylvatica* Mull.) (Husch, 1963).

Las ecuaciones de volumen se basan en dos dimensiones básicas, el diámetro normal y la altura, la cual puede ser total o parcial (correspondiente a la parte comercial del fuste); pueden elaborarse para una sola especie o para grupo de especies, y para una o varias localidades (Husch, 1963).

El mismo autor, define a las "tablas de volúmenes" como una representación tabular del volumen promedio de árboles de acuerdo con una o más dimensiones. Los volúmenes pueden expresarse en unidades como pies cúbicos, pies tabla, cuerdas o metros cúbicos. El propósito de tales tablas es proporcionar una representación del "contenido medio" de árboles en pie, de diversos tamaños y especies.

El volumen se puede relacionar directamente al diámetro y a la altura por medio de gráficas, cartas de alineamiento o ecuaciones. Actualmente el procedimiento normal en la construcción de ecuaciones de volumen es el método directo. Sin embargo, existe la posibilidad de relacionar el diámetro y la altura del árbol a una medida indirecta del volumen, tal como el factor de forma, el cual es el método indirecto, necesariamente más complicado (Rodríguez y Moreno, 1982).

Caballero (1976), señaló que pocas actividades dentro de la Dasonomía se equiparan en importancia a las que se utilizan para la elaboración de *tablas de volúmenes*. Estas constituyen el fundamento de los inventarios forestales, los que a su vez son el cimiento de los métodos de ordenación de montes.

Las etapas fundamentales en construcción de ecuaciones de volúmenes son:

1. Elección de la muestra.
2. Mediciones de campo.
3. Cálculo de los volúmenes individuales.
4. Construcción de las ecuaciones.

Existen criterios para la clasificación de tablas y tarifas de volúmenes (i.e., ecuaciones de volumen), siendo siete los más sustanciales (Caballero y Frola, 1976).

- Número de variables consideradas.
- Procedimiento de construcción.



- Extensión geográfica del área de aplicación.
- Unidades en que se construyen.
- Cantidad de volumen individual de árboles en que se basan.
- Tipo de material taxonómico que interviene.
- El hecho de que sean aplicables a árboles individuales o masas arboladas.

Caballero en 1973, dio a conocer una metodología conducente a la elaboración de ecuaciones de volúmenes por medio del empleo de la llamada variable combinada, 'Dn<sup>2</sup>H', siguiendo los lineamientos de una ecuación de regresión lineal simple. Para tal efecto, sugiere que el procedimiento que él ejemplifica es recomendable usarlo.

Zepeda *et al.* (1994), proponen ecuaciones para estimar volumen fuste total, rollo total árbol y ramaje, con y sin corteza, así como coeficientes mórnicos cilíndricos para tres pinos del Noroeste de Chihuahua, haciendo uso del modelo de la variable combinada logarítmica, concluyendo que dicho modelo es útil para tal fin.

### Ecuaciones de ahusamiento

El término ahusamiento se emplea para describir la reducción gradual del diámetro del fuste a medida que se aumenta la altura en el mismo, esto es, el perfil longitudinal del exterior del fuste. Las ecuaciones de ahusamiento expresan el diámetro esperado del fuste, con o sin corteza, como una función de la altura total sobre el nivel del suelo, altura total y diámetro normal del árbol. Estas ecuaciones son útiles para cubicar el volumen del fuste hasta cualquier diámetro mínimo deseado, brindando así, mayor flexibilidad que las ecuaciones de volumen, que sirven para estimar solamente la porción de volumen usada para obtener los datos experimentales, a menos que se formulen colateralmente factores de equivalencia de un volumen definido de una manera a otro que también sea de interés (Clutter *et al.*, 1983; Biging, 1984; Kozak, 1988; Newnham, 1992; Kozak y LeMay, 1993).

Al igual que en el caso de las ecuaciones de volumen, las ecuaciones de ahusamiento deben ser específicas para una especie o un grupo de ellas que comparten un hábito de crecimiento similar (Clutter *et al.*, 1983; Morris y Forslund, 1992; Torres *et al.*, 1993).

La región geográfica, por las condiciones ambientales del medio, puede afectar el hábito de crecimiento de árboles aun de la misma especie, por eso también deben considerarse diferencias de un lugar a otro (Clutter *et al.* 1983, Morris y Forslund 1992, Torres *et al.* 1993), citados por Rentería (1995).

Una vez establecida una función de ahusamiento, mediante la integración matemática, es posible cubicar cualquier segmento del fuste; por ejemplo, las trozas para aserrío y sobre todo para la elaboración de chapa deben tener una longitud definida por el tamaño del torno que se empleará y también un diámetro mínimo en el extremo más pequeño. Una vez definidas esas dimensiones, empleando la ecuación de ahusamiento es posible cubicar las trozas que pueden obtenerse de un fuste y calcular su rendimiento (Demaerschalk, 1972; Avery y Burkhart, 1983; Clutter *et al.*, 1983; Lynch *et al.*, 1992).

A pesar de que el concepto de las ecuaciones de ahusamiento es añejo, en realidad su empleo data de fechas más recientes que el caso de las tablas de volumen y su importancia, ha sido demostrada por muchos científicos forestales. Estas ecuaciones proporcionan:

- Predicciones de diámetros a cualquier altura del fuste.
- Estimaciones de volumen total.
- Estimaciones de volumen comercial y altura comercial hasta cualquier diámetro superior y desde cualquier altura del tocón.
- Estimación de volúmenes de trozas individuales.

Las ecuaciones de ahusamiento reportadas en la literatura pueden ser divididas en dos grandes grupos:



1. Las contribuciones más comunes describen los cambios en diámetro desde el nivel del suelo hasta la punta del árbol mediante funciones simples (Behre, 1923; Matte, 1949; Osumi, 1959, citados por Rentería, 1995); tienen las ventajas de que son fáciles de ajustar, usualmente fáciles de integrar para determinar volumen, y reordenar para el cálculo de altura comercial.
2. Otras aportaciones usan diferentes modelos para varias partes del fuste y unen esos modelos de tal forma, que sus primeras derivadas, son iguales en el punto de intersección. Algunos autores como Ormerod (1973), Max y Burkhart (1976), Demaerschalk y Kozak (1977), Matney y Sullivan (1980), Brink y Von Gadow (1986), citados por Kozak (1988), han usado esta variante con éxito. Su ventaja es que predicen diámetros con menos sesgo que las funciones simples, en la mayor parte del fuste.

