

# ECUACIONES ADITIVAS PARA ESTIMAR COMPONENTES DE VOLUMEN PARA *Pinus teocote* Schl. DE DURANGO, MÉXICO

José Cruz Contreras Aviña<sup>1</sup> y José de Jesús Nívar Cháidez<sup>1</sup>

## RESUMEN

La cuantificación con ecuaciones confiables de los componentes de volumen del árbol es una herramienta clave para entender los principales productos y servicios derivados de los árboles y masas forestales. El objetivo del presente trabajo fue estimar coeficientes con menor varianza de ecuaciones aditivas para estimar los componentes de volumen (rollo total árbol, fuste sin corteza, corteza, tocón y ramas) para la especie *Pinus teocote* Schl. en Durango, México. La base de datos se obtuvo de árboles derribados en labores de aprovechamiento maderable del ejido Vencedores, municipio de San Dimas, a los cuales se les midió el diámetro a diferentes secciones de altura y el grosor de la corteza. A una muestra de 45 árboles se les cortaron las ramas, se apilaron y midieron sus dimensiones de apilamiento y se estimaron sus volúmenes por el método de inmersión. Se analizaron 196 árboles y se estimaron los coeficientes de dos ecuaciones de volumen: a) la ecuación de la variable combinada de Spurr (1952) y b) la ecuación comprensible múltiple desarrollada paso a paso hacia adelante. Se probaron cuatro formas de estimación de parámetros: 1) regresión lineal convencional, 2) regresión lineal ponderada, 3) regresión lineal generalizada y 4) regresión lineal generalizada ponderada. Los resultados mostraron que los coeficientes con menor varianza se calcularon en regresión lineal generalizada y los estadísticos de ajuste de las ecuaciones no cambiaron significativamente. Por esta razón, se recomienda la ecuación comprensible desarrollada en regresión lineal generalizada ponderada para estimar los componentes de volumen y total para la especie *P. teocote* de la región de Durango, México.

**Palabras clave:** Componentes de volumen, Durango, ecuaciones de volumen, *Pinus teocote*, regresión lineal, volumen por inmersión.

Fecha de recibido: 20 de enero de 2004.

Fecha de aceptación: 07 de octubre de 2004.

---

<sup>1</sup> Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Autónoma de Nuevo León. Correo-e: jnavar@ccr.dsi.uanl.mx

## ABSTRACT

The quantification of volume components and total volume with robust equations is a key component to understand the main products and services derived from trees and forests. The objective of this research was to estimate coefficients with the least variance in additive equations to estimate volume components (total aboveground, bole, bark, stump, and branches) for *Pinus teocote* Schl. from Durango, Mexico. Data was collected during harvesting operations of Ejido Vencedores, municipality of San Dimas, Durango and measurements consisted on stem and bark profiles. Branches were collected from a sample of 45 trees and measured in volume by the volume displacement technique, branches were also piled and pile volume measured in the field. In total 196 trees were used to estimate volume equation coefficients of: a) the combined variable equation of Spurr (1952) and b) stepwise regression. Four techniques of parameter estimation were tested: 1) conventional simple linear regression, 2) weighted simple linear regression, 3) seemingly unrelated linear regression, and 4) weighted seemingly linear regression. The results showed that the coefficients estimators with the least variance were developed in weighted seemingly unrelated regression and the conventional statistical parameters did not change. Therefore, it is recommended to employ the comprehensible equation (best model derived from stepwise regression) developed in weighted seemingly unrelated linear regression for the species *P. teocote* of Durango, Mexico.

**Key words:** Volume components, Durango, volume equations, *Pinus teocote*, linear regression, volume displacement.

## INTRODUCCIÓN

A medida que la demanda de productos forestales maderables aumenta, se diversifica y los recursos maderables disminuyen, se hace patente incrementar la eficiencia en la utilización total de los árboles derribados. En proyectos ambientales, las estimaciones de los balances del carbono y nitrógeno en la parte aérea incluyen mediciones de la biomasa y/o volumen de los diferentes compartimentos de los árboles (Mohren y Klein Goldewijk, 1990; Houghton, 1991; Brown, 1997). Los árboles, además de proporcionar fustes para torcería o productos como triplay, aserrío, postes y pilotes, producen también ramas que pueden ser potencialmente aprovechadas como productos secundarios, leña o material celulósico. En general, la corteza se está empleando en viveros forestales, mientras que los tocones de diferentes dimensiones, se dejan en el sitio por la dificultad que implica su extracción y por los daños ambientales que ocasionarían a los ecosistemas esta práctica.

En la literatura se encuentra un sinnúmero de ecuaciones de volumen ajustadas para diferentes especies forestales (Schumacher y Hall, 1933; Spurr, 1952; Honer,

1964; Demaerschalk, 1972; Cao *et al.*, 1980; Clutter, 1980; Clutter *et al.*, 1983; Wenger, 1984; Bailey, 1994; Prodan, 1997) pero no existen muchas ecuaciones que describan conjunta y simultáneamente los componentes de volumen, con ecuaciones para variables endógenas, piezas de información clave en el manejo forestal convencional y ambiental de los bosques. El objetivo de este trabajo fue probar diferentes metodologías de estimación de parámetros de ecuaciones aditivas que describan los componentes del volumen, fustes, corteza, ramas, tocones; los cuales en su conjunto se denominan volumen rollo total árbol, para la especie *P. teocote* de Durango, México.

## MATERIALES Y MÉTODOS

### Características del área de estudio

Los trabajos de derribo y mediciones de los componentes de volumen se realizaron en el Ejido Vencedores, Municipio de San Dimas, Durango, México, a 170 km al oeste de la Ciudad de Durango. Se localiza en el macizo montañoso de la Sierra Madre Occidental (105° 36' 19" y 105° 51' 48" W y 24° 19' 05" y 24° 30' 16" N), con una altura promedio sobre el nivel del mar de 2 540 m. La precipitación y temperatura promedios anuales son de 900 mm y de 15°C, respectivamente. La vegetación predominante son bosques de coníferas con rodales de *Pinus* y mezcla de los géneros *Pinus-Quercus* y *Pinus-Quercus-Juniperus-Arbutus*. Las especies de pino más comunes son: *P. cooperii*, *P. leiophylla*, *P. teocote*, *P. durangensis*, *P. engelmanni* y *P. lumholtzii*. Los rodales de *P. durangensis* y *P. cooperii*, se encuentran puros o asociados con *P. teocote* y *P. leiophylla* (Márquez y González, 1994). *P. teocote* Schl. et Cham. (Linnaea), cuando está maduro, es un árbol por lo común de 10 a 20 m de altura; de copa redondeada, ramas distribuidas irregularmente y follaje denso y erguido (Martínez, 1948).

### Metodología

Se derribaron y midieron 196 árboles de *Pinus teocote*, en actividades simultáneas de extracción. El diámetro se midió a: 1) la base del fuste, 2) a 0,5 m, 3) a 1,3 m, 4) a 1,5 m y 5) a cada metro adicional, 2,5 m, 3,5 m, etc., hasta la punta del fuste principal. También se midió la altura del tocón. La edad de cada árbol se obtuvo de virutas tomadas al diámetro normal. El espesor de la corteza se midió a diferentes secciones de la altura del fuste. Con el procedimiento de medición anterior se generó un subconjunto de datos de diámetro-altura, con el cual se estimó el volumen del fuste por medio de la ecuación de Smalian, ya que este procedimiento no presenta diferencias estadísticamente significativas con las ecuaciones de Huber y Newton (Corral, 1999).

## Volumen del tocón

Los diámetros de la base del suelo,  $Db$ , de 45 árboles, distribuidos en nueve categorías diamétricas desde 10 hasta 50 cm, se regresaron con los diámetros a la altura del corte para el derribo,  $d_2$ , para estimar el  $Db$  de los árboles restantes. La ecuación resultante fue:

$$[1] \quad Db = 0.003443 + 1.112268 * d_2, \quad r^2 = 0.9758, \quad Sx = 0.025819 \text{ cm}$$

Con los dos diámetros se estimaron para el total de árboles en la muestra los volúmenes del tocón por medio de la ecuación de Smalian.

## Volumen de las ramas

Por la dificultad de medir el volumen de las ramas para todos los árboles derribados por medio del principio de Arquímedes, el volumen de las ramas de cada uno de 45 árboles seleccionados aleatoriamente se midió por medio del método de inmersión,  $V_{imm}$ . Estas ramas, previamente troceadas a dimensiones regulares de 50 cm de longitud y hasta 1 cm de diámetro, se apilaron y se midió un volumen de apilamiento (Largo X Ancho X Profundidad),  $V_{ap}$ . Los volúmenes de inmersión (Y) se regresaron contra el volumen de apilamiento (X) y se desarrollaron dos ecuaciones para estimar el volumen de inmersión a partir de la medición del volumen de apilamiento. El volumen de apilamiento del resto de los árboles no incluidos en esta submuestra se realizó en forma similar a la descrita anteriormente. Debido a la presencia de dos tendencias claramente definidas, se desarrollaron dos ecuaciones:

$$[2] \text{ Para } V < 0.030 \text{ m}^3; \quad V_{imm} = -0.00107 + 0.385885 * V_{ap} \quad r^2 = 0.7202 \quad Sx = 0.001072 \text{ m}^3$$

$$[3] \text{ Para } V > 0.031 \text{ m}^3; \quad V_{imm} = -0.01654 + 0.554929 * V_{ap} \quad r^2 = 0.9250 \quad Sx = 0.038306 \text{ m}^3$$

Estas ecuaciones definen a través de las pendientes (0.385 y 0.55) los coeficientes de apilamiento. La resta de 1-la pendiente resulta en el coeficiente de espaciado entre ramas en la pila. Es decir, cuando la pendiente es igual a 1.0, los volúmenes de apilamiento e inmersión son iguales y el espaciado es igual a 0. Los coeficientes cambian con las dimensiones de la pila y por consiguiente con las dimensiones de las ramas. Para ramas más pequeñas, el coeficiente de apilamiento es menor porque existe mayor cantidad de espacios vacíos entre ramas. Por el contrario, en ramas grandes, existen generalmente espacios de mayores dimensiones pero en menor cantidad y volumen.