Bajo el supuesto de que las porciones inferior, media y superior del fuste asumen por lo general las formas de neiloide truncado y cono. Max y Burkhart (1976) sugirieron que se necesitan tres modelos para describir el ahusamiento del árbol, un modelo para cada segmento del fuste. Estos tres modelos fueron unidos formando uno solo, al que aplicaron regresión polinomial segmentada. En total compararon cuatro modelos, el de Kozak *et al.* (1969) y los demás del tipo segmentado, variando la forma cuadrática y lineal en la variable independiente. Concluyen que los modelos polinomiales segmentados con puntos de unión estimados proporcionan una descripción mejorada del ahusamiento del árbol, cuando son comparados con un modelo cuadrático simple usado en toda la longitud del fuste.

Cao *et al.* (1980), citado por Rentería (1995), compararon dos métodos de estimación de volúmenes comerciales a un diámetro superior especificado o a límites de altura. Los modelos de predicción evaluados fueron tanto modelos de razón de volumen, que dan la razón de volumen comercial a volumen total, así como ecuaciones de ahusamiento, las cuales mediante integración, proporcionan estimaciones de volumen de cualquier segmento del fuste. Se encontró que la ecuación de ahusamiento propuesta estima

de manera consistente volúmenes y diámetros.

Biging (1984), comparó el modelo de ahusamiento sigmoidal segmentado derivado de la función de Chapman-Richards con el modelo polinomial segmentado de Max y Burkhart, para seis especies de coníferas del norte de California. Concluyó que ambos modelos pueden ser integrados a ecuaciones para estimar rendimiento en volumen en pie a diversas alturas del fuste, con similar poder predictivo. Amidon (1984), también propuso un modelo, que en términos de predicción del diámetro, resultó mejor al compararlo con otros, considerados desde simples a complejos, es decir modelos segmentados, en la mayoría de los casos.

Burkhart y Walton (1985), consideraron la factibilidad de incorporar la razón de copa con diámetro normal y altura total en ecuaciones de ahusamiento para plantaciones no aclaradas de pino, comparando el modelo simple de Kozak (1969), con el de regresión polinomial segmentado de Max y Burkhart (1976). Concluyen que el bajo poder predictivo de la razón de copa no justifica su inclusión como una variable predictora. Además, para ese tipo de rodales, una ecuación simple con diámetro normal y altura total como variables independientes, puede ser razonablemente satisfactoria.

Kozak (1988), ajustó ecuaciones de ahusamiento empleando una función continua con variación en el exponente para compensar por las formas de neiloide, paraboloide y cono, a fin de describir la forma del fuste. De esa manera elimina la necesidad de utilizar varias funciones para predecir diámetros sin corteza a diferentes partes del fuste, en función del diámetro normal, altura total y alturas desde el nivel del suelo, además de que presenta un sesgo mínimo, por lo que el poder predictivo es bueno.

Asimismo, Pérez *et al.* (1990) emplearon una función de ahusamiento para *Pinus oocarpa* Schl en Honduras, basándose en una función continua con exponente cambiante para compensar la forma a diferentes secciones del fuste. Encontraron que el punto de inflexión donde la curva de ahusamiento cambia de la forma de neiloide a paraboloide



se presenta al 25% de la altura total. además probaron que no cambia la habilidad de predicción del modelo con diferentes ubicaciones del punto de inflexión.

Un modelo de ahusamiento polinomial fue empleado por Zepeda (1990) para *Pinus patula* Schl. & Cham. en Perote, Veracruz. El autor concluye entre otras cosas, que pese a su aspecto aparatoso; las ecuaciones tanto de volumen como de ahusamiento, reúnen las propiedades necesarias para ser ensayadas con éxito en otras coníferas. Considera que las mejores estimaciones pueden ser obtenidas si se emplea complementariamente el sistema de ecuaciones. Aun cuando es posible obtener estimaciones de volumen comercial a partir de la función de ahusamiento y viceversa, las mejores estimaciones, en cada caso, son logradas con la expresión ex profeso para cada tarea. Considera también que es importante incluir la longitud de copa por su influencia en el ahusamiento. Dicha función fue empleada con buenos resultados para la misma especie en la región de Chignahuapan, Puebla (Zepeda y Almonte, 1994).

Rentería en 1995, desarrolló un sistema de cubicación para *Pinus cooperi* basado en ecuaciones de ahusamiento con información de análisis troncales del INIF en el Estado de Durango. El sistema de cubicación quedó constituido por: una ecuación de volumen total, correspondiendo al modelo de la variable combinada logarítmica y dos ecuaciones de ahusamiento, una de las cuales está ajustada para predecir diámetros desde el tocón y la otra desde el diámetro normal, correspondiendo ambas ecuaciones al modelo "Cielito 2". Al integrar matemáticamente las ecuaciones de ahusamiento, logra una compatibilidad de estimación de volumen con la ecuación de volumen total.

## MATERIALES Y MÉTODOS

### Descripción del área de estudio

**Delimitación y descripción fisiográfica del área.** Los terrenos de la Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal N° 7, tienen una superficie de 767,000 hectáreas y se localizan en la parte suroeste del estado Chihuahua, entre los paralelos 27° 52' y 27° 30' latitud norte y meridianos 106° 30' y 107° 30' longitud oeste.

Políticamente se encuentran situados en los municipios de Urique, Batopilas, Balleza y Guachochi. La organización está integrada por 30 ejidos y mil pequeñas propiedades, con una población de 110,000 beneficiarios, de los cuales el 85% corresponde a la población Rarámuri.

**Orografía.** La Unidad Forestal se encuentra enclavada en lo alto de la Sierra Madre Occidental conocida como Sierra Tarahumara, siendo terrenos bastante accidentados, localizándose elevaciones y depresiones muy irregulares. A pesar de sus variadas serranías abruptas, se localizan grandes mesetas con pendientes moderadas.