## Volumen del fuste sin corteza

El volumen de la corteza se estimó de restar el volumen del fuste sin corteza del

volumen del fuste con corteza. El volumen del fuste sin corteza se obtuvo de la resta del espesor de la corteza a los diámetros con corteza a diferentes secciones de la altura del fuste. Se desarrolló una ecuación para estimar el espesor de la corteza,  $G.C.$ , cuando estos datos se extraviaron o no se midieron en algunas secciones del fuste. La estimación de la corteza por esta metodología ha sido reportada por Bergel (1969, 1974) y ponderados con el diámetro a 1.30 m,  $D$ , con el empleo de la altura relativa del fuste,  $hi$ , por medio de la siguiente ecuación:

$$[4] \quad G.C. = D^* \exp^{(-3.58632 - 0.64518 \cdot \ln(hi))} \quad r^2 = 0.7803, \quad S_x = 0.55582$$

### Procedimiento estadístico.

Los datos de componentes de volumen de fuste sin corteza, volumen de corteza, volumen de ramas, volumen de tocón y volumen total, además de los datos de diámetro normal ( $D$ ) y altura total ( $H$ ) de un conjunto de 196 árboles se utilizaron en el ajuste de las ecuaciones de volumen descritas anteriormente. Se ajustaron dos tipos de modelos: a) una sola variable y b) la ecuación comprensible múltiple desarrollada paso a paso hacia adelante. En a) se utilizó la variable combinada de Spurr (1952)  $V_i = b_0 + b_1 D^2 H$  por ser una de las ecuaciones que presentaron los mejores estadísticos de bondad de ajuste. En b) las mejores ecuaciones de volumen se seleccionaron por procedimientos paso a paso hacia adelante. En b) se emplearon las variables  $D$ ,  $D^2$ ,  $H$ ,  $D^2 H$ ,  $DH^2$  y  $D^2 HF$ . Donde  $F$  es el clásico factor de forma ( $BF/BC$ ) donde  $BF$  es el volumen del fuste y  $BC$  es el volumen de un cilindro con el área transversal estimada a 1.3 m. Estas variables conjuntas generan ecuaciones de volumen conocidos y que son populares dentro de la literatura científica (Clutter *et al.*, 1983; Husch *et al.*, 1983; Wenger, 1984; Spurr y Barnes, 1987; Bailey, 1994; Prodan, 1997). Los coeficientes de cada uno de los dos tipos de modelos se estimaron de cuatro formas diferentes: 1) regresión lineal convencional sin ponderar, 2) regresión lineal ponderada, 3) en regresión lineal generalizada y 4) regresión lineal generalizada ponderada. La ponderación se realizó para modelar la estructura del error. La regresión lineal generalizada ha sido ampliamente recomendada para variables endógenas, como el volumen y la biomasa, y se puede consultar en reportes de Cunia y Briggs (1984); Cunia y Briggs (1985); Parresol (1999) y Parresol (2001).

La selección de la mejor técnica para estimar los coeficientes estadísticos resultó de la observación de: a) los estadísticos de ajuste y b) de los valores  $t$  de los parámetros y su significancia estadística. Los estadísticos de bondad de ajuste que se consideraron fueron: 1) el coeficiente de determinación  $r^2$ , 2) el error estándar  $S_x$ , 3) el coeficiente de variación  $CV$ , 4) el error relativo absoluto en porcentaje  $S(\%)$ , y 5) el por ciento del error  $Pe$ . Todos los coeficientes son adimensionales con la excepción del  $S_x$ , cuyas unidades son  $m^3$ . Las ecuaciones de los parámetros se describen a continuación.

$$[5] \quad r^2 = 1 - (RSS/TSS) \quad RSS = \sum_{i=1}^n (Y_i - \hat{Y}_i)^2 \quad TSS = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 \quad \bar{Y} = \left[ \sum_{i=1}^n Y_i \right] / n$$

$$[6] \quad S_x = \sqrt{RSS/(n-p)}$$

$$[7] \quad CV = (S_x/\bar{Y}) \times 100$$

$$[8] \quad S(\%) = \frac{100}{n} \sum_{i=1}^n |Y_i - \hat{Y}_i| / \bar{Y}_i$$

$$[9] \quad Pe = \left[ \frac{(196)^2}{\chi^2_{(n-p)}} \sum_{i=1}^n \left\{ \frac{\hat{Y}_i}{Y_i} - 1 \right\}^2 \right]^{1/2} \quad \chi^2_{(v)} = 0.853 + v + 1.645(2v-1)^{1/2}$$

donde:

RSS = suma de cuadrados del error

TSS = suma de cuadrados total

$Y_i, \hat{Y}_i, \bar{Y}$  = valor  $i$ , valor estimado  $i$  y valor promedio del volumen

$n$  = número de observaciones

$p$  = número de parámetros estadísticos de la ecuación, incluyendo la intercepta.

Parresol (1999) recomienda el uso del error estándar de los parámetros en la comparación de procedimientos de ajuste de parámetros. Se usaron los valores de  $t$  de los coeficientes o parámetros estadísticos porque los valores cambian con el método de ajuste de parámetros. Los valores de  $t$  de los parámetros resultan de el cociente del estimador entre su error estándar. La significancia estadística del valor de  $t$  obedece al cálculo de la probabilidad. El valor de  $t$  se consideró en lugar del error estándar de los coeficientes por que estos cambiaron de valor con la técnica de estimación. Estos estadísticos fueron contrastados entre los cuatro diferentes procedimientos de estimación de parámetros para cada uno de los dos tipos de regresiones.

## RESULTADOS Y DISCUSIÓN

### Características de los árboles muestreados

Los estadísticos de las variables dasométricas de los árboles observados se muestran en el Cuadro 1.

Cuadro 1. Estadísticos de las variables dasométricas de los 196 árboles de la especie *Pinus teocote*.

Parámetro Estadístico	Variables Dasométricas			Volumen Promedio (m <sup>3</sup> )				
	D	H	Edad	Fuste sc	Ramas	Corteza	Tocón	Total
Promedio	0.271	16.500	83.000	0.638	0.126	0.037	0.016	0.817
Desviación Estándar	0.113	4.470	35.000	0.629	0.184	0.019	0.018	0.813
Intervalo Confianza	0.016	0.631	4.938	0.089	0.026	0.003	0.003	0.115

Sc = Sin corteza, Intervalos de confianza con  $\alpha = 0.5$  y  $v = n-1$  grados de libertad.

Los árboles muestreados representan una muestra de los árboles derribados durante 1995. La mayoría de estos presentan una edad superior al turno técnico para la especie, la cual se aproxima a los 75 años (Corral, 1999). El volumen del fuste domina el volumen total del árbol, con un 78%, mientras que las ramas, la corteza y el tocón explican el 15, 5 y 2%, respectivamente.

Los parámetros de la ecuación generalizada de Spurr y los estadísticos de bondad de ajuste se presentan en el Cuadro 2.

Los parámetros de las ecuaciones de la variable combinada de Spurr cambian muy poco con los diferentes métodos de la estimación de coeficientes estadísticos (cuadrados mínimos convencionales, cuadrados mínimos ponderados y regresión lineal generalizada sin y con ponderaciones). Los estadísticos de  $r^2$ ,  $S_x$  y  $CV$  indicaron que las ecuaciones sin ponderaciones presentaron en general los mejores ajustes. Sin embargo, cuando se observa el estadístico  $Pe$ , los modelos desarrollados en regresión lineal generalizada ponderada se nota la reducción en el error en la estimación de cada uno de los componentes de volumen y en especial el de las ramas. Los modelos desarrollados en regresión lineal generalizada ponderada también mostraron una mejoría en tres de los cinco componentes cuando se utiliza el estadístico  $S(\%)$ .

Los parámetros y las mejores ecuaciones resultantes del procedimiento de paso a paso hacia adelante y los estadísticos de bondad de ajuste se presentan en el Cuadro 3.

Cuadro 2. Los parámetros de la ecuación generalizada de Spurr (1952) y los estadísticos de bondad de ajuste para estimar componentes de volumen de 196 árboles de *P. leocote* de Durango, México.

Ecuación sin ponderar	Estadísticos de bondad de ajuste				
	$r^2$	Sx	CV	S(%)	Pe
$Vfsc = 0.000518 + 0.38621D^2H$	0.97	0.10	0.16	10.27	26.75
$Vtoc = 0.000347 + 0.00965D^2H$	0.76	0.01	0.54	32.16	98.59
$Vram = -0.01764 + 0.08694D^2H$	0.58	0.12	0.95	49.90	8390.88
$Vcor = 0.01864 + 0.010860D^2H$	0.85	0.01	0.20	13.29	41.30
$Vtot = 0.001870 + 0.493660D^2H$	0.95	0.17	0.21	13.12	33.00
Ecuación ponderada					
$Vfsc = 0.00830 + 0.38379D^2H$	0.97	0.10	0.16	11.63	31.35
$Vtoc = 0.00151 + 0.00928D^2H$	0.76	0.01	0.54	32.43	127.18
$Vram = 0.01252 + 0.07247D^2H$	0.56	0.12	0.97	70.23	13643.76
$Vcor = 0.01890 + 0.0001987D^2H$	0.81	0.03	0.70	93.30	85.16
$Vtot = 0.04679 + 0.4796D^2H$	0.95	0.18	0.22	18.92	51.82
Ecuación lineal generalizada, SUR					
$Vfsc = 0.000519 + 0.38621D^2H$	0.97	0.10	0.16	10.27	26.75
$Vtoc = 0.000347 + 0.009654D^2H$	0.76	0.01	0.54	32.16	98.66
$Vram = -0.01764 + 0.086938D^2H$	0.58	0.12	0.95	49.91	8390.59
$Vcor = 0.01864 + 0.010862D^2H$	0.85	0.01	0.20	13.29	41.31
$Vtot = 0.001869 + 0.493664D^2H$	0.95	0.17	0.21	13.12	33.00
Ecuación lineal generalizada ponderada, SURP					
$Vfsc = -0.00195 + 0.3838D^2H$	0.97	0.10	0.16	10.03	25.26
$Vtoc = 0.000753 + 0.009156D^2H$	0.76	0.01	0.54	32.10	100.98
$Vram = -0.00493 + 0.057109D^2H$	0.47	0.13	1.06	75.31	7043.41
$Vcor = 0.016676 + 0.011755D^2H$	0.84	0.01	0.21	13.02	36.02
$Vtot = 0.010543 + 0.46186D^2H$	0.95	0.19	0.23	13.84	31.61