**Hidrografía.** La hidrografía de la Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal N° 7 se encuentra situada en dos regiones hidrológicas, de acuerdo a la clasificación del INEGI, que son: RH10 y RH24, ocupando la primera en un 95% y el resto la segunda. En ésta Unidad se localizan las cuencas G y L, quedando anotadas como siguen: RH10G y RH24L.

Dentro de las cuencas hidrográficas antes anotadas se encuentran seis estaciones hidrométricas y en la Unidad Forestal dos estaciones que drenan un volumen medio anual de 968.2 m<sup>3</sup>. En la cuenca hidrográfica RH10G se encuentran los ríos de Urique y Verde, afluentes del río Chinipas, que con el nombre de río Fuerte desemboca en el océano Pacífico.



**Geología y suelos.** La mayor parte de las rocas de la Unidad Forestal son procedentes del último periodo Terciario. Los suelos de origen volcánico, predominando los de color café, como el podzol, kastañozems háplicos y lúvicos, con humus bien distribuido en las capas superiores y material madre suficientemente rico. La profundidad media es de 45 cm.

**Clima.** En términos generales, la temperatura media anual en la Unidad varía entre 8.5 y 11°C; la mínima extrema registrada es de -12.1°C, en tanto que la máxima extrema es de 31.6°C. La cantidad anual de lluvias va desde 730 hasta 1,030 mm.

De acuerdo con la clasificación de Köppen modificada por García (1973) para las condiciones de la república mexicana, el tipo climático que predomina sobre todo en las áreas cubiertas por bosques puede considerarse como Cwbe (Templado subhúmedo con lluvias en verano, con verano fresco y temperatura extremosa).

**Actividades productivas.** La vocación del uso del suelo de la Unidad de Conservación y Desarrollo Forestal No. 7, es forestal; se maneja un potencial productivo de madera de 250,000 metros cúbicos de pino y 80,000 metros cúbicos de encino de forma anual (Fuente: Dirección Técnica).

**Flora y Fauna.** El bosque de esta región está compuesto por vegetación arbórea principalmente de las regiones de clima templado y semifrío con diferentes grados de humedad; por lo común los géneros presentes son: *Pinus*, *Abies*, *Pseudotsuga*, *Quercus*, *Fraxinus* y *Juglans*, entre otros (Fuente: Dirección Técnica).

Las especies de fauna que por naturaleza habitan libremente o en forma silvestre dentro de la Unidad son: *Meleagris gallopavo* (pavo silvestre), *Peromyscus maniculatus* (ratas de campo), *Sciurus aerogaster* (ardillas), *Piloides stricklandi* (pájaro carpintero), *Odcoileus virginianus* (venado cola blanca), *Silvilagus*

*floridanus* (conejo), *Crotalus spp* (vibora de cascabel), *Canis latrans* (coyote), *Lynx rufus* (gato montés), *Procyon lotor* (mapache), *Nasua narica* (tejon), *Falco spaverius* (gavilancillo).

## Metodología

Existen en los terrenos de la Unidad alrededor de diez especies de pinos de porte arbóreo, aunque cabe señalar que sólo se consideraron las especies más comunes y de mayor comercialización. En el Cuadro N° 1 se indican las especies consideradas para el muestreo. La muestra provino de un rango amplio de edades y densidades del área de estudio.

**Esquema de muestreo.** En la presente investigación la toma de datos de campo se basó en un muestreo estratificado. Para tal efecto el área de estudio se dividió en cuatro estratos, fundamentándose tal diseño en la homogeneidad de los hábitos de crecimiento fenotípico de las especies que existen en cada estrato, de acuerdo al conocimiento de los técnicos de la Unidad Forestal (Figura 1 y Cuadro 1).

**Tamaño de muestra.** Para los objetivos del presente estudio, se eligió una muestra preliminar de 50 individuos por estrato y por especie.

De acuerdo al procedimiento propuesto por Lares (1994) para estimar el tamaño de muestra en regresión, se encontró que la muestra preliminar obtenida es suficiente para el cumplimiento de los objetivos.

**Información por árbol.** Para cada árbol se tomó información de control, como predio, número de árbol, especie, fecha y brigada de trabajo. Así mismo, se colectó información específica, como diámetro normal (cm), altura total (m), altura y diámetro del tocón, número de trozas, distribución de producto de cada troza, diámetro mayor (cm), diámetro medio (cm), y diámetro menor (cm) de cada

troza, el grosor de corteza simple (cm), respectivo, así como la longitud de la troza; además se registró el número de ramas comerciales, su diámetro medio y su longitud de rama (m).

**Cubicación del arbolado:** Una vez capturados los datos necesarios se procedió a cubicar cada árbol; para esto, los tocones y las ramas se cubicaron como cilindros, las puntas como conos y las trozas intermedias con la fórmula de Newton:

$$V = (L/6) (S_0 + 4S_m + S_1)$$

Donde:

V = Volumen (m<sup>3</sup>),

L = Longitud de la troza (m)

S<sub>0</sub> = Área de la sección menor de la troza (m<sup>2</sup>)

S<sub>m</sub> = Área de la sección media de la troza (m<sup>2</sup>)

S<sub>1</sub> = Área de la sección mayor de la troza (m<sup>2</sup>).



- |                           |                                     |
|---------------------------|-------------------------------------|
| 1. Ej. Pamachi            | 20. C.P. Cumbres de Sinfirrosa.     |
| 2. Ej. PGuagueyvo.        | 21. C.P. San Miguel "A"             |
| 3. Ej. Guaguachique       | 22. Ej. Guachochi                   |
| 4. Ej. Gpe. Coronado.     | 23. Ej. Caborachi                   |
| 5. Ej. C. de la Barranca. | 24. Ej. Tecorichi                   |
| 6. Ej. Corareachi.        | 25. Ej. Las Delicias.               |
| 7. Ej. La Renga           | 26. Ej. Guazarachi                  |
| 8. Ej. Samachique.        | 27. Ej. La Soledad.                 |
| 9. Ej. Tatahuichi.        | 28. Ej. Agostadero de Aguirre       |
| 10. Ej. Norogachi.        | 29. Ej. Quirare.                    |
| 11. Ej. Munerachi.        | 30. C.P. La Unión o Mesa de orpínel |
| 12. Ej. Aboreachi.        | 31. C.P. Cumbres de Guerachi.       |
| 13. Ej. Sehuerachi        | 32. Ej. Tuceros                     |
| 14. Ej. Papajichi.        | 33. C.P. San Miguel "B"             |
| 15. Ej. Yoquivo           | 34. C.P. Ajolotes                   |
| 16. Ej. Tonachi.          | 35. C.P. Adic. Diversos             |
| 17. Ej. Rocheachi.        | 36. C.P. Agua Blanca.               |
| 18. Ej. Guirichiqu.e      | 37. C.P. A. de Barbechitos          |
| 19. Ej. Santa Anita       | 38. C.P. San Isidro.                |

**ESTRATO 1:** 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 11, 15, 18, 19, 20, 29, 31, 32, 33, 36, 37, 38

**ESTRATO 2:** 9, 12, 13, 15, 16, 17

**ESTRATO 3:** 21

**ESTRATO 4:** 10, 14, 22, 23, 24, 25, 26, 27, 28, 30, 35

Figura 1. Mapa que muestra los estratos definidos del área de estudio.



**Cuadro 1.** Especies consideradas para el muestreo por cada estrato.

ESTRATO	ESPECIE
Estrato 1	<i>P. arizonica</i>
Estrato 1	<i>P. duranguensis</i>
Estrato 2	<i>P. arizonica</i>
Estrato 2	<i>P. duranguensis</i>
Estrato 2	<i>P. leiophylla</i>
Estrato 3	<i>P. arizonica</i>
Estrato 4	<i>P. arizonica</i>
Estrato 4	<i>P. chihuahuana</i>
Estrato 4	<i>P. duranguensis</i>
Estrato 4	<i>P. engelmanni</i>
Estrato 4	<i>P. lumholtzii</i>

**Modelos matemáticos que se ensayaron**

Una vez contando con los datos de cubicación, se obtuvo las ecuaciones de volumen mediante un ajuste de modelos a través de la técnica de regresión, por el método de cuadrados ordinarios y mínimos cuadrados no lineales. De esta manera, los modelos considerados fueron:

**Para volúmenes totales**

**ECUACIONES ARITMÉTICAS**

De la variable	$V = a + bD^2A + E$
Combinada	
Australiana	$V = a + bD^2 + cA + dD^2A + E$
Meyer modificada	$V = a + bD + cDA + dD^2 + eD^2A + E$
Comprensible	$V = a + bD + cDA + dD^2 + eA + fD^2A + E$
De Naslund	$V = abD^2 + cD^2A + dA^2 + eDA^2 + E$
De Takata	$V = D^2A / (a + bD) + E$

**Cuadro 2a.** Modelos ensayados para ecuaciones de volumen total.

MODELOS LOGARÍTMICOS	
De Schumacher	$V = aD^b A^c \exp(E)$
De Korsun	$V = a(D+1)^b A^c \exp(E)$
Modelo de Dwight	$V = aD^b A^{(c-b)} \exp(E)$
De la variable combinada	$V = a(D^2A)^b \exp(E)$
Modelo de Thornber	$V = a(A/D)^b D^2 A \exp(E)$

Donde:

- V = Volumen (m<sup>3</sup>).
- D = Diámetro normal (m).
- A = Altura total (m).
- a-f = Parámetros a estimar.
- E = Error.

**Para volúmenes comerciales**

Las ecuaciones de volumen comercial aplicaron las de ahusamiento, cuya integración predice volúmenes comerciales hasta cualquier punto del fuste o diámetro límite mínimo. En general, estas ecuaciones deben cumplir las siguientes características:

- > Cuando la altura parcial es igual a la altura total el diámetro a predecir debe ser cero.
- > A 1.3 m de altura debe predecir el diámetro normal.
- > Abajo de 1.3 m de altura debe predecir diámetros mayores al diámetro normal.

Bajo la anterior premisa, los modelos probados se presentan a continuación:

**Cuadro 2b.** Modelos ensayados para ecuaciones de volumen total.

No.	AUTOR	MODELO
1	Bennet y Swindel (1972)	$d = \beta_1 D [(H-h)/(H-1.3)] + \beta_2 (H-h)(h-1.3) + \beta_3 H(H-h)(h-1.3) + \beta_4 (H-h)(h-1.3)(H+h-1.3)$
2	Demaerschalk (1972)	$d = 10^{10} D^{\beta_1} (H-h)^{\beta_2} H^{\beta_3}$
3	Kozac y otros (1976)	$d^2/D^2 = \beta_0 + \beta_1(h/H) + \beta_2(h/H)^2$
4	Max y Burkhart (1976)	$d^2/D^2 = \beta_1(h/H-1) + \beta_2(h^2/H^2-1) + \beta_3(a_1-h/H)^2 I_1 + \beta_4(a_2-h/H)^2 I_2$ donde: $a_i$ = puntos de unión del submodelo, $i=1,2$ $I_1 = 1$ si $h/H \leq a_i$ $I_2 = 0$ si $h/H > a_i$
5	Clutter (1980)	$d = \beta_1 D^{1/2} H^{1/3} (H-h)^{1/4}$
6	Biging (1984)	$d = D \{ \beta_1 + \beta_2 \ln(1 - \lambda (h/H)^{1/3}) \}$ , donde $\lambda = 1 - \exp(-\beta_1/\beta_2)$
7	Amidon (1984)	$d = \beta_1 (D(H-h)/(H-1.3)) + \beta_2 (H^2 - h^2)(h-1.3)/H^2$
8	Cielito1 (Renteria1995)	$d^2/D^2 = \beta_1(X) + \beta_2(X)^2 + \beta_3(X)^3$ , donde: $X = (H-h)/H$
9	Cielito2 (Renteria1995)	$d^2/D^2 = \beta_0 + \beta_1(X) + \beta_2(X)^2 + \beta_3(X)^3 + \beta_4(X)^4$ , donde: $X = h/H$
10	Cielito3 (Renteria1995)	$d^2/D^2 = \beta_1(X) + \beta_2(X)^{1/3}$ , donde: $X = (H-h)/H$



Donde:

- h = altura parcial en m.
- d = diámetro sin corteza a la altura parcial h, en cm.
- D = diámetro normal en cm.
- H = Altura total en m.
- $\beta_i$  = Coeficientes de regresión del modelo.