$Vfsc$  = Volumen del fuste sin corteza,  $Vtoc$  = Volumen del tocón,  $Vram$  = Volumen de las ramas,  $Vcor$  = Volumen de la corteza;  $Vtot$  = Volumen total.



Cuadro 3. Las mejores ecuaciones y los estadísticos de bondad de ajuste para estimar componentes de volumen para 196 árboles de *P. teocote* de Durango, México.

Ecuación sin ponderar	Estadísticos de bondad de ajuste				
	$r^2$	Sx	CV	S(%)	Pe
Vfsc=-0.0544+0.3426D+0.3633D <sup>2</sup> H	0.97	0.10	0.16	11.16	26.49
Vtoc=0.00804-0.0905D+0.38066D <sup>2</sup>	0.80	0.01	0.49	30.18	84.47
Vram=-0.06101+2.9869D <sup>2</sup> -0.00075DH <sup>2</sup>	0.67	0.11	0.84	21.10	8902.46
Vcort=0.000047+0.1104D+0.000071DH <sup>2</sup>	0.88	0.01	0.18	9.16	28.87
Vtot=-0.1073+0.3625D+0.3633D <sup>2</sup> H +2.9869 D <sup>2</sup> -0.000679 DH <sup>2</sup>	0.96	0.16	0.20	21.94	39.22
Ecuación ponderada					
Vfsc=-0.021434+0.11858D+0.37967D <sup>2</sup> H	0.97	0.10	0.16	10.08	25.06
Vtoc=0.00501-0.06419D+0.33225D <sup>2</sup>	0.80	0.01	0.49	29.54	83.80
Vram=-0.03879+2.3349D <sup>2</sup> -0.00047DH <sup>2</sup>	0.65	0.11	0.86	31.28	9540.09
Vcort=0.000461+0.1049D+0.000083DH <sup>2</sup>	0.88	0.01	0.18	9.28	28.56
Vtot=-0.05475 + 0.15929D + 0.37967D <sup>2</sup> H + 2.3349D <sup>2</sup> -0.000387 DH <sup>2</sup>	0.96	0.16	0.20	13.47	31.87
Ecuación lineal generalizada, SUR					
Vfsc=-0.05815+0.36587D+0.3617D <sup>2</sup> H	0.97	0.10	0.16	11.37	26.80
Vtoc=0.00779-0.0885D+0.37741D <sup>2</sup>	0.80	0.01	0.49	30.08	84.16
Vram=-0.06105+2.9883D <sup>2</sup> -0.00076DH <sup>2</sup>	0.67	0.11	0.84	13.34	8876.92
Vcort=0.000012+0.11057D+0.000071DH <sup>2</sup>	0.88	0.01	0.18	9.17	28.84
Vtot= - 0.11 + 0.3879D + 0.3617D <sup>2</sup> H + 3.3657D <sup>2</sup> - 0.00069DH <sup>2</sup>	0.96	0.16	0.20	23.27	39.79
Ecuación lineal generalizada ponderada, SURP					
Vfsc=-0.03674+0.24391D+0.3669D <sup>2</sup> H	0.97	0.10	0.16	10.37	25.49
Vtoc=0.0019-0.0125D+0.22289D <sup>2</sup>	0.76	0.01	0.54	36.26	88.14
Vram=-0.03930+2.2334D <sup>2</sup> -0.00041DH <sup>2</sup>	0.64	0.11	0.87	42.99	9051.02
Vcort=0.001130+0.09977D+0.000091DH <sup>2</sup>	0.88	0.01	0.18	9.23	28.63
Vtot= - 0.075+ 0.3436D + 0.3669D <sup>2</sup> H + 2.4563D <sup>2</sup> - 0.00032DH <sup>2</sup>	0.96	0.16	0.20	14.06	33.04

Vfsc = Volumen del fuste sin corteza, Vto. = Volumen del tocón, Vram = Volumen de las ramas, Vcor = Volumen de la corteza; Vto. = Volumen total.

La ecuación resultante para la estimación del fuste sin corteza fue desarrollada por Meyer (Valdez, 2000), las ecuaciones para estimar el tocón, ramas, corteza y volumen rollo total árbol se han denominado comúnmente como la ecuación comprensible (Prodan, 1997).