### Criterios para la selección de Modelos

Los criterios empleados en la selección de modelos, fueron los siguientes, tratándose que se cumplieren al menos dos ó más de ellos:

- 1)  $R^2$  o Pseudo  $R^2$  alto (cercano a uno).
- 2)  $s^2 = \sigma^2 =$  Cuadrado medio del error, bajo.
- 3) Coeficientes de regresión significativos (diferentes de cero).
- 4) Dispersión de los residuales sin ninguna tendencia no aleatoria (que fluctúen al azar alrededor de cero).
- 5) Consideraciones particulares (interpretación biológica).

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Ecuaciones de volumen total

El ajuste de modelos se realizó mediante el paquete estadístico SAS (1988). En general todos los modelos presentaron buen ajuste, pues tienen valores altos de  $R^2$  y ajuste significativo, pero por menor suma de cuadrados del error y discriminando los modelos contrastados por el cuadrado medio del error, como una medida de la varianza, resultó mejor la versión logarítmica de la variable combinada, máxime que presenta un menor error estándar en sus parámetros, siendo altamente significativos.

Los análisis de varianza, en todos los casos, sugieren una asociación altamente

significativa ( $\geq 0.0001$ ) entre "log(volumen)" y "log( $Dn^2A$ )" y muestran que los modelos ensayados contribuyeron a estimar con precisión la variable dependiente, por lo que es posible rechazar la hipótesis nula de que "log( $Dn^2A$ )" no tiene influencia sobre "log(volumen)".

De acuerdo con esto último, de no ser por un evento aleatorio con probabilidad 1/10,000, "no existe" un valor crítico de 'F' tal que el valor calculado de éste estadístico se ubique en la región de "no rechazo" de la hipótesis nula.

Puesto que en estadística la confiabilidad de un estimador puede ser medida por su error estándar, se concluye que los estimadores de los parámetros poblacionales de las ecuaciones obtenidas son confiables, dada su alta significancia.

Como consecuencia de lo anterior, los coeficientes de las ecuaciones obtenidas son insesgados (i.e., en muestras repetidas sus valores promedio serán iguales a los verdaderos valores poblacionales) y consistentes (i.e., a medida que el tamaño de muestra aumenta indefinidamente, los estimadores convergerán a los valores poblacionales verdaderos), pero no son eficientes (i.e., de mínima varianza, ni para muestras grandes o pequeñas) (Gujarati, 1984).

En el análisis de residuales realizado se observa que éstos fluctúan alrededor de cero, sin presentar evidencias de alguna tendencia, que es lo deseado, reforzando el hecho de que los modelos son buenos.

Con relación al modelo utilizado, Zepeda (1990) señala como límites posibles para su uso generalizado, su capacidad para modelar fielmente arbolado de pequeñas dimensiones, i.e., alrededor de  $D=0$  y  $H=1,3$  y la estimación de ' $\beta_0$ ' insesgado, manteniendo homoscedásticos los residuales.

En el Cuadro 3 se presentan los resultados resumidos para ecuaciones de volumen total.



**Cuadro 3.** Ecuaciones resultantes para volumen total.

ESTRATO	ESPECIE	VOLFCC	VOLFSC	VOLRTA
E1	<i>P. arizonica</i>	$V = 0.4369376(D^2A)^{0.995602}$	$V = 0.3479909(D^2A)^{1.030523}$	$V = 0.4718005(D^2A)^{1.031907}$
	<i>P. duranguensis</i>	$V = 0.4723179(D^2A)^{0.938005}$	$V = 0.3841474(D^2A)^{0.974314}$	$V = 0.5501095(D^2A)^{0.91396}$
E2	<i>P. arizonica</i>	$V = 0.4663028(D^2A)^{0.974019}$	$V = 0.3674868(D^2A)^{1.004889}$	$V = 0.5526392(D^2A)^{0.978196}$
	<i>P. duranguensis</i>	$V = 0.4558639(D^2A)^{1.004752}$	$V = 0.3642008(D^2A)^{1.042434}$	$V = 0.5207183(D^2A)^{1.011498}$
	<i>P. leiophylla</i>	$V = 0.461464(D^2A)^{1.001808}$	$V = 0.3500606(D^2A)^{1.036718}$	$V = 0.5345773(D^2A)^{0.996433}$
E3	<i>P. arizonica</i>	$V = 0.4386274(D^2A)^{0.972889}$	$V = 0.3485021(D^2A)^{0.994034}$	$V = 0.4723854(D^2A)^{1.028241}$
E4	<i>P. arizonica</i>	$V = 0.4711621(D^2A)^{0.968927}$	$V = 0.3733899(D^2A)^{1.011699}$	$V = 0.5387595(D^2A)^{0.962464}$
	<i>P. chihuahuana</i>	$V = 0.4938394(D^2A)^{0.911928}$	$V = 0.3675018(D^2A)^{0.968624}$	$V = 0.5551716(D^2A)^{0.915363}$
	<i>P. duranguensis</i>	$V = 0.5253141(D^2A)^{0.921130}$	$V = 0.4348575(D^2A)^{0.960829}$	$V = 0.5995979(D^2A)^{0.922726}$
	<i>P. engelmanni</i>	$V = 0.4722475(D^2A)^{1.018796}$	$V = 0.3590614(D^2A)^{1.081512}$	$V = 0.5539294(D^2A)^{1.030199}$
	<i>P. lumholtzii</i>	$V = 0.4795673(D^2A)^{0.950826}$	$V = 0.393676(D^2A)^{0.969907}$	$V = 0.5340787(D^2A)^{0.948634}$

Donde:

V = Volumen (m<sup>3</sup>).  
 Dactylon = Diámetro normal en (m)  
 A = Altura total (m)

VOLFCC = Volumen del fuste con corteza (m<sup>3</sup>)  
 VOLFSC = Volumen del fuste sin corteza (m<sup>3</sup>)  
 VOLRTA = Volumen rollo total árbol (m<sup>3</sup>)

**Ecuaciones de ahusamiento**

Todos los modelos del Cuadro 2b fueron ajustados a partir de la altura del tocón (0.3 m). En términos generales, éstos modelos describen con diferente grado de precisión el perfil del árbol como se discutirá posteriormente.

Es común que para comparar la habilidad predictiva en modelos de ahusamiento se usen indicadores diferentes a los estadísticos del análisis de varianza. Para el presente estudio se procedió de manera similar, pero considerando las máximas diferencias absolutas entre diámetros observados y estimados por árbol, de tal manera que se tiene un índice de comparación (IC), definido por:

$$IC = \frac{\text{Max}(\text{diám obs} - \text{diám est}) + \text{Max}(\text{diám obs} - \text{diám est})}{\text{diám obs} \cdot \text{altura parcial} \cdot n}$$

Donde: n = número de árboles.

El IC considera las máximas diferencias que indican el peor ajuste del modelo en cada árbol, y se pondera por el diámetro y la altura donde se presenta esa diferencia, considerando que una diferencia dada no tiene el mismo efecto si se presenta en la base, en la mitad o en la punta del fuste. Es así como valores menores de IC indican mayor precisión del modelo, y por ende en la estimación de diámetros a diferentes alturas del fuste.

De los análisis de varianza realizados, se puede concluir que a pesar de que algunos modelos presentan R<sup>2</sup> o pseudo R<sup>2</sup> altos, su eficiencia predictiva en términos de IC no es lo alto que se desea. Tal es el caso de los modelos (1), (5), (6), (7) y (10), debido a sobrestimaciones en el diámetro del tocón y la punta principalmente. En relación a (2) y (3) están a un nivel intermedio, mientras que (8) presenta un R<sup>2</sup> alto combinado con valores bajos de CME y SCE, y además su habilidad predictiva en IC es sumamente buena, solo por debajo de (4), que aunque superior a todos, pues combina alto pseudo R<sup>2</sup> con valores bajos de CME, SCE e IC, presenta problemas de significancia en sus parámetros (intervalos de confianza muy grandes), a diferencia de (8) donde son éstos altamente significativos. Estos últimos son los que, en el peor de los casos, mejor describen el perfil del fuste a partir del diámetro del tocón.

Es así como, con base en la discusión anterior, donde (4) presenta mayor complejidad



y menos parsimonia, se considera a (8) como el modelo que mejor predice diámetros a diferentes alturas del fuste y por ende mejor simula el ahusamiento del género *Pinus* de la UCODEFO # 7.

En las figuras generadas, se observa la bondad de ajuste del citado modelo para los valores observados y esperados de  $d^2/D^2$  contra la altura relativa  $h/H$ , detectándose el problema de ajuste en la punta del fuste, debido a que en este segmento se presenta un ahusamiento muy pronunciado y difícil de simular, aún por los modelos más complejos; por ésta razón es importante considerar dicha imprecisión al tratar de predecir diámetros en éste segmento del fuste.

La dispersión de residuales de la relación  $d^2/D^2$  contra la altura relativa  $h/H$ , para el ajuste, presentan fluctuación alrededor de cero, sin evidencia de alguna tendencia que pudiera violar los supuestos de regresión. Se graficaron perfiles del árbol, donde se puede apreciar que el modelo simula satisfactoriamente el perfil a lo largo del fuste, por lo que se considera consistente al describir el ahusamiento.

Las ecuaciones definidas por estrato para cada especie se asignan en el Cuadro 4. En dichas expresiones, queda implícito el índice de esbeltez del fuste ( $H/D$ ), mediante su inverso, es decir,  $D/H$ , como una medida de la proporcionalidad de esas dimensiones. Además, para cuando  $h = H$ , el diámetro estimado es cero, lo que indica la suma de sus coeficientes, cumpliendo esta restricción.

**Cuadro 4.** Ecuaciones resultantes de ahusamiento.

ESTRATO	ESPECIE	MODELO
E1	<i>P. arizonica</i>	$d^2/D^2 = 1.863((H-h)/H) - 2.930((H-h)/H)^2 + 2.468((H-h)/H)^3$
	<i>P. duranguensis</i>	$d^2/D^2 = 1.896((H-h)/H) - 3.018((H-h)/H)^2 + 2.503((H-h)/H)^3$
E2	<i>P. arizonica</i>	$d^2/D^2 = 1.389((H-h)/H) - 1.307((H-h)/H)^2 + 1.404((H-h)/H)^3$
	<i>P. duranguensis</i>	$d^2/D^2 = 1.834((H-h)/H) - 2.757((H-h)/H)^2 + 2.400((H-h)/H)^3$
	<i>P. leiophylla</i>	$d^2/D^2 = 1.573((H-h)/H) - 1.836((H-h)/H)^2 + 1.749((H-h)/H)^3$
E3	<i>P. arizonica</i>	$d^2/D^2 = 1.335((H-h)/H) - 1.515((H-h)/H)^2 + 1.596((H-h)/H)^3$
E4	<i>P. arizonica</i>	$d^2/D^2 = 1.822((H-h)/H) - 2.435((H-h)/H)^2 + 2.031((H-h)/H)^3$
	<i>P. chihuahuana</i>	$d^2/D^2 = 1.281((H-h)/H) - 1.041((H-h)/H)^2 + 1.207((H-h)/H)^3$
	<i>P. duranguensis</i>	$d^2/D^2 = 1.851((H-h)/H) - 2.363((H-h)/H)^2 + 1.981((H-h)/H)^3$
	<i>P. engelmanni</i>	$d^2/D^2 = 1.656((H-h)/H) - 1.647((H-h)/H)^2 + 1.433((H-h)/H)^3$
	<i>P. lumholtzii</i>	$d^2/D^2 = 1.510((H-h)/H) - 1.595((H-h)/H)^2 + 1.607((H-h)/H)^3$

Donde:

- h = altura parcial en m.
- d = diámetro con corteza a la altura parcial h, en cm.
- D = diámetro normal en cm.
- H = Altura total en m.