Los parámetros de las ecuaciones cambian notoriamente entre procedimientos de estimación. En general, los parámetros de la ecuación desarrollada mediante regresión lineal generalizada, SUR, sin ponderar resultaron en valores intermedios en comparación con los valores resultantes de los métodos convencionales con y sin ponderar. Los coeficientes de la regresión SUR ponderada se desviaron más notoriamente cuando contrastados con los otros procedimientos.

A pesar de que los coeficientes estadísticos se desviaron notoriamente entre las técnicas utilizadas, los estadísticos de bondad de ajuste  $r^2$ ,  $S_x$ ,  $CV$ ,  $S(\%)$  y  $Pe$  no cambiaron significativamente entre los cuatro procedimientos de ajuste de coeficientes estadísticos.

Los valores de  $t$  de los coeficientes estadísticos y su significancia probabilística se presentan en el Cuadro 4.

El procedimiento de regresión lineal generalizada ponderada, SURP, resultó en los coeficientes estadísticos más confiables sobre todo cuando se trata de la ecuación para el cálculo del volumen total para la ecuación de Spurr y la ecuación comprensible. Las ecuaciones aditivas para el cálculo del volumen rollo total árbol poseen todos los coeficientes estadísticamente significativos. En contraste, la ecuación aditiva convencional resultó sólo en un coeficiente de 5 estadísticamente significativo para la ecuación comprensible. Para la ecuación de Spurr, el procedimiento SURP también mejora la precisión en los estimadores de los coeficientes estadísticos. La ecuación SUR sin ponderar también resulta con mejores coeficientes estadísticos en la ecuación aditiva en contraste con los coeficientes desarrollados por los procedimientos convencionales pues sólo un coeficiente de 5 resultó no ser estadísticamente significativo. Los procedimientos SUR incrementan la precisión de los parámetros al utilizar simultáneamente el número de árboles por el número de compartimentos en la estimación de la varianza total.

El proceso de ponderación incrementa la confiabilidad en la estimación de parámetros en contraste con el procedimiento convencional. Para la ecuación comprensible, nueve de diez coeficientes resultaron ser estadísticamente significativos en contraste con los procedimientos no ponderados, los cuales presentaron sólo cuatro de diez parámetros estadísticamente significativos. Para la ecuación de la variable combinada sólo dos de cuatro y cuatro de cuatro coeficientes resultaron ser estadísticamente significativos en procedimientos sin y con ponderaciones (Cuadro 4). Los procedimientos de ponderación mejoran

Cuadro 4. Valores de  $t$  de los coeficientes estadísticos resultantes de cuatro formas de estimación de parámetros.

Componente	Una		Mejor Modelo				
	$a$	$d^2h$	$a$	$D$	$d^2h$	$d^2$	$Dh^2$
Ecuación sin Ponderar							
Vfsc	0.05	83.92	1.52	1.61	24.2		
Vtoc	0.38	24.55	1.88	2.82		7.15	
Vram	1.43	16.20	4.96			11.6	3.50
Vcort	24.5	32.86	0.03	12.0			5.59
Vtot	0.10	62.72	0.81	0.49	2.48	0.23	1.02
Ecuación Ponderada							
Vfsc	3.22	73.50	1.82	1.28	33.2		
Vtoc	2.46	23.08	3.53	4.60		10.8	
Vram	5.47	11.52	9.80			10.6	2.54
Vcort	32.5	35.06	0.44	13.9	6.58		
Vtot	2.24	59.31	4.82	5.41	0.01	5.86	2.72
Ecuación Lineal Generalizada, SUR							
Vfsc	0.05	83.92	1.66	1.76	24.8		
Vtoc	0.38	24.55	1.84	2.78		7.15	
Vram	1.43	16.20	4.97			11.7	3.53
Vcort	24.5	32.86	0.01	12.3			5.70
Vtot	0.10	62.72	2.85	1.79	24.8	12.9	3.17
Ecuación Lineal Generalizada Ponderada, SURP							
Vfsc	0.92	75.09	3.37	2.77	36.6		
Vtoc	3.80	23.30	0.23	1.59		12.2	
Vram	4.99	16.02	11.2			11.7	2.53
Vcort	35.6	36.35	1.10	13.7	7.53		
Vtot	3.86	67.98	6.27	3.82	36.6	12.9	1.95

$a$  = intercepta,  $d^2h$  = pendiente de  $d^2h$ ,  $D$  = pendiente de  $D$ ,  $d^2$  = pendiente de  $d^2$ ,  $Dh^2$  = pendiente de  $Dh^2$ .

la precisión en la estimación de parámetros por la eliminación del problema de heteroscedasticidad a que están sujetos los datos de variables dasométricas de los árboles (Bailey, 1994).

La regresión lineal generalizada ponderada claramente es el método seleccionado para la estimación de parámetros estadísticos de ecuaciones aditivas. Esto ha sido observado por Parresol (1999, 2001) para diferentes bosques de Estados Unidos. Esta metodología resulta en una menor varianza, como fue observado por los mayores valores de  $t$  y sus niveles de significancia. La técnica posee otras ventajas adicionales: considera la dependencia estadística entre componentes de volumen y la suma de las proyecciones de los componentes siempre suman el total (Cunia y Briggs, 1984; Parresol, 1999).

La ecuación lineal generalizada ponderada resultó ser la mejor para la estimación de componentes de volumen de *P. teocote*. El conjunto de ecuaciones son las siguientes:

$$V_{fsc} = -0.03674 + 0.24391D + 0.3669D^2H$$

$$V_{toc} = 0.0019 - 0.0125D + 0.22289D^2$$

$$V_{ram} = -0.0393 + 2.2334D^2 - 0.00041DH^2$$

$$V_{cort} = 0.00113 + 0.09977D + 0.000091DH^2$$

$$V_{tot} = -0.075 + 0.3436D + 0.3669D^2H + 2.4563D^2 - 0.00032DH^2$$

Se puede apreciar que la ecuación para estimar el volumen rollo total árbol incluye parámetros estadísticos que resultan de la suma de los coeficientes para cada uno de los parámetros. Por ejemplo, redondeando la intercepta de la ecuación de  $V_{tot} = -0.075 = -0.03674 + 0.0019 - 0.0393 + 0.00113$ . Estas ecuaciones fueron graficadas utilizando exclusivamente el parámetro de la variable combinada ( $D^2H$ ) y el volumen de cada componente para observar las tendencias en la Figura 1.

## CONCLUSIONES

Se presentan ecuaciones comprensibles para estimar componentes de volumen, tocón, corteza, fuste sin corteza, ramas y rollo total árbol, desarrolladas en regresión lineal generalizada ponderada. Aunque se estimaron ecuaciones aditivas por procedimientos aditivos convencionales y sin ponderar, los parámetros estimados en regresión lineal generalizada con ponderaciones mostraron mayor precisión y por consiguiente menor varianza. Además todos los coeficientes de las ecuaciones aditivas para estimar volumen rollo total árbol fueron estadísticamente significativos en contraste con los procedimientos de

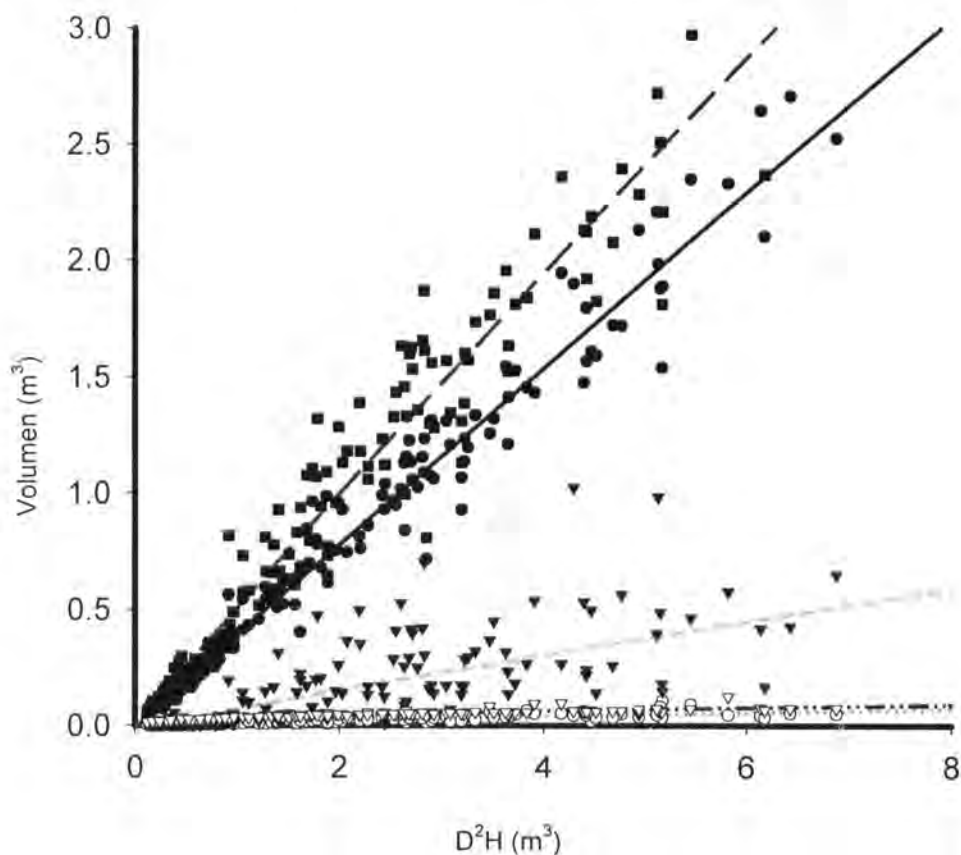


Figura 1. Las relaciones entre los volúmenes de cada uno de los componentes y la variable combinada para las ecuaciones desarrolladas en regresión lineal generalizada para *P. teocote* de Durango, México.

regresión lineal convencional y regresión lineal generalizada sin ponderar en la ecuación de Spur y comprensible. La modelación de la estructura del error como factor de ponderación robustece los estimadores de los coeficientes estadísticos.