#### Generación de ecuaciones de volumen

La estimación de volúmenes totales de árboles, generalmente se realiza mediante ecuaciones de volumen, sin embargo, es creciente la necesidad de estimar volúmenes

comerciales, es decir, el contenido maderable desde el tocón hasta un diámetro o altura límite en el fuste. Cuando las ecuaciones para estimar diferentes volúmenes comerciales son ajustadas independientemente, a menudo producen estimaciones inconsistentes para un sólo árbol. Ya que el perfil del fuste afecta de manera considerable los volúmenes comerciales, las ecuaciones de ahusamiento toman relevancia, pues al ser integradas, pueden ser usadas para predecir volúmenes comerciales hasta cualquier punto del fuste o diámetro mínimo límite (Cao *et al.*, 1980).



Una ecuación de ahusamiento compatible cuando es integrada genera estimaciones de volumen total idénticas a las obtenidas por una ecuación de volumen existente (Demaerschalk, 1972; Avery y Burkhart, 1983).

**Cuadro 5.** Ecuaciones que componen el sistema de cubicación.

ESTRATO	ESPECIE	ECUACIONES DE VOLUMEN COMERCIAL A LA ALTURA LIMITE h (m <sup>3</sup> )
E1	<i>P. arizonica</i>	$V = (\pi D^2)/4 [1.863h(1-h/2H) - 2.930h(1-h/H) + 2.468h(1-1.5h/H + h^2/H^2 - h^3/4H^3)]_{h_1}^{h_2}$
	<i>P. duranguensis</i>	$V = (\pi D^2)/4 [1.896h(1-h/2H) - 3.018h(1-h/H) + 2.503h(1-1.5h/H + h^2/H^2 - h^3/4H^3)]_{h_1}^{h_2}$
E2	<i>P. arizonica</i>	$V = (\pi D^2)/4 [1.389h(1-h/2H) - 1.307h(1-h/H) + 1.404h(1-1.5h/H + h^2/H^2 - h^3/4H^3)]_{h_1}^{h_2}$
	<i>P. duranguensis</i>	$V = (\pi D^2)/4 [1.834h(1-h/2H) - 2.757h(1-h/H) + 2.400h(1-1.5h/H + h^2/H^2 - h^3/4H^3)]_{h_1}^{h_2}$
	<i>P. leiophylla</i>	$V = (\pi D^2)/4 [1.573h(1-h/2H) - 1.836h(1-h/H) + 1.749h(1-1.5h/H + h^2/H^2 - h^3/4H^3)]_{h_1}^{h_2}$
E3	<i>P. arizonica</i>	$V = (\pi D^2)/4 [1.335h(1-h/2H) - 1.515h(1-h/H) + 1.596h(1-1.5h/H + h^2/H^2 - h^3/4H^3)]_{h_1}^{h_2}$
E4	<i>P. arizonica</i>	$V = (\pi D^2)/4 [1.822h(1-h/2H) - 2.435h(1-h/H) + 2.031h(1-1.5h/H + h^2/H^2 - h^3/4H^3)]_{h_1}^{h_2}$
	<i>P. chihuahuana</i>	$V = (\pi D^2)/4 [1.281h(1-h/2H) - 1.041h(1-h/H) + 1.207h(1-1.5h/H + h^2/H^2 - h^3/4H^3)]_{h_1}^{h_2}$
	<i>P. duranguensis</i>	$V = (\pi D^2)/4 [1.851h(1-h/2H) - 2.363h(1-h/H) + 1.981h(1-1.5h/H + h^2/H^2 - h^3/4H^3)]_{h_1}^{h_2}$
	<i>P. engelmanni</i>	$V = (\pi D^2)/4 [1.656h(1-h/2H) - 1.647h(1-h/H) + 1.433h(1-1.5h/H + h^2/H^2 - h^3/4H^3)]_{h_1}^{h_2}$
	<i>P. lumholtzii</i>	$V = (\pi D^2)/4 [1.510h(1-h/2H) - 1.595h(1-h/H) + 1.607h(1-1.5h/H + h^2/H^2 - h^3/4H^3)]_{h_1}^{h_2}$

Con base en los razonamientos anteriores, se procedió a integrar las ecuaciones de ahusamiento del Cuadro 4, a fin de generar un sistema de ecuaciones que estimen volúmenes comerciales a alturas límite o cualquier segmento del fuste. Las ecuaciones resultantes, finalmente se presentan en el Cuadro 5.

Donde:

- // = Valor PI (3.141516)
- V = Volumen con corteza (m<sup>3</sup>).
- hi = altura parcial en m.
- D = diámetro normal en cm.
- H = Altura total en m.

## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

De acuerdo con los resultados obtenidos en el presente estudio, es posible inferir las conclusiones y recomendaciones siguientes:

- 1 La alta asociación entre las variables diámetro normal y altura total con volumen, permite utilizarlas como variables independientes para formular ecuaciones que estimen el volumen de árboles.
- 2 El tamaño de muestra empleada se encuentra dentro de los límites recomendados para dar confiabilidad a los resultados del presente trabajo.



3 El modelo de la variable combinada en su versión logarítmica presentó el mejor ajuste sobre otros modelos de uso más generalizado en la construcción de ecuaciones de volumen total para arbolado del género *Pinus* de la UCODEFO No. 7 "Norogachi-Guachochi", Chihuahua, por lo que a partir de éste se puede construir una tabla de volúmenes local, o realizar estimaciones con aplicación directa de la ecuación.

4 El perfil del fuste es posible simularlo y hacer estimaciones de diámetros a diferentes alturas del fuste mediante modelos de ahusamiento. El modelo de ahusamiento "Cielito" predice satisfactoriamente el diámetro con corteza a lo largo del fuste para arbolado del género *Pinus* de la UCODEFO No. 7 "Norogachi-Guachochi", Chihuahua, por lo que es útil para cuantificar las distribuciones de productos del fuste con mayor precisión.

5 Es posible generar ecuaciones para estimar volúmenes comerciales a alturas límite y volúmenes del fuste total mediante la integración matemática de las ecuaciones de ahusamiento.

6 Las ecuaciones obtenidas son aplicables en la región geográfica cubierta por la muestra. Sin embargo, la metodología expuesta puede ser usada para la preparación de ecuaciones en otras áreas similares.

## REFERENCIAS

Amidon, E. L. A general taper functional form to predict bole volume for five mixed conifer species in California. *For. Sci.*, 1984. **30** (1): 166-171.

Avery T., E. and H. E. Burkhart. *Forest measurements*. McGraw-Hill Co. USA, 1983. 330 p.

Behre C. E. Preliminary notes on studies of tree form. *J. For.*, 1923. **21**:507-511.

Biging G., S. Taper equations for second-growth mixed conifers of Northern

California. *For. Sci.*, 1984. **30** (4): 1103-1117.

Burkhart H., E. and S. B. Walton. 1985. Incorporating crown ratio into taper equations for loblolly pines trees. *For. Sci.*, 1985. **31** (2): 478-484.

Caballero D., M. *Empleo de coeficientes mórficos en la elaboración de tablas de volumen de cedro rojo*. INIF, SFF, SAG. México, 1970. 28 p.

Caballero D., M. Elaboración de tablas de volumen por medio del empleo de la variable combinada. *Revista Bosques*, 1973. **8** (1): 14-27.

Caballero D., M.; S. Frola P. *Análisis de un caso práctico relativo a la elaboración de tablas de volumen de aplicación directa a rodales*. Pub. No. 35. Dirección General del Inventario Nacional Forestal, SFF, SAG, México, 1976. 35 p.

Cao, Q. V.; H.E. Burkhart and T. A. Max. Evaluation of two methods for cubic-volume prediction of loblolly pine to any merchantable limit. *For. Sci.*, 1980. **26** (1): 71-80.

Clutter J. L.; L.C Forston; G.V Pienaar; H. Brister and R. L. Bailey. *Timber management: a quantitative approach*. John Wiley & Sons Inc. USA, 1983. 333 p.

Demaerschalk J., P. Converting volume equations to compatible taper equations. *For. Sci.*, 1972. **18** (3): 241-245.

Demaerschalk J. P. and A. Kozak. The whole-bole system: a conditioned dual-equation system for precise prediction of tree profiles. *Can. J. For. Res.*, 1977. **7**:488-497.

García, E. *Modificaciones al sistema de clasificación climática de Köppen; para adaptarlo a las condiciones de la República Mexicana*. Instituto de Geografía, UNAM, México, 1973. 243 p.



- Graybill F., A. *Theory and application of the linear model*. California: Duxbury Press., 1976. 704 p.
- Gujarati, D. *Econometría Básica*. Mc-Graw Hill. México, 1984. 463 p.
- Husch, B. *Forest mensuration and statistics*. New York: Ronald Press., 1963. 474 p.
- Kozak, A., D. Munro and J.H.G. Smith. Taper functions and their application in forest inventory. *For. Chron.*, 1969. **45** (4): 278-283.
- Kozak, A. A variable-exponent taper equation. *Can. J. For. Res.*, 1988. **18**: 1363-1368.
- Lares Z, M.A. *Estimación del tamaño de muestra en regresión y modificación de los modelos de Schumacher y el de la variable combinada logarítmica*. Tesis de Licenciatura. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México, 1974. 36 p.
- Lynch, T.B., S.T Chang and J.P. Chandler. Estimation of individual tree volume by importance sampling and antithetic variates from the cylindrical shells integral. *Can. J. For. Res.*, 1992. **22**:326-335.
- Matney, T.G. and A. D. Sullivan. *Estimation of merchantable volume and height of natural grown slash pine trees*. In: Proceedings of Arid Land Resources Inventories Workshop, La Paz, México, 1980. (Gen. Tech. Rep. N°-28.) Pp.464-470.
- Matte, L. The taper of coniferous species with special reference to loblolly pine. *For. Chron.*, 1949. **25**: 21-31.
- Max, T.A. and H.E Burkhardt. Segmented polynomial regression applied to taper equations. *For. Sci.*, 1976. **22** (3): 283-289.
- Morris, D. M. and R. R. Forslund. The relative importance of competition, microsite, and climate in controlling the stem taper and profile shape in jack pine. *Can. J. For. Res.*, 1992. **22**: 1999-2003.
- Ormerod, D. W. A simple bole model. *For. Chron.*, 1973. **49**:136-138.
- Osumi, S. Studies on the stem form of the forest trees. I. *J. Jpn. For. Soc.*, 1959. **41**: 471-479.
- Pérez, D. N., H.E. Burkhardt and C. T. A. Stiff. Variable-form taper function for *Pinus oocarpa* Schiede in Central Honduras. *For. Sci.*, 1979. **36** (1): 186-191.
- Rentería, A.J.B. *Sistema de cubicación para Pinus cooperi blanco mediante ecuaciones de ahusamiento en Durango*. Tesis de Maestría en Ciencias. Universidad Autónoma Chapingo. Chapingo, México, 1995. 77 p.
- Rodríguez, F.C. y R. Moreno S. *Elaboración de tablas de volúmenes a través de análisis troncales para Pinus montezumae Lamb., en el C. E. F. San Juan Tetla, Puebla*. Boletín Técnico. México, 1982. 37 p.
- Torres, R.J.M.; S. O. Magaña T. y A. G. Valles. *Funciones de ahusamiento para 8 especies forestales del Estado de México*. 1er. Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales. Resúmenes de Ponencias Saltillo, Coah., 1993. Pp. 15.
- Zepeda B.E.M. *Predictor de rendimientos maderables de Pinus patula Schl. & Cham., de Perote, Ver., México*. Tesis de Maestría. Programa Forestal. Colegio de Postgraduados, Chapingo, México, 1990. 331 p.
- Zepeda, B.E.M., S. Veruette B. y S. Esparza P. *Ecuaciones para estimar volumen fuste total, rollo total árbol, ramaje y coeficientes mórfoicos de tres especies del noroeste de Chihuahua*. Serie de Apoyo Académico N° 49. DICIFO. Universidad Autónoma Chapingo, Chapingo, México, 1974. 37 p.