## RECONOCIMIENTOS

Los autores de este reporte de investigación hacen patente su agradecimiento al personal técnico de la UCODEFO No 4 de Durango, México. Este reporte es parte de la tesis de Maestría en Ciencias del autor principal y forma parte de los proyectos de investigación 6230 financiados por el fondo CONACYT-CONAFOR.

## LITERATURA CITADA

- Bailey, R. L. 1994. A compatible volume-taper model based on the Schumacher y Hall generalized constant form factor volume equation. *Forest Science* 40:303-313.
- Brown, S. 1997. Los bosques y el cambio climático: el papel de los terrenos forestales como sumideros de carbono. *In: Actas del XI Congreso Mundial Forestal: Recursos Forestales y Árboles. Vol 1. Antalya, Turkia 13-22 October of 1997.* pp. 107-118
- Cao, Q. V., Burkhart, H. E., and Max, T.A. 1980. Evaluation of two methods for cubic volume prediction of Loblolly Pine to any merchantability limit. *For. Sci.* 26:71-80.
- Clutter, J. L. 1980. Development of taper functions from variable-top merchantable volume equations. *For. Sci.* 26:117-120.
- Clutter, J. L., J. C. Forston, L. V. Pienaar, G. H. Brister, and R.L. Bailey. 1983. *Timber management: A quantitative approach.* Wiley, New York. 333 p.
- Corral, S. 1999. Tecnologías matemáticas para el desarrollo de modelos de crecimiento de bosques mixtos e irregulares de Durango, México. Tesis Profesional de Maestría en Ciencias Forestales, Facultad de Ciencias Forestales, Universidad Autónoma de Nuevo León. Linares, N. L., México. 140 p.
- Cunia, T. and R. D. Briggs. 1984. Forcing additivity of biomass tables – some empirical results. *Canadian Journal of Forest Research* 14:376-384.
- Cunia, T. and R. D. Briggs. 1985. Forcing additivity of biomass tables – use of the generalized least-square method. *Canadian Journal of Forest Research* 15:23-28.
- Demaerschalk, J. P. 1972. Converting volume equations to compatible taper functions. *For. Sci.* 18:241-245.
- FAO. 1997. *Sitaci3n de los Bosques del Mundo.* Roma, Italia. 6 p.
- FAO. 2002. *Sitaci3n de los Bosques del Mundo.* Roma, Italia. 6 p.
- Honer, T. G. 1964. The use of height and squared diameter ratios for the estimation of cubic foot volume. *For. Chron.* 40:324-331.
- Houghton, R. A. 1991. Tropical deforestation and carbon dioxide. *Climate Change* 19:99-118.
- Husch, B. C., C. Miller and T. Beers. 1983. *Forest Mensuration.* 3rd Edition. John Wiley and Sons. New York, USA. 402 p.
- Márquez, L. M. A. y González, E. S., 1993. Composici3n, estructura y manejo de la vegetaci3n de la submicrocuenca del Tecolote, San Dimas, Dgo. I Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales, resumen de ponencias. 29 p.
- Márquez, L. M. A., Soto, R., J. y Contreras, A., J. C., 1994. Tablas de volumen para árboles del género *Pinus* en el Ejido Vencedores, San Dimas, Dgo. II Congreso Mexicano sobre Recursos Forestales, Resumen de ponencias. 8 p.

- Martinez, M. 1948. Los pinos mexicanos. 2a ed. Editorial Botas. México. 361 p.
- Mohren, F. and Klein Goldewijk 1990. CO<sub>2</sub> Fix Model. Institute of Forestry and Nature Research. Wageningen, Netherlands. 58 p.
- Parresol, B. 1999. Assessing tree and stand biomass: a review with examples and critical comparisons. *For. Sci.* 45:573-593.
- Parresol, B. 2001. Additivity of nonlinear biomass equations. *Can. J. For. Res.* 31:865-878.
- Prodan, M.R. 1997. Mensura Forestal. Boletín Técnico. IICA-BMZ/GTZ. San José Costa Rica. 586 p.
- Programa de Manejo Integral Forestal Ejido Vencedores San Dimas, Dgo., UCODEFO N° 4 La Victoria-Miravalles. 140 p.
- Schroeder, P., S. Brown, J. Mo, R. Birdsey and C. Cieszewski. 1997. Biomass estimation for temperate broadleaf forest of the United States using inventory data. *For. Sci.* 43:424-434.
- Spurr, S. H. 1952. Forest Inventory. John Wiley and Sons, New York, USA. 472 p.
- Spurr, S. H. y S. Barnes. 1987. Forest Ecology. John Wiley and Sons. New York, USA. 450 p.
- Ter-Mikaelian, M. T. and Korzukhin, M. D. 1997. Biomass equations for sixty five North American tree species. *Forest Ecology and Management* 97:1-24.
- Valdez, L. R. 2000. Ecuaciones para estimar volumen comercial y total en rodales aclareados de *Pinus patula* en Puebla, México. *Agrociencia* 34(6):747-758.
- Woods, K. D., A. H., Feiveson and D. B., Botkin. 1991. Statistical analysis for biomass density and leaf-area index estimation. *Canadian Journal of Forest Research* 21:974-989